Ablanian.com
Nos produits, vos solutions !

ECOLE NORMALE SUPERIEURE D'ABIDJAN

CONOURS DIRECT D'ENTREE A L'ENS	DISCIPLINE : CAP/ PL MATHEMATQUES	SESSION : 2025
EPREUVE : ALGEBRE		DUREE : 3 Heures

Exercice 1

Résoudre le système différentiel suivant :

$$\begin{cases} x' = 3x - y + z \\ y' = 2x + z \\ z' = -2x + y \end{cases}.$$

Où x, y, z sont des fonctions de t.

Exercice 2

Soient $(G;.)$ un groupe d'élément neutre e.

1- Soit H un sous-groupe de G tel que $[G:H] = 2$.

Montrer que H est un sous-groupe distingué de G.

2- Soient H et K deux sous-groupes distingués de G tels que $H \cap K = \{e\}$.

Montrer que pour tout $h \in H$ et tout $k \in K$, on a $hk = kh$.

3- Soient H et K deux sous-groupes de G, conjugués dans G (c'est-à-dire qu'il existe $a \in G$ tel que $K = aHa^{-1}$) et N un sous-groupe distingué de G.

Montrer que NH et NK sont deux sous-groupes de G, conjugués dans G.

Exercice 3

On dit qu'un anneau A est booléen si et seulement si pour tout $x \in A, x^2 = x$.

1. Montrer qu'anneau booléen est de caractéristique 2. (On pourra calculer $(x+x)^2$ pour tout $x \in A$).
2. Montrer qu'anneau booléen est commutatif (On pourra calculer $(x+y)^2$ pour tout $x, y \in A$).
3. Donner la structure complète d'un anneau booléen intègre.

En déduire que dans un anneau booléen, tout idéal premier est maximal

GRATUITS SUR ablanian.com
Téléchargez l'application Ablanian CI sur Play Store et App Store
TÉLÉCHARGEZ L'APPLICATION ABLANIAN CI
DISPONIBLE SUR Google Play
Télécharger dans l'App Store

Ablanian.com
Nos produits, vos solutions !

ECOLE NORMALE SUPERIEURE D'ABIDJAN

CONOURS DIRECT D'ENTREE A L'ENS	DISCIPLINE : CAP/ PL MATHEMATIQUES	SESSION : 2025
EPREUVE : ANALYSE		DUREE : 3 Heures

Exercice 1

Soit f une application de $\mathbb{R}$ dans $\mathbb{R}$ telle que pour tout couple $(x, y) \in \mathbb{R}^2$, on ait :
$|f(x) - f(y)| \leq 3|sinx - siny|$.

1) Montrer que 2π est période de f.
2) Montrer que f est continue sur $\mathbb{R}$

Exercice 2

Pour tout entier $n \geq 1$, on pose $I_n = \int_0^{+\infty} \frac{1}{(1+t^2)^n} dt$

1) Justifier que I_n est bien définie.
2) Etudier la monotonie de la suite $(I_n)_{n\in\mathbb{N}^*}$
3) Justifier la convergence de la suite $(I_n)_{n\in\mathbb{N}^*}$ et déterminer sa limite
4) La série $\sum_{n\geq 1}(-1)^n I_n$ est-elle convergente ? Justifier.

Exercice 3

1) Soit E une partie de $\mathbb{R}$, (f_n) une suite de fonctions de X dans $\mathbb{R}$ convergeant simplement vers une fonction f.
On suppose qu'il existe une suite $(x_n)_{n\in\mathbb{N}}$ d'éléments de E telle que la suite $\left(f_n(x_n) - f(x_n)\right)_{n\in\mathbb{N}}$ ne tende pas vers 0

Démontrer que la suite de fonction (f_n) ne converge pas uniformément vers f sur E.

2) On considère la suite de fonctions (g_n) définies sur $\mathbb{R}$ par :

$$g_n(x) = \frac{sin(nx)}{1 + n^2x^2}, \forall n \in \mathbb{N}$$

a) Etudier la convergence simple de la suite (g_n).
b) Etudier la convergence uniforme de la suite (g_n) sur $[a, +\infty[$ (avec $a > 0$), puis sur $]0, +\infty[$

Exercice 4

Calculer les limites suivantes :

1) $\lim_{x\to 0} \frac{x(1+cosx) - 2tanx}{2x - sinx - tanx}$ et 2) $\lim_{x\to 1} \frac{sin(lnx) - \sqrt{\left|ln\left(sin\frac{\pi}{2}x\right)\right|}}{x-1}$

ACTUALITÉS CONCOURS CÔTE D'IVOIRE

GRATUITS SUR ablanian.com
Téléchargez l'application Ablanian CI sur Play Store et App Store
TÉLÉCHARGEZ L'APPLICATION ABLANIAN CI
DISPONIBLE SUR Google Play | Télécharger dans l'App Store