CONCOURS DIRECT D'ENTREE AU CAFOP (INSTITUTEUR ORDINAIRE)

SESSION 2015 **DUREE : 2h**

Coefficient : 3

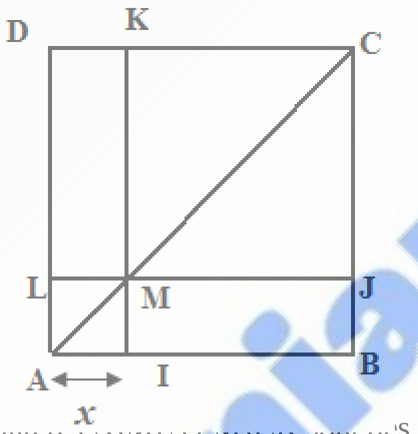
EPREUVE DE MATHEMATIQUES

Cette épreuve comporte deux pages numérotées 1/2 et 2/2

EXERCICE 1

Dans la figure ci-dessous, ABCD est un carré de coté 4cm. On choisit un point M sur la diagonale [AC].

La parallèle à la droite (BC) et passant par M coupe [AB] en I et [CD] en K. la parallèle à la droite (AB) passant par M coupe [BC] en J et [AD] en L.



1. Justifier que les quadrilatères AIML et MJCK sont des carrés.
2. Trouvez une transformation simple qui applique DKML sur MIBJ.
3. On pose : AI = x

   On note $\mathcal{A}_1(x)$ et $\mathcal{A}_2(x)$ les aires respectives des carrés AIML et MJCK.

   a) Calculer $\mathcal{A}_1(x)$ et $\mathcal{A}_2(x)$

   b) Déterminer la fonction f définie par $f(x) = \mathcal{A}_1(x) + \mathcal{A}_2(x)$.

   c) Déterminer la valeur de x pour laquelle l'aire de $f(x)$ est minimale.

EXERCICE 2

1.

   a) Déterminer PPCM (15 ; 18)

   b) Déterminer PGCD (15 ; 18)

2. dans le cadre des festivités de fin d'année, un feu d'artifice est organisé au plateau par le district d'Abidjan. Un dispositif de tirs est placé au niveau du pont Houphouët Boigny et tire chaque dix huit secondes. Un autre dispositif est placé au niveau du pont Général De Gaulle et tire chaque quinze secondes. A minuit, les deux feux d'artifice ont explosé simultanément.

Déterminer l'heure de la prochaine explosion simultanée des deux feux.

3. après une explosion simultanée, cinq explosions successives se font entendre.
A quelle heure la cinquième explosion s'est-elle produite ?

EXERCICE 3

Le déficit de logements en Côte d'Ivoire est de 400.000 logements en 2014. Il s'accroit de 50.000 logements par an. Pour résorber ce déficit, l'Etat a construit 60.000 logements en 2014. Il s'engage à augmenter le nombre de logements construits de 20% chaque année.

1. On note $u_0 = 60.000$ et u_n le nombre de logements construits en l'an (2014 + n)
   a. Calculer u_1 et u_2 .
   b. Démontrer que (u_n) est une suite géométrique.
   c. Justifier que pour tout entier naturel n, $u_n = 60.000 \times (1.2)^n$
2. On note $v_0 = 400.000$ et v_n le déficit de logements en l'an (2014 + n)

On admet que : pour tout entier naturel n, $v_{n+1} = v_n - u_n + 50.000$

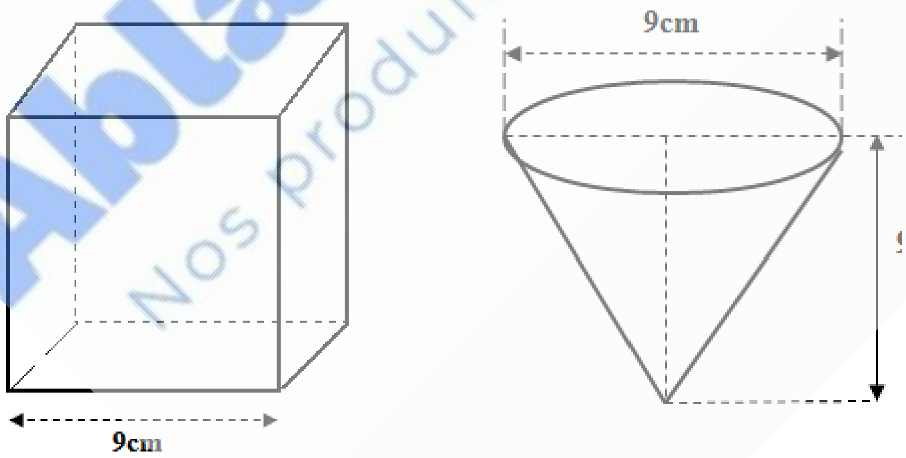
a. Recopier et compléter le tableau suivant :

Années	Nombre de logements construits	Déficit de logements
2014		
2015		
2016		
2017		

b. Le déficit en logements sera-t-il résorbé en l'an 2020 ?

EXERCICE 4

Les figures ci-dessous qui ne sont pas en vraies grandeurs représentent un cube d'arête 9cm et un cône de révolution de base 9cm de diamètre et de hauteur 9cm.



Alex pense que le volume du cône représente 30% du volume du cube.

1. Calculer le volume du cube
2. Calculer la valeur exacte du volume du cône puis, sa valeur arrondie d'ordre 1.

   (On prendra π = 3,14)
3. Vérifier si l'affirmation d'Alex est vraie.

CONCOURS DIRECT D'ENTREE AU CAFOP (INSTITUTEUR ORDIN

SESSION 2015 DUREE :

Coefficient : 3

corrigé de l'epreuve de mathématique

Exercice 1

- **Justifions que donc le quadrilatère AIML est un carré.**

NB : pour justifier que ce quadrilatère (donc 4 cotés) est un carré, on peut partir

- *de la définition du losange qui est d'abords un quadrilatère (Un losange est un quadrilatère ayant ses quatre côtés de même longueur)*
- *et de cette propriété du losange (Un losange ayant un angle droit est un carré)*

☞ Montrons que AIML est un losange

ABCD est un carré, donc, AB = BC = CD = AD et AB ⊥BC, BC⊥CD ; CD ⊥ AD

- Dans le triangle ABC rectangle en B, on a M ∈ (BC). D'après l'énoncé, la parallèle à (BC) passant par M coupe (AB) en I. donc, (IM) // (BC). on a :

  $\frac{AI}{AB} = \frac{AM}{AC} = \frac{IM}{BC}$ C'est-à-dire AI = IM car AB = BC
- Dans le triangle ADC rectangle en D, on a M ∈ (AC). D'après l'énoncé, la parallèle à (AB) passant par M coupe (AD) en L. donc, (LM) // (AB) et (LM) // (DC). on a :

  $\frac{AM}{AC} = \frac{AL}{AD} = \frac{ML}{CD}$ C'est-à-dire AL = ML car AD = CD

Comme AI = IM et AL = ML, alors, AIML est un losange. ①

☞ Montrons que AIML est un carré

(IM) // (BC) et (BC) // (AD). Donc, (IM) // (AD). Comme L ∈ (AD) alors (AL) // (IM)

Or, (AD) ⊥(AB).

Et comme L ∈ (AD) et I ∈ (AB), alors, nous pouvons dire que (AL) ⊥(AI) ❷

D'après ❶ et ❷, le losange, donc le quadrilatère AIML est un carré.

- **Justifions que donc le quadrilatère MJCK est un carré.**

D'après l'énoncé, dans le carré ABCD, (IK) // (AD), donc, (IK) // (BC). (AC) est l'hypoténuse de triangle ABC rectangle en B et (IK) ∩ (AC) = M. Donc, (IM) // (BC).

On a $\frac{CM}{CA} = \frac{CJ}{CB} = \frac{MJ}{AB}$ C'est-à-dire MJ = CJ car CB = AB

De la même manière, $\frac{CK}{CD} = \frac{CM}{CA} = \frac{KM}{DA}$ C'est-à-dire CK = KM car CD = DA

CK = KM et MJ = CJ. Donc, MJCK est un losange. 3

(AD) ⊥ (DC) et (IK) // (AD); donc, (IK) ⊥ (DC). Et comme M ∈ (IK), alors, (MK) ⊥ (DC)

Or, (MK) ∩ (DC) = K. Donc, (MK) ⊥ (KC)

D'après 3 et 4 le losange, donc le quadrilatère MJCK est un carré.

1. **Trouvons une transformation simple qui applique DKML sur MIBJ**

- [IL], [BD] et [JK] sont les diagonales respectives des carrés AIML, ABCD et MJCK.
- (AC) est une diagonale commune des carrés ABCD, AIML et MJCK. On a :

$S_{(AC)}$	
D	B
K	J
M	M
L	I

La transformation qui applique DKML sur MIBJ est **la symétrie orthogonale d'axe (AC)**

2.

AI = x, A_1 = aire de AIML et A_2= aire de MJCK

a)

- $A_1 = x^2$	$A_2 = (4 – x)^2 = x^2 – 8x + 16$

b) $f(x) = (A_1(x) + A_2(x) = f(x) = x^2 + (4 – x)^2$, c'est-à-dire $f(X) = 2x^2 – 8x + 16$

c) la valeur pour laquelle f(x) atteindra un extrémum correspond à la valeur pour laquelle f'(x) sera égale à 0.

f'(x) = 4x – 8 et f'(x) = 0 si et seulement si x = 2

$\lim_{n\to -\infty} f(x) = +\infty$ et $\lim_{n\to +\infty} f(x) = +\infty$

Donc, l'extrémum en question est un minimum

- **f(x) atteindra un minimum pour x = 2**

Exercice 2.

1.

- $15 = 3 \times 5$
- $18 = 2 \times 3^2$

PPCM (15 ; 18) $= 2 \times 3^2 \times 5 = 90$

PGCD (15 ; 18) $= 3$

2. L'heure de la prochaine explosion simultanée correspond au PPCM (15 ; 18), c'est-à-dire au bout de 90 secondes ou au bout de 1min30s

Donc, l'heure de cette explosion est 00h01min30s

3.

2^e^ explosion 00h01min48s — **4^e^ explosion** 00h02min06s

Pont H.B : 00h01min30s, 00h01min48s, 00h02min06s

Pont de gaulle : 00h01min30s, 00h01min45s, 00h02min00s, 00h02min15s

00h01min45s — **1^ere^ explosion**

00h02min00s — **3^e^ explosion**

00h02min15s — **5^e^ explosion**

Cette cinquième explosion s'est produite à 00h02min15s

Exercice 3

1.

a)

$U_0 = 60.000$

$U_1 = U_0 + 20\%.\ U_0 = 60.000 + 20\%.\ 60.000 = 72.000$ | $U_2 = U_1 + 20\%.\ U_1 = 72.000 + 20\%.\ 72.000 = 86.400$

b) $U_{n+1} = Un + 20\%.\ U_n = 1{,}2.Un$

$$\frac{U_{n+1}}{U_n} = \frac{1{,}2.Un}{Un} = 1{,}2 = \text{constante}$$

(U_n) est donc une suite géométrique de 1^er^ terme $U_0 = 60.000$ et de raison $q = 1{,}2$

c) Pour toute suite géométrique, on a $U_n = U_0.q^n$. Ainsi, $\mathbf{U_n = 60.000.\ (1{,}2)^n}$

2.

a)

années	Nombre de logements construits	Déficit de logements
2014	60.000	400.000
2015	72.000	390.000
2016	86.400	368.000
2017	103.680	331.600

b)

Années	Nombre de logements construits	Déficit de logements
2014	$U_0 = 60.000$	$V_0 = 400.000$
2015	$U_1 = U_0 + 20\%. U_0 = 72.000$	$V_1 = V_0 - U_0 + 50000 = 390.000$
2016	$U_2 = U_1 + 20\%.U_1 = 86.400$	368.000
2017	$U_3 = U_2 + 20\%.U_2 = 103.680$	331.600
2018	$U_4 = 60.000x.1.2^4 = 124.416$	$V_4 = V_3 - U_3 + 50000 = 331.600 - 103.680 + 50000 = 277920$
2019	$U_5 = 60.000x.1.2^5 = 149.292,2$	$V_5 = V_4 - U_4 + 50000 = 277920 - 124.416 + 50000 = 203.504$
2020	$U_6 = 60.000x.1.2^6 = 179.159,04$	$V_6 = V_5 - U_5 + 50000 = 203.504 - 149.292,2 + 50.000 = 104.211,8$

En 2020, le déficit de logements ($V_6 =$ 104.211,8) est inférieur au nombre de logements construits ($U_6 =$ 179.159,04)

Le déficit de logements sera donc résorbé en 2020

Exercice 4

1. Volume du cube = $a^3 = 9^3 = 729$ cm^3
2. Valeur exact du volume du cône = $1/3 \times \pi . R^2 x h = 1/3 \times 3.14 x 4,5^2 x 9 = 190,755$ cm^3 .

   Arrondi d'ordre 1 du volume du cône = 190,8 cm^3.
3. Vérification de l'affirmation d'Alex :
4. 30% x 729 = 218,7

Or, 218,7 $\neq$190. Donc, le volume du cône ne représente pas 30% du volume du cube.

L'affirmation d'Alex est fausse.

CONCOURS DIRECT D'ENTREE AU CAFOP (INSTITUTEUR ADJOINT)

SESSION 2017 **DUREE : 2h**

Coefficient 1

MATHEMATIQUES

Cette épreuve comporte une (01) page

EXERCICE N° 1

Un marchand de volailles a vendu ensemble un poulet, un canard, une pintade et un dindon au prix de 46800 F.

Le prix du poulet est le tiers de celui du canard, alors que le prix de la pintade est 1800 F de plus que celui du poulet. Quant au dindon, il est cinq fois plus cher que la pintade.

1. Représente graphiquement les différents prix de chaque volaille.
2. Calcule le prix de chaque volaille.

EXERCICE N° 2

On considère la fonction *f* définie par :

$$f(x) = -\frac{\sqrt{3-2x}}{(x-1)^2}$$

1. a) Détermine l'ensemble de définition de f que l'on notera D_f
   b) Ecris D_f sous forme d'une réunion d'intervalles.

2. Justifie que $(\sqrt{2}-1)^2 = 3-2\sqrt{2}$ puis, détermine $f(\sqrt{2})$
3. Sachant que :
   $1{,}414 < \sqrt{2} < 1.415$, encadre $f(\sqrt{2})$ par deux décimaux d'ordre 2 consécutifs.

EXERCICE N° 3

Le plan est rapporté à un repère orthonormé (O,I,J). L'unité de longueur est le centimètre.

1. Place dans le repère (O,I,J) les points : A(- 4 ; 5) , B(2 ; - 3) , C(- 1 ; 6).
2. Justifie que le triangle ABC est rectangle . Précise le sommet de l'angle droit.
3. On considère la fonction affine *f* telle que *f*(- 4) = 5 et *f*(- 1) = 6
   a) Détermine les nombres réels a et b tels que, pour tout nombre réel *x*, *f*(x) = a*x* + b
   b) Construit la représentation graphique de *f* telle que pour tout nombre réel *x*, *f*(x) = a*x* + b

CONCOURS DIRECT D'ENTREE AU CAFOP (INSTITUTEUR ADJOINT)
SESSION 2017 **DUREE : 2h**
Coefficient 1

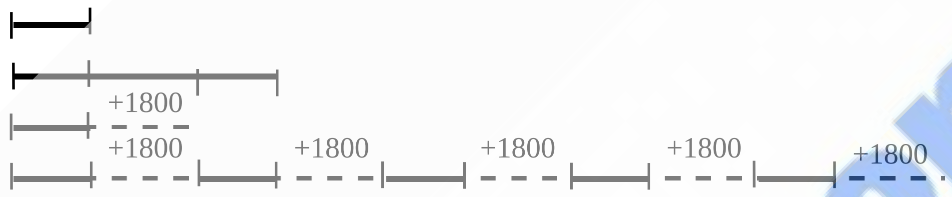
MATHEMATIQUES

Cette épreuve comporte une (01) page

EXERCICE N° 1

1. Représentation graphique des différents prix de chaque volaille.

Poulet **0,5 point**
Canard **0,5 point**
Pintade **0,5 point**
Dindon **0,5 point**



2. Calcul du prix de chaque volaille

Soit X le prix du poulet ………………………………………………………………………………... **0,5 point**

Le prix du canard vaut : 3X ………………………………………………………………… **0,5 point**

Le prix de la pintade vaut : X + 1800 ……………………………………………………………… **0,5 point**

Le prix du dindon vaut : 5(X + 1800)………………………………………………………………… **0,5 point**

La vente ayant rapportée 46800 francs, on peut écrire :
$X + (X + 1800) + 3X + 5(X + 1800) = 46800$
C'est-à-dire $10X + 10800 = 46800$
D'où , $X = 3600$

Ainsi, Le prix du poulet est égal à 3.600 francs …………………………………………………….. **0,5 point**

Le prix du canard est égal à 10.800 francs ……………………………………………………….. **0,5 point**

Le prix de la pintade est égal à 5.400 francs ………………………………………………….. **0,5 point**

Le prix du dindon est égal à 27.000 francs ………………………………………………….. **0,5 point**

EXERCICE N° 2 (6/6)

On considère la fonction *f* définie par :

$$f(x) = -\frac{\sqrt{3-2x}}{(x-1)^2}$$

1. **a/b) Déterminons l'ensemble de définition D_f de f**

f(x) existe si et seulement si $3 - 2x \geq 0$ et $x - 1 \neq 0$ .... **0,5 point**

$x \leq 3/2$ et $x \neq 1$ .... **0,5 point**

$D_f =]\leftarrow ; 1[U]1 ; \frac{1}{2}]$ .... **1 point**

2. **Justifions que ($\sqrt{2} - 1)^2 = 3\text{-}2\sqrt{2}$**

$(\sqrt{2} - 1)^2 = (\sqrt{2})^2 + 1^2 - 2(1\sqrt{2}) = 3\text{-}2\sqrt{2}$ .... **1 point**

Détermine $f(\sqrt{2})$

$f(\sqrt{2}) = -\frac{\sqrt{3-2\sqrt{2}}}{(\sqrt{2}-1)^2} = -\frac{\sqrt{\sqrt{2}-1)2}}{(\sqrt{2}-1)^2} = -\frac{(\sqrt{2}-1)}{(\sqrt{2}-1)^2}$ car $\sqrt{2} - 1 > 0$ .... **1 point**

$= -\frac{1}{(\sqrt{2}-1)} = -\frac{\sqrt{2}+1}{(\sqrt{2}-1)(\sqrt{2}+1)} = -(\sqrt{2}+1)$

Donc, $f(\sqrt{2}) = -(\sqrt{2} + 1)$.. **1 point**

3. **Encadrement de $f(\sqrt{2}) = -(\sqrt{2} + 1)$**

$1,414 < \sqrt{2} < 1.415$

$1,414 + 1 < \sqrt{2} + 1 < 1.415 + 1$

$2,414 < \sqrt{2} + 1 < 2.415$

A l'ordre 2, on a $2,41 < \sqrt{2} + 1 < 2.42$ .... **0,5 point**

Donc, $-2,42 < -(\sqrt{2} + 1) < -2,41$

Conclusion : $-2,42 < f(\sqrt{2}) < -2.41$ .... **0,5 point**

Ablanian.com

Fomesoutra.com ça soutra ! Docs à portée de main

EXERCICE N° 3 (8/8)

oint

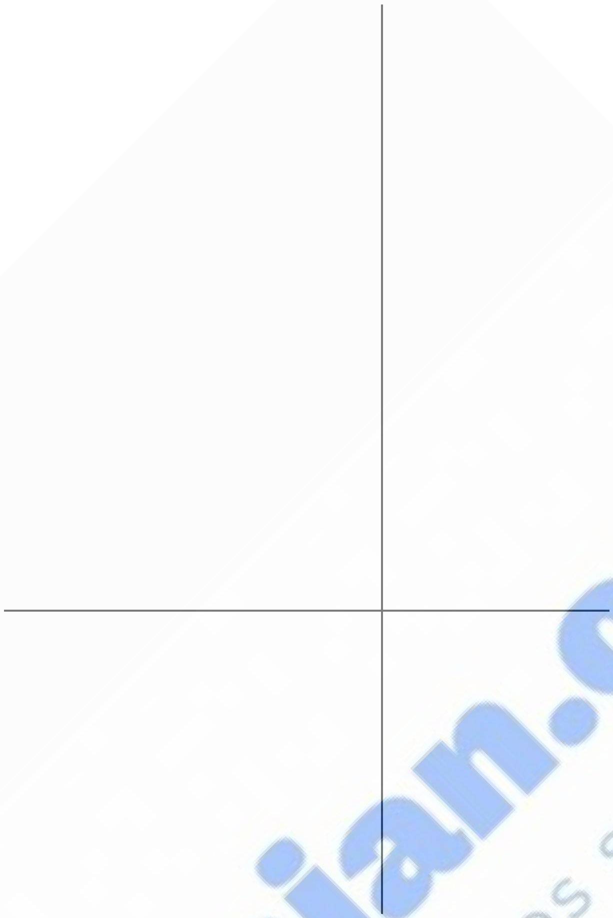
nt

bien placé)x3

= 1,5 point

- Figure bien construite = 1 point

1. Plaçons les points : A(- 4 ; 5) , B(2 ; - 3) , C(- 1 ; 6).



2. Justifions que le triangle ABC est rectangle

AB $=\sqrt{(2-(-4))^2 + (-3-5)^2} = \sqrt{6^2 + 8^2} = \sqrt{100} = 10$ .... **0,5 point**

AC $=\sqrt{(-1+4)^2 + (6-5)^2} = \sqrt{3^2 + 1^2} = \sqrt{10}$ .... **0,5 point**

BC $=\sqrt{(-1-2)^2 + (6+3)^2} = \sqrt{3^2 + 9^2} = \sqrt{90}$ .... **0,5 point**

On constate que $10^2 = (\sqrt{10})^2 + (\sqrt{90})^2$ .... **1 point**

D'où, $AB^2 = AC^2 + BC^2$

Ce résultat montre que le triangle ABC est rectangle en C.

3. Soit la fonction affine f telle que $f(x) = ax + b$ avec $f(-4) = 5$ et $f(-1) = 6$

a)

$f(-4) = 5$
$f(-1) = 6$ $\Leftrightarrow \begin{cases} -4a + b = 5 \\ -a + b = 6 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -4a + b = 5 & (1) \\ -a + b = 6 & (2) \end{cases}$

(1) .... **0,5 point**

(2) .... **0,5 point**

En multipliant (1) par -1, on a :

$$\begin{cases} 4a - b = -5 \\ -a + b = 6 \\ \hline 3a = 1 \end{cases}$$ .... **0,5 point**

On a $3a = \frac{1}{3}$ Et $b = 6 + \frac{1}{3}$

C'est-à-dire $a = \frac{1}{3}$ Et $b = \frac{19}{3}$ .... **0,5 points x2 = 1 point**

D'où, $f(x) = \frac{1}{3}x + \frac{19}{3}$

b) Construction correcte de la droite : .... **0,5 point**

CONCOURS DIRECT D'ENTREE AU CAFOP (INSTITUTEUR ADJOINT)

SESSION 2018 **Durée : 2h**

Coefficient : 1

MATHEMATIQUES

Cette épreuve contient une (01) page.
Le candidat recevra une feuille de papier millimétré.

EXERCICE N°1

On donne les nombres réels A et B tels que $A = 2 - 3\sqrt{5}$ et $B = \frac{2-3\sqrt{5}}{49-12\sqrt{5}}$

1. Calcule A^2.
2. Déduis-en que $B = \frac{1}{2-3\sqrt{5}}$
3. Ecris B sans radical au dénominateur.

EXERCICE N°2

Soit la fonction $h : \mathbb{R} \longrightarrow \mathbb{R}$

$$x \longmapsto \frac{f(x)}{g(x)} \text{ où } f(x) = \frac{1}{4}x^2 - 9 \text{ et } g(x) = \frac{3}{2}x + 9$$

1. Détermine la condition d'existance de *h(x)*
2. Justifie que pour tout *x* appartenant à la'ensemble de définition de *h(x)*, on a $h(x) = \frac{1}{6}x - 1$

EXERCICE N°3

L'uniné de longueur est le *cm*.On donne :

- BAC est un triangle rectanle en A ;
- H est le pied de la hauteur issue de A ;
- HC = 2 ; BH = 6 ; AC = 4

1. Construire le triangle BAC
2. Calcule l'aire de chacun des trois triangles obtenus après la construction.

CONCOURS DIRECT D'ENTREE AU CAFOP (INSTITUTEUR A)
SESSION 2018

CORRECTION DE L'EPREUVE DE MATHEMATIQUES

EXERCICE N°1

On donne les nombres réels A et B tels que $A = 2 - 3\sqrt{5}$ et $B = \frac{2-3\sqrt{5}}{49-12\sqrt{5}}$

1. **Calculons A^2.**

$A^2 = (2 - 3\sqrt{5})^2 = 4 - 12\sqrt{5} + 45 = 49 - 12\sqrt{5}$ ………………………………………

2. **Déduisons-en que $B = \frac{1}{2-3\sqrt{5}}$**

$$B = \frac{2 - 3\sqrt{5}}{(2 - 3\sqrt{5})^2} = \frac{1}{2 - 3\sqrt{5}}$$ ………………………………………

3. **Ecrivons B sans radical au dénominateur.**

$$B = \frac{1}{2 - 3\sqrt{5}} = \frac{2 + 3\sqrt{5}}{(2 - 3\sqrt{5})(2 + 3\sqrt{5})} = \frac{2 + 3\sqrt{5}}{4 - 45} = \frac{2 + 3\sqrt{5}}{-41}$$

$$B = -\frac{2 + 3\sqrt{5}}{41}$$ ………………………………………

EXERCICE N°2

1. **Déterminons la condition d'existance de *h(x)***

h existe si et seulement si $\frac{3}{2}x + 9 \neq 0$, c'est-à-dire $x \neq -6$ ………………………………………

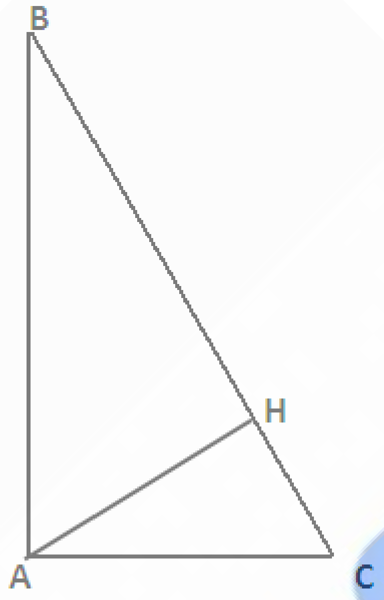
2. **Justifions que pour tout *x* appartenant à la'ensemble de définition de *h(x)*, on a $h(x) = \frac{1}{6}x - 1$**

$$h(x) = \frac{\frac{1}{4}x^2 - 9}{\frac{3}{2}x + 9} = \frac{\frac{x^2 - 36}{4}}{\frac{3x + 18}{2}} = \frac{\frac{(x - 6)(x + 6)}{4}}{\frac{3(x + 6)}{2}} = \frac{2(x - 6)(x + 6)}{12(x + 6)} = \frac{2(x - 6)}{12} = \frac{1}{6}x - 1$$

EXERCICE N°3

- BAC est un triangle rectanle en A ; H est le pied de la hauteur issue de A ; HC = 2 ; BH = 6 ; AC = 4

1. Construction du triangle BAC



2. Calcul de l'aire de chacun des trois triangles obtenus après la construction.

Après construction, les trois triangles obtenus sont : ABC rectangle en A , AHC rectangle en H et AHB rectangle en H

Calculons la mesure de la longueur AH

Dans le triangle AHC rectangle en H, on a AC =4cm , HC = 2cm

$AC^2 = HC^2 + AH^2$ donc, $AH^2 = AC^2 - HC^2 = 4^2 - 2^2 = 16 - 4 = 12$

Donc, $AH = 2\sqrt{3}$

Calculons la mesure de la longueur AB

$BC^2 = AC^2 + AB^2$ donc, $AB^2 = BC^2 - AC^2 = (6 + 2)^2 - 4^2 = 64 - 6 = 48$

Donc, $AB = \sqrt{48} = 4\sqrt{3}$

- Aire de ABC $= \frac{AB \times AC}{2} = \frac{4\sqrt{3} \times 4}{2} = 8\sqrt{3} \approx 13{,}86 \text{ cm}^2$
- Aire de AHC $= \frac{AH \times HC}{2} = \frac{2\sqrt{3} \times 2}{2} = 6\sqrt{3} \approx 3{,}46 \text{ cm}^2$
- Aire de AHB $= \frac{AH \times HB}{2} = \frac{2\sqrt{3} \times 6}{2} = 6\sqrt{3} \approx 10{,}4 \text{ cm}^2$

CONCOURS DIRECT D'ENTREE AU CAFOP (INSTITUTEUR ADJOINT)

Session 2019 **Durée : 2h**

Coefficient : 1

MATHEMATIQUES

Cette épreuve comporte deux (02) pages numérotées 1/2 et 2/2

EXERCICE 1 (4 points)

Pour chaque ligne du tableau ci-dessous, une seule affirmation est vraie.

Ecris sur ta copie le numéro de chaque ligne et la lettre de la colonne permettant d'avoir l'affirmation vraie.

Par exemple, pour la ligne 1, la réponse est : 1-B

		A	B	C
1	$\frac{7}{3} - \frac{6}{3} \text{x} \frac{5}{6}$	$\frac{15}{18}$	$\frac{2}{3}$	$\frac{6}{10}$
2	(2x + 3)(x + 1) – 8(x + 1) a pour forme factorisée	(x +1)(2x -11)	(x +1)(2x - 5)	(x + 1)(2x + 5)
3	$(3x - 1)^2$ a pour forme développée	$9x^2 - 1$	$3x^2 - 6x + 1$	$9x^2 - 6x + 1$
4	L'ensemble des solutions dans $\mathbb{R}$ de $3x - 4 < 5(x - 1)$ est	$]\frac{1}{2} ; \rightarrow[$	$[\frac{1}{2} ; \rightarrow[$	$]\leftarrow ; \frac{1}{2}[$
5	24 x 26 est égal à	2^{24}	4^{10}	2^{10}

EXERCICE 2 (6 points)

On pose $A = 2 + \sqrt{3}$; $B = \frac{1}{-2+\sqrt{3}}$ et $1{,}732 \leq \sqrt{3} \leq 1{,}733$

1) Justifie que A et B sont deux nombres opposés.
2) Montre que le produit $AB = -7 - 4\sqrt{3}$
3) Trouve la valeur de Q telle que Q et A soient inverses l'un de l'autre.
4) Encadre Q par deux décimaux consécutifs d'ordre 2.

EXERCICE 3 **(6 points)**

Dans le repère orthonormé (O, I, J), on donne :

- Trois points $A(-6\,;1)$; $B(6\,;6)$ et $C(24\,;8)$
- Les vecteurs $\overrightarrow{AB}\binom{12}{5}$ et $\overrightarrow{AC}\binom{30}{7}$

1) Détermine les coordonnées du point I milieu du segment[BC].
2) Trouve les coordonnées du point D tel que $\overrightarrow{AD} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC}$
3) Justifie que les droites (BD) et (AC) sont parallèles.

EXERCICE 4 **(4 points)**

L'unité est le centimètre. On ne te demande pas de reproduire la figure.

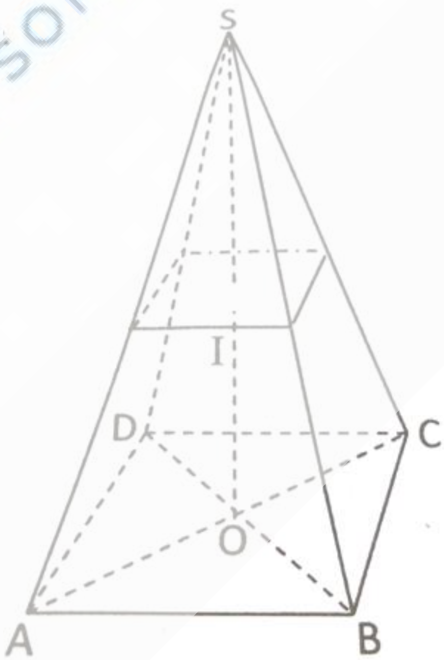
La figure ci-contre qui n'est pas en vraies grandeurs, SABCD est une pyramide régulière de base ABCD et de centre O.

On coupe cette pyramide par un plan parallèle au plan de la base. Ce plan passe par le point I du segment [SO].

On donne :

- SO = 4,5 cm et SI = 3 cm
- Le volume V' de la pyramide SABCD est V' = 20,25 cm^3.

1) Justifie que le coefficient de réduction de cette pyramide est $k = \frac{2}{3}$
2) Calcule le volume V de la pyramide réduite.



CONCOURS DIRECT D'ENTREE DANS LES CAFOP - Session

(INSTITUTEURS ADJOINTS)

CORRIGE ET BAREME MATHEMATIQUE

EXERCICE 1 (4 points)

1. B — 1 Point
2. B — 1 Point
3. C — 1 Point
4. A — 1 Point
5. C — 1 Point

EXERCICE 2 (6 points)

$A = 2+\sqrt{3}$; $B = \frac{1}{-2+\sqrt{3}}$ et $1,732 \leq \sqrt{3} \leq 1,733$

1) A et B sont opposés si A + B = 0

$B = \frac{1}{-2+\sqrt{3}} = \frac{-2-\sqrt{3}}{-2+\sqrt{3}} = \frac{-2-\sqrt{3}}{(-2+\sqrt{3})(-2-\sqrt{3})} = \frac{-2-\sqrt{3}}{4-3} = \frac{-2-\sqrt{3}}{1} = -2-\sqrt{3}$

A + B = $(2+\sqrt{3}) + (-2-\sqrt{3}) = 0$. Donc, A + B = 0.. 1 Point

A et B sont donc opposés

2) Montre que le produit A.B = $-7-4\sqrt{3}$

A.B = $(2+\sqrt{3})(-2-\sqrt{3}) = -(2+\sqrt{3})(2+\sqrt{3}) = -(2^2 + 2\text{x}2\sqrt{3} + (\sqrt{3})^2$ 0,5Point

= $-(4 + 4\sqrt{3} + 3) = -7-4\sqrt{3}$

A.B = $-7-4\sqrt{3}$ .... 0,5 Point

3) Q est l'inverse de A si AxQ = 1 ou Q = $\frac{1}{A}$

Q = $\frac{1}{A} = \frac{1}{2+\sqrt{3}}$ .... 1 Point

= $\frac{(2-\sqrt{3})}{(2+\sqrt{3})(2-\sqrt{3})} = \frac{2-\sqrt{3}}{1}$

Q = $\frac{1}{A}$ = = $2-\sqrt{3}$ .... 1 Point

4) Encadrement de Q par deux décimaux consécutifs d'ordre 2

$1,732 \leq \sqrt{3} \leq 1,733$

$-1,733 \leq -\sqrt{3} \leq 1,732$.. 1 Point

$2-1,733 \leq 2-\sqrt{3} \leq 2-1,732$

$0,267 \leq 2-\sqrt{3} \leq 0,268$

$0,267 \leq Q \leq 0,268$ .... 1 Point

EXERCICE 3 (6 points)

- $A(-6;1)$; $B(6;6)$ et $C(24;8)$
- $\overrightarrow{AB}\binom{12}{5}$ et $\overrightarrow{AC}\binom{30}{7}$

1) Coordonnées du point I milieu du segment $[BC]$

$x_I = \frac{x_B + x_C}{2}$ et $y_I = \frac{y_B + y_C}{2}$ .... 1 Point

$x_I = \frac{6+24}{2} = \frac{30}{2} = 15$ et $y_I = \frac{6+8}{2} = \frac{14}{2} = 7$.

Donc, $I(15;7)$ .... 1 Point

2) Coordonnées du point D tel que $\overrightarrow{AD} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC}$

$\overrightarrow{AD}\binom{X_{\overrightarrow{AB}}+X_{\overrightarrow{AC}}}{Y_{\overrightarrow{AB}}+Y_{\overrightarrow{AC}}}$ .... 0,5 Point

C'est-à-dire $\overrightarrow{AD}\binom{12+30}{5+7}$ ou $\overrightarrow{AD}\binom{42}{12}$ .... 0,5 Point

soit $D(x;y)$, on a $\overrightarrow{AD}\binom{x+6}{y-1}$.

Donc, $\begin{cases} x+6=42 \\ y-1=12 \end{cases}$, soit $\begin{cases} x=36 \\ y=13 \end{cases}$

Donc, $D(36;13)$ .... 1 Point

3) Justifie que les droites (BD) et (AC) sont parallèles

$\overrightarrow{BD}\binom{36-6}{13-6}$. Donc, $\overrightarrow{BD}\binom{30}{7}$ et $\overrightarrow{AC}\binom{30}{7}$

$\overrightarrow{BD} = \overrightarrow{AC}$. $\overrightarrow{BD}$ et $\overrightarrow{AC}$ sont colinéaires

Donc, (BD) et (AC) sont parallèles .... 2 Points

EXERCICE 4 (4 points)

- SO = 4,5 cm et SI = 3 cm
- Volume de la pyramide SABCD = v = 20,25 cm^3

1) Justifie que le coefficient de réduction de cette pyramide est $k = \frac{2}{3}$

$k = \frac{SI}{SO}$ .... 1 Point

$k = \frac{3}{4,5} = \frac{30}{45} = \frac{2}{3}$ .... 1 Point

2) Calcule le volume de la pyramide

$k^3 = \frac{Vr}{V}$ .... 1 Point

Donc, Vr = $k^3 . V = (\frac{2}{3})^3 . 20,25 = 6$ cm^3 .... 1 Point

CONCOURS DE RECRUTEMENT EXCEPTIONNEL DES ENSEIGNANTS CONTRACTUELS DU SECONDAIRE (I.A.)

Session 2019 **Durée : 2h**

Coefficient : 1

MATHEMATIQUES

Cette épreuve comporte deux (02) pages numérotées 1/2 et 2/2

EXERCICE 1 (3 points)

Pour chacune des affirmations suivantes, écris sur ta copie le numéro de l'affirmation puis, « *Vrai* » si l'affirmation est vraie et « *Faux* » si elle est fausse.

Par exemple : 1- Vrai

1) $\sqrt{169} = 13$
2) la factorisation de $9x^2 - 6\sqrt{2}x + 2$ est $(3x - \sqrt{3})^2$
3) $0 \leq x < 7$ signifie $x \in]\,0\,;\,7\,]$
4) Pour tous les nombres réels non nuls *a* et *b*, on a $\sqrt{a+b} = \sqrt{a} + \sqrt{b}$
5) On a $\sqrt{14} > \sqrt{13}$ alors $\frac{1}{\sqrt{14}} > \frac{1}{\sqrt{13}}$
6) Le développement de $(t - z)^2$ est égal à $t^2 - 2tz + z^2$

EXERCICE 2 (6 points)

Dans le plan muni d'un repère orthonormé (O ; I ; J), on donne les applications affines *f* et *g* telles que :

- $f(2) = -1$, $f(3) = 2$
- $g(x) = -\frac{1}{3}x + \frac{1}{3}$

On appelle $\mathcal{D}_1$), la représentation graphique de *f* et $\mathcal{D}_2$), la représentation de *g*

1) Justifie que $f(x) = 3x - 7$
2) Calcule $f\left(\frac{1}{\sqrt{3}}\right)$, (On écrira le résultat sans radical au dénominateur)
3) Justifie que $\mathcal{D}_1$ et $\mathcal{D}_2$) sont perpendiculaires.

EXERCICE 3 **(5 points)**

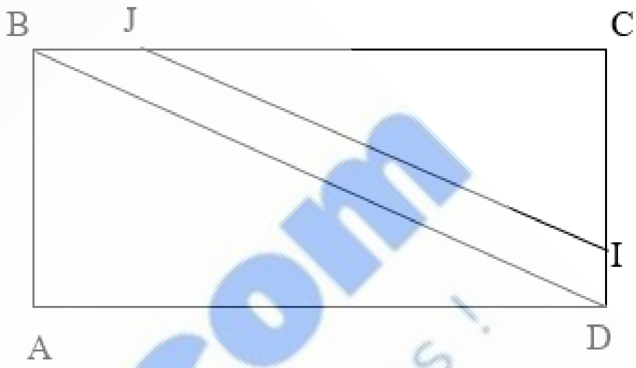
L'unité de longueur est le centimètre

On ne demande pas de reproduire la figure ci-contre sur ta copie.

On donne :

- ABCD un rectangle tel que : AB = 225 et AD = 375.
- Le point I ∈ [CD] tel que DI = 81 ;
- Le point J ∈ [BC] tel que JC = 240.

Justifie que les droites (IJ) et (BD) sont parallèles.

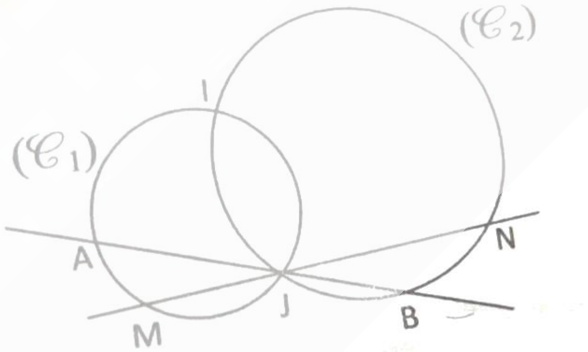


EXERCICE 4 **(6 points)**

On ne te demande pas de construire la figure ci-contre sur la copie.

Sur la figure ci-contre, on a :

- (C_1) et (C_2) sont sécants en I et J
- Les droites (AB) et (MN) se coupent en J
- mes $\widehat{IBJ}$ = mes $\widehat{INJ}$



1) Démontrez que mes $\widehat{IAJ}$ = mes $\widehat{IMJ}$
2) Démontre que $mes\ \widehat{AIB} = mes\ \widehat{MIN}$

CONCOURS DIRECT DE RECRUTEMENT EXCEPTIONNEL DES ENSEIGNANTS CONTRACTUELS DU PRESCOLAIRE ET DU PRIMAIRE

Session 2019

CORRIGE ET BAREME MATHEMATIQUES

EXERCICE 1 (3 points)

1)	Vrai	0,5 point
2)	Faux	0,5 point
3)	Faux	0,5 point
4)	Faux	0,5 point
5)	Faux	1 point
6)	Vrai	0,5 point

EXERCICE 2 (6 points)

1) Justifions que f(x) = 3x – 7

f est une application affine. Elle est donc de la forme **f(x) = ax + b**

- f(2) = -1 alors $2a + b = -1$ ❶ ....0,5 point
- f(3) = 2 alors $3a + b = 2$ ❷ ....0,5 point

La soustraction membre à membre donne : (3a – 2a) = 2 – (-1), soit a = 3…… **0,5 point**

En multipliant la première équation par (-3) et la deuxième par 2 et en faisant l'addition membre à membre, on a (-6a – 3b + 6a + 2b) = 3 + 4.

C'est à dire (-b = 7) , ou b = -7 .... **0,5 point**

Donc, f(x) = 3x – 7 ....**1 point**

2) Calculons f $\left(\frac{1}{\sqrt{3}}\right)$

$f\left(\frac{1}{\sqrt{3}}\right) = 3x\frac{1}{\sqrt{3}} - 7$ .... **0,5 point**

$= \frac{3\sqrt{3}}{\sqrt{3}x\sqrt{3}} - 7$ .... **0,5 point**

$f\left(\frac{1}{\sqrt{3}}\right) = \sqrt{3} - 7$ ....**0,5 point**

3) Justifions que (D_1) et (D_2) sont perpendiculaires

(D_1) : y = 3x – 7 est sous la forme y = ax + b

(D_2) : y = $-\frac{1}{3}x+\frac{1}{3}$ est sous la forme y = a'x + b

Pour que (D_1) soit perpendiculaire à (D_2) a.a' = -1

Or, $3.\left(-\frac{1}{3}\right)=\frac{-3}{3}=-1.$ .... **1 point**

Donc, (D_1) perpendiculaire à (D_2) ....**0,5 point**

EXERCICE 3 **(5 points)**

Dans ce rectangle ABCD, AB = DC = 225

DC = DI + IC. Donc, IC = 225 – 81 = 144 car DI = 81

Dans ce rectangle ABCD, DA = CB = 375

CB = CJ + JB. Donc, JB = CB – CJ = 375 – 240 = 135

Considérons le triangle BCD ....**0,5 point**

Calculons $\frac{CJ}{CB}$ *et* $\frac{CI}{CD}$ ....**0,5 point**

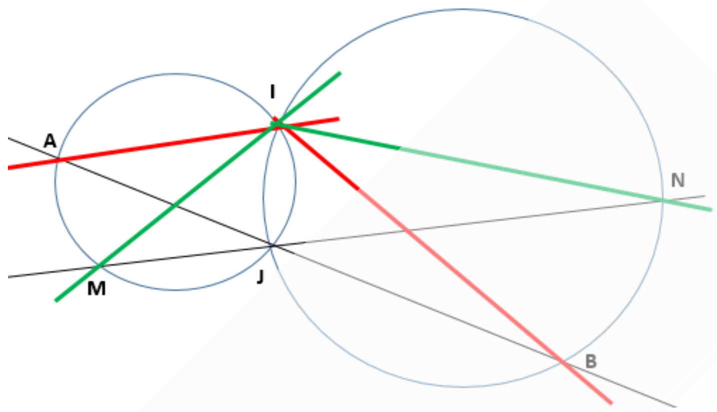
- $\frac{CJ}{CB}=\frac{140}{375}=\frac{48X5}{75X5}=\frac{48}{75}=\frac{16}{25}$ ....**1 point**
- $\frac{CI}{CD}=\frac{81}{225}=\frac{144}{225}=\frac{16}{25}$ ....**1 point**

On obtient alors $\frac{CJ}{CB}=\frac{CI}{CD}=\frac{16}{25}$ ....**1 point**

D'après la réciproque de la propriété de Thalès, $\frac{CJ}{CB}=\frac{CI}{CD}$.

Donc, les droites (IJ) et (BD) sont parallèles ....**1 point**

EXERCICE 4 **(6 points)**



1) Démontrez que mes $\widehat{IAJ}$ = mes $\widehat{IMJ}$

- $\widehat{IAJ}$ intercepte l'arc $\widehat{IJ}$ ……………………………………………………………….0,5 **point**
- $\widehat{IMJ}$ intercepte l'arc $\widehat{IJ}$ ……………………………………………………………….**0,5 point**

Deux angles qui interceptent le même arc de cercle ont la même mesure.

Donc, mes $\widehat{IAJ}$ = mes $\widehat{IMJ}$ ……………………………………………………………….**1 point**

2) Démontrez que mes $\widehat{AIB}$ = mes $\widehat{MIN}$

- Dans le triangle AIB, on a mes $\widehat{AIB}$ + Mes $\widehat{IBA}$ + mes $\widehat{IAB}$ = 180°

Puisque mes $\widehat{IBA}$ = mes $\widehat{IBJ}$ et que mes $\widehat{IAB}$ = mes $\widehat{IAJ}$, alors

mes $\widehat{AIB}$ + mes $\widehat{IBJ}$ + mes $\widehat{IAJ}$ = 180° …………………………………………….**1 point**

- Dans le triangle MIN, on a mes $\widehat{MIN}$ + mes $\widehat{IMN}$ + mes $\widehat{INM}$ = 180°

Comme mes $\widehat{IMN}$ = mes $\widehat{IMJ}$ et que mes $\widehat{INM}$ = mes $\widehat{INJ}$, alors

mes $\widehat{MIN}$ + mes $\widehat{IMJ}$ + mes $\widehat{INJ}$ = 180°. ……………………………………………….**1 point**

Or, dans l'énoncé, mes$\widehat{IBJ}$ = mes$\widehat{INJ}$ et mes $\widehat{IAJ}$ = mes $\widehat{IMJ}$

Donc, mes$\widehat{IBJ}$ + mes$\widehat{IAJ}$ = mes$\widehat{IMJ}$ + mes$\widehat{INJ}$ …………………………………….**1 point**

Conclusion : mes $\widehat{AIB}$ = mes$\widehat{MIN}$ ……………………………………………………….**1 point**

CONCOURS DIRECT D'ENTREE DANS LES CAFOP (INSTITUTEUR ADJONT)

SESSION 2020 **Durée : 2h**

Coefficient : 1

MATHEMATIQUES

Cette épreuve comporte deux (02) pages numérotées 1/2 et 2/2

EXERCICE 1 (4 points)

Calcule les expressions suivantes et donne le résultat le plus simple possible :

- $A = - 4\sqrt{63} - 2\sqrt{28} + 2\sqrt{112}$
- $B = \dfrac{7{,}2 \times 10^{-6} \times 18 \times 10^{7}}{192 \times (10^{-10})^{2}}$
- $C = \dfrac{25}{13} - \dfrac{-2}{13} \times \dfrac{13}{5}$

EXERCICE 2 (6 points)

On donne le système (S) de deux équations du premier degré à deux inconnus *x* et *y*

$$(S): \begin{cases} x + y = 40 \\ 9x + 5y = 312 \end{cases}$$

1) Résous le système (S)
2) Une communauté religieuse de 40 personnes décide d'organiser une sortie de recollection spirituelle. La participation d'un adulte coûte 900 FCFA alors qu'un adolescent paie 500 FCFA. Les organisateurs ont encaissé la somme de 31200 FCFA.
   a. Ecris un système d'équations traduisant les énoncés du problème.
   b. Détermine le nombre d'adultes et le nombre d'adolescents qui prendront le départ.

EXERCICE 3 **(5 points)**

L'unité de mesure est le centimètre.

On ne te demande pas de reproduire la figure ci-contre.

Sur la figure ci-contre qui n'est pas en vraies grandeurs, on donne :

- PC = 3, MP = 4 et AB = 12
- Les droites (MP) et (BA) sont parallèles.

1) Justifie que $\frac{CP}{CA} = \frac{CM}{CB}$

2) Justifie que $\frac{MP}{BA} = \frac{1}{3}$

3) Détermine la distance CA

4) Calcule la distance AP

EXERCICE 4 **(5 points)**

Le professeur de mathématiques d'une classe de terminale scientifique de 20 élèves, a relevé les notes sur 20 élèves à un devoir.

Le tableau ci-dessous indique les résultats obtenus.

12	12	11	14	15
12	12	11	13	15
13	12	12	11	12
14	11	12	12	14

1) Donne le tableau des effectifs.
2) Donne le mode de la série statistique.
3) Calcule la moyenne de la classe.
4) Construire le diagramme circulaire de cette série statistique. On prendra 5 cm pour la longueur du rayon.

CONCOURS DIRECT D'ENTREE DANS LES CAFOP (INSTITUTEUR ADJONT)

SESSION 2020 **Durée : 2h**

Coefficient : 1

CORRIGE MATHEMATIQUES

***Cette épreuve** comporte deux (02) pages numérotées 1/2 et 2/2*

EXERCICE 1 **(4 points)**

Calcule les expressions suivantes et donne le résultat le plus simple possible :

- **A = $-4\sqrt{63} - 2\sqrt{28} + 2\sqrt{112}$**

A = $-4\sqrt{9x7} - 2\sqrt{4x7} + 2\sqrt{7x16}$

A = $-4\sqrt{7}\ x\sqrt{9} - 2\sqrt{7}\ x\ \sqrt{4} + 2\sqrt{7}\ x\ \sqrt{16}$

A = $\sqrt{7}(-4\ x\sqrt{9} - 2x\ \sqrt{4} + 2x\sqrt{16})$

Or, $\sqrt{9} = 3$; $\sqrt{4} = 2$ et $\sqrt{16} = 4$

Donc, A = $\sqrt{7}(-4x3 - 2x2 + 2x4)$

A = $\sqrt{7}(-12 - 4 + 8)$

$\boxed{A = -8\sqrt{7}}$ ……………………………………………………………1,5 point

- $B = \dfrac{7{,}2 \text{ x } 10^{-6} \text{x } 18 \text{ x } 10^{7}}{192 \text{ x } (10^{-10})^{2}}$

$$B = \frac{7{,}2 \text{ x } 18 \text{ x } 10^{-6+7}}{192 \text{ x } (10^{-10x2})} = \frac{7{,}2 \text{ x } 18 \text{ x } 10^{-6+7}}{192 \text{ x } (10^{-10x2})} = \frac{129{,}6x10^{1}}{192 \text{ x } (10^{-20})}$$

$$B = \frac{129{,}6}{192} x \frac{10}{10^{-20}} = 675x10^{-3} \text{ x } 10^{21} = 675x10^{18}$$

$\boxed{B = 675x10^{18}}$ Ou $\boxed{B = 6{,}75x10^{20}}$ ………………………….1,5 point.

- $C = \dfrac{25}{13} - \dfrac{-2}{13} \text{ x } \dfrac{13}{5}$

$$C = \frac{25}{13} - \frac{-2}{5} = \frac{25}{13} + \frac{2}{5} = \frac{(25 \text{ x } 5) + (13 \text{ x } 2)}{13 \text{ x } 5} = \frac{125 + 26}{65} = \frac{151}{65}$$

$\boxed{C = \dfrac{151}{65}}$ **…………………………………………… 1 point**

EXERCICE 2 **(6 points)**

1.

Résolution du système par la méthode de combinaison

$$(S):\begin{cases} x+y=40 \ldots\ldots..(x9) \\ 9x+5y=312\ (x(-1)) \end{cases}$$

$$(S):\begin{cases} x+y=40 \\ 9x+5y=312 \end{cases} \left| \begin{matrix} (x5) \\ (x(-1)) \end{matrix} \right| \begin{matrix} (x9) \\ (x(-1)) \end{matrix}$$

$$(S):\begin{cases} 5x+5y=200 \\ -9x-5y=-312 \end{cases}$$
$-4x = -112$
$x = 28$

$$(S):\begin{cases} 9x+9y=360 \\ -9x-5y=312 \end{cases}$$
$4y = 48$
$y = 12$

1,5 point

$\boxed{S=\{(25;12)\}}$ ……………………………………………**0,5 point**

2.

a. Système d'équations traduisant les énoncés du problème.

Soit X le nombre d'adultes

Y le nombre d'adolescents qui prendront le départ.

X + Y =40

900X+ 500 Y = 31200

Le système d'équations traduisant les énoncés du problème est

$$S=\begin{cases} x+y=40 \\ 900x+500y=31200 \end{cases}$$ ……………………………………………**1 point**

En divisant la deuxième équation par 100, on à :

$$S=\begin{cases} x+y=40 \\ 9x+5y=312 \end{cases}$$ ……………………………………………. **1 point**

b. Détermine le nombre d'adultes et le nombre d'adolescents qui prendront le départ.

Cette équation est équivalente à la précédente qui a pour solution

$S=\{(28;12)\}$

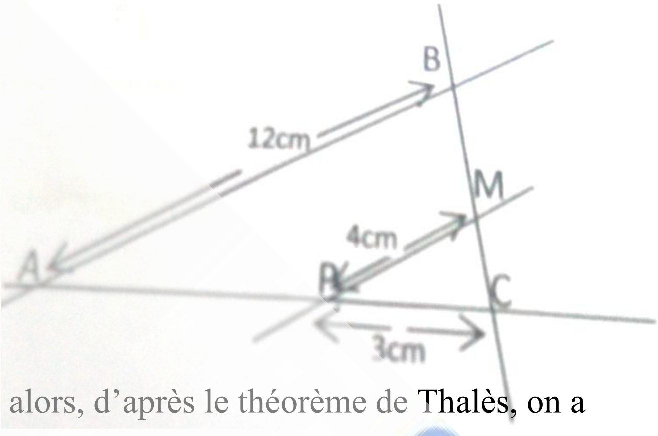
Conclusion : le nombre d'adultes qui prendront le départ est : 25

Le nombre d'adolescents qui prendront le départ est : 12

2 points

EXERCICE 3 **(5 points)**

- PC = 3, MP = 4 et AB = 12
- Les droites (MP) et (BA) sont parallèles.



1) Justifie que $\frac{\text{CP}}{\text{CA}} = \frac{\text{CM}}{\text{CB}}$

C, P et A sont alignés

De même, C, M et B sont alignés

Puisque les droites (MP) et (BA) sont parallèles, alors, d'après le théorème de Thalès, on a

$\frac{CP}{CA} = \frac{\text{CM}}{CB}$ ……………………………………………………………… **1 point**

2) Justifie que $\frac{\text{MP}}{\text{BA}} = \frac{1}{3}$

D'après le théorème de Thalès, $\frac{CP}{CA} = \frac{\text{CM}}{CB} = \frac{\text{MP}}{BA} = \frac{\text{MP}}{AB} = \frac{4}{12} = \frac{1}{3}$

Donc, $\frac{\mathbf{MP}}{\boldsymbol{BA}} = \frac{\mathbf{1}}{\mathbf{3}}$ ……………………………………………………………………… **1 point**

3) Détermine la distance CA

Donc, $\frac{CP}{CA} = \frac{1}{3}$, c'est-à-dire CA = 3CP = 3x3 = 9 cm………………… **1 point**

$\boxed{\textbf{CA = 3CP = 3x3 = 9 cm}}$ ……………………………………………… **1 point**

4) Calcule la distance AP

AP + PC = AC ……………………………………………………………………… **0,5 point**

Donc, AP = AC – PC = 9 – 3

$\boxed{\textbf{AP = 6 cm}}$ ……………………………………………… **0,5 point**

EXERCICE 4 (5 points)

1. **Tableau des effectifs**

Modalités	11	12	13	14	15
Effectifs	4	9	2	3	2

……… **1,5 point**

1) Donne le mode de la série statistique.

Le mode de la série statistique est 12 …………………………………… **0,5 point**

2) Moyenne de la classe.

$$M = \frac{(11x4)+(12x9)+(13x2)+(14x3)+(15x2)}{20}$$

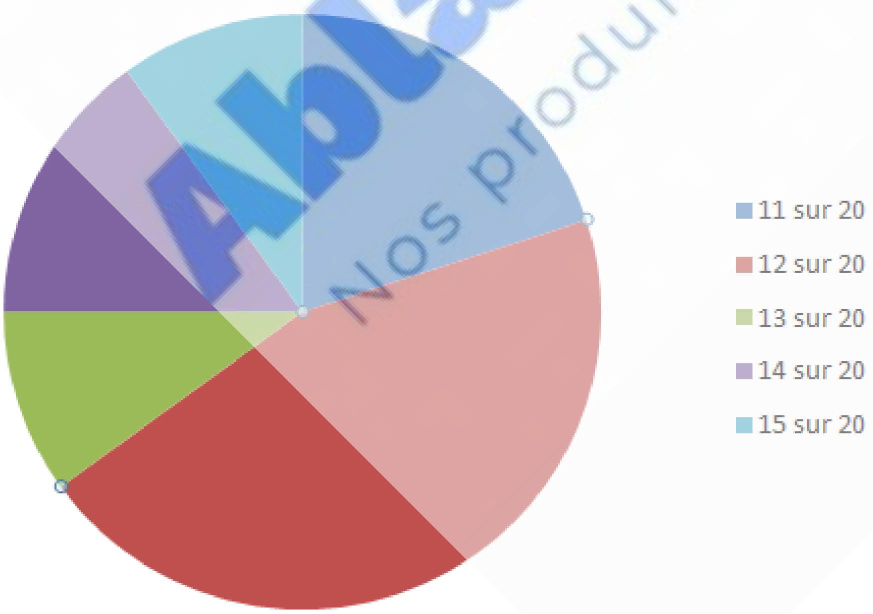
$$M = \frac{44+108+26+42+30}{20} = \frac{250}{20} = 12{,}5$$

$\boxed{M = 12{,}5}$ …………………………………………………… **1 point**

3) Construire le diagramme circulaire de cette série statistique. On prendra 5 cm pour la longueur du rayon.

Modalités		11	12	13	14	15
Effectifs	20	4	9	2	3	2
Angle (°)	360°	72°	162°	36°	54°	36°

……… **1 point**



……… **1 point**

CONCOURS DIRECT D'ENTREE AU CAFOP (INSTITUTEUR ADJOINT)

SESSION 2021 **Durée : 2H**

Coefficient : 1

MATHEMATIQUES

Cette épreuve comporte deux (02) pages numérotées 1/2 et 2/2.

Le candidat recevra une feuille de papier millimétré.

EXERCICE 1 (6 points)

On donne $A = \frac{4}{7+3\sqrt{5}}$ et $B = 3\sqrt{5} - 7$

1. Ecris A sans un dénominateur rationnel.
2. a) Justifie que B est négatif
   b) Justifie que $A = -B$
   c) Encadre A par deux décimaux consécutifs d'ordre 2.
3. Sachant que $k = (A - B)^2$, justifie que $\sqrt{k} = 2A$

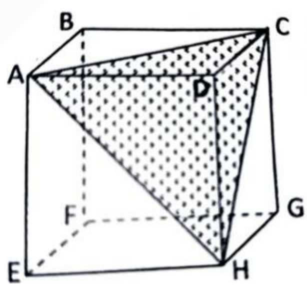
EXERCICE 2 (4 points)

Résous graphiquement le système (I) de deux inéquations d'inconnus *x* et *y*.

$$(\mathrm{I}): \begin{cases} 3x + 7y > -7 \\ -3x + 2y > -12 \end{cases}$$

EXERCICE 3 (4 points)

L'unité est le centimètre
On ne te demande pas de reproduire la figure
contre qui n'est pas en grandeurs réelles ; ABCDEFGH
représente un cube de 6cm d'arête



1) Justifie que ACH est un triangle équilatéral.
2) Calcule la distance AC.
3) Calcule l'aire du triangle ACH.

CONCOURS DIRECT D'ENTREE AU CAFOP (INSTITUTEUR ADJOINT)
SESSION 2021

CORRECTION DE L'EPREUVE DE MATHEMATIQUES -

EXERCICE 1 **(6 POINTS)**

$A = \frac{4}{7+3\sqrt{5}}$ et $B = 3\sqrt{5} - 7$

1. **Ecris A sans un dénominateur rationnel**

$A = \frac{4}{7+3\sqrt{5}} = \frac{4(7-3\sqrt{5})}{(7+3\sqrt{5})(7-3\sqrt{5})} = \frac{4(7-3\sqrt{5})}{49-45} = \frac{4(7-3\sqrt{5})}{4}$

$\mathbf{A = (7 - 3\sqrt{5})}$ .... **1 point**

2. .

a) Justifie que B est négatif

$B = 3\sqrt{5} - 7$

$(3\sqrt{5})^2 = 9 \times 5 = 45$ et $7^2 = 49$

$45 < 49$ donc, $\sqrt{45} < \sqrt{49}$ c'est-à-dire $3\sqrt{5} < 7$

Donc, $3\sqrt{5} - 7 < 0$

Conclusion : $B < 0$ .... 1 point

b) Justifie que A = -B

Première méthode :$-B = -(B = 3\sqrt{5} - 7) = -3\sqrt{5} + 7 = (7 - 3\sqrt{5}) = A$.

Donc, $A = -B$

Première méthode : $A + B = (7 - 3\sqrt{5}) + (3\sqrt{5} - 7) = (7 - 7) + (-3\sqrt{5} + 3\sqrt{5})$

$A + B = 0$. Donc, $A = - B$ ....1 point

c) Encadre A par deux nombres décimaux d'ordre 2

$2{,}236 < \sqrt{5} < 2{,}237$

$3 \times 2{,}236 < 3\sqrt{5} < 3 \times 2{,}237$ c'est-à-dire $6{,}708 < 3\sqrt{5} < 6{,}711$

$-6{,}711 < -3\sqrt{5} < -6{,}708$ ....0,5 point

$7 - 6{,}7083 < 7 - 3\sqrt{5} < 7-6{,}708$

c'est-à-dire $0{,}289 < 7 - 3\sqrt{5} < 0{,}292$ ....0,5 point

$0{,}29 < 7 - 3\sqrt{5} < 0{,}30$. Donc, $0{,}29 < A < 0{,}30$ ....0,5 point

3. **Sachant que $k = (A - B)^2$; justifie que $\sqrt{k} = 2A$**

$A - B = (7 - 3\sqrt{5}) - (3\sqrt{5} - 7) = 14 - 6\sqrt{5} = 2(7 - 3\sqrt{5})$ ....0,5 point

$k = (A - B)^2 = 4(7 - 3\sqrt{5})^2$. Donc,

$\sqrt{k} = \sqrt{4(7 - 3\sqrt{5})2} = 2(7 - 3\sqrt{5}) = 2A$ ....0,5 point

Donc, $\sqrt{k} = 2A$ ....0,5 point

EXERCICE 2 (4 POINTS)

Résous graphiquement le système (I) de deux équations d'inconnus x et y

$$(\mathrm{I}) : \begin{cases} 3x + 7y > -7 \\ -3x + 2y > -12 \end{cases}$$

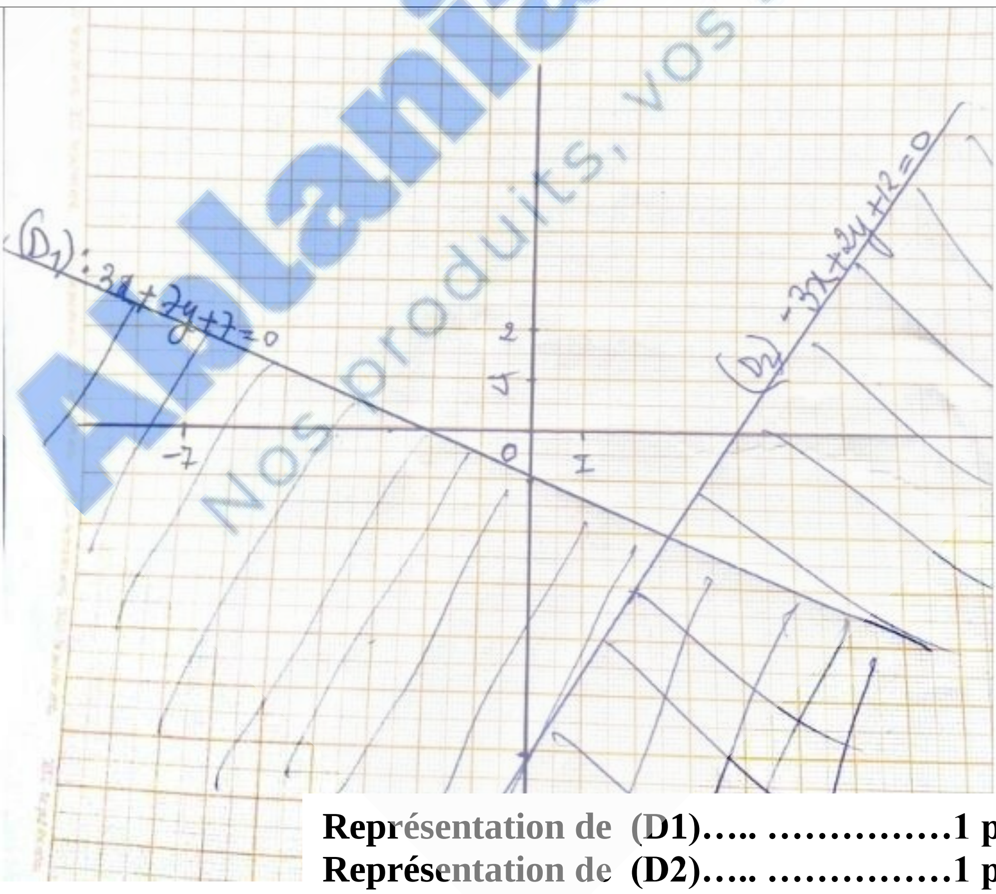
- Traçons la droite (D_1) d'équation $3x + 7y = -7$ et hachurons sur le dessin le demi-plan ne contenant le point O(0 ;0) car 3x0 + 7x0 = 0 et 0 > 7
- Traçons la droite (D_2) d'équation $-3x + 2y = -12$ et hachurons sur le dessin le demi-plan ne contenant le point O(0 ;0) car -3x0 + 2x0 = 0 et $0 > -12$
- L'ensemble des solutions S est donc l'ensemble des couples (x ; y) correspondant aux coordonnées des points M se trouvant dans la partie non-hachurée, c'est-à-dire le demi-plan contenant le point O(0 ;0)

	X	Y			X	y
(D_1) : $3x + 7y = -7$	0	-7		(D_2) : $-3x + 2y = -12$	0	2
	-1	2			-6	-3

(D_1) sera représenté par les points **A(0 ; -1) et B(-7 ;-2)**

(D_2) sera représenté par les points **A'(0 ;-6) et B'(2 ; -3)**

……1 point



Représentation de (D1)….. ……………1 point
Représentation de (D2)….. ……………1 point
Identification correcte de S ……………1 point

EXERCICE 3 **(4 POINTS)**

1. ABCDEFGH est un cube à 6 faces carrées superposables.

- Dans un carré, les diagonales ont la même mesure.
- [AC] est une diagonale de ABCD. (1)
- CGHD est une face de ce cube ; donc [CH] est une diagonale de CGHD. (2)
- ADHE est une face de ce cube ; donc [HA] est une diagonale de ADHE. (3)

D'après (1) ; (2) et (3), [AC] ; [CH] et [HA] ont la même mesure.
Donc, ACH est un triangle équilatéral. ……………………………………**1,5 point**

2. **Calcule la distance AC**

ABCD est un carré dont la mesure en centimètre du côté est 6. Donc la mesure de sa diagonale AC est $AB\sqrt{2}$, c'est-à-dire $6\sqrt{2}$.
Donc, $AC = 6\sqrt{2}$ ……………………………………………………………**1 point**

3. **Calcule de l'aire du triangle ACH**

Soit P le pied de la hauteur issu de C. l'aire de ACH est $\frac{AH \times CP}{2}$

$CP^2 = AC^2 - AP^2 = (6\sqrt{2})^2 - (3\sqrt{2})^2 = 72 - 18 = 54$. ……………………**0,5 point**

Donc, $CP = 3\sqrt{6}$ ……………………………………………………………**0,5 point**

donc, Aire ACH $= \frac{6\sqrt{2} \times 3\sqrt{6}}{2} = \frac{18\sqrt{12}}{2} = 18\sqrt{3}$ …………………………**0,5 point**

EXERCICE 4 **(6 POINTS)**

A(2 ;5) B(2 ;1) D(-1 ; 5)

1) **Démontre que le triangle ABD est rectangle en A.**

$\overrightarrow{AB}\begin{pmatrix}2-2\\1-5\end{pmatrix}$ et $\overrightarrow{AD}\begin{pmatrix}-1-2\\5-5\end{pmatrix}$ d'où, $\overrightarrow{AB}\begin{pmatrix}0\\-4\end{pmatrix}$ et $\overrightarrow{AD}\begin{pmatrix}-3\\0\end{pmatrix}$

$\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{AD} = (0\times(-3)) + (-4).0 = 0 + 0 = 0$

$\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{AD} = 0$ donc, $\overrightarrow{AB} \perp \overrightarrow{AD}$. D'où, **ABD est rectangle en A.** ………………… **1 point**

2) **Calcule les coordonnées du point E, centre du cercle (C)**

ABD est rectangle en A. Donc, [DB] = diamètre de (C)
E étant le centre de (C), alors E = milieu de [DB]

- $X_E = \frac{1}{2}(2-1)$ c'est-à-dire $X_E = \frac{1}{2}$
- $Y_E = \frac{1}{2}(1+5)$ c'est-à-dire $Y_E = 3$

Donc, $E(\frac{1}{2} ; 3)$ ……………………………………………………… 1 point

3) Détermine une équation de la droite (BD)

$\overrightarrow{BD}\begin{pmatrix}-1-2\\5-1\end{pmatrix}$ C'est-à-dire $\overrightarrow{BD}\begin{pmatrix}-3\\4\end{pmatrix}$ ……………………………………………**0,5 point**

Soit M(x ;y) ∈ (BD). Donc, $\overrightarrow{BM}\begin{pmatrix}x-2\\y-1\end{pmatrix}$ et $\overrightarrow{BD}\begin{pmatrix}-3\\4\end{pmatrix}$ sont colinéaires

D'où, $\det(\overrightarrow{BM}\,;\overrightarrow{BD}) = \begin{vmatrix}x-2 & -3\\ y-1 & 4\end{vmatrix} = 0$

Donc, $4(x-2) - (-3)(y-1) = 4x + 3y - 8 - 3 = 0$

(BD) : $4x + 3y - 11 = 0$ est une équation de la droite (BD) ………………. 1 point

4) Détermine une équation de la tangente (T)

(T) est la tangente au cercle (C) au point B. Donc, (T) ⊥ (DB) au point B.

Soit N(x ;y) ∈ (T).

Donc, $\overrightarrow{NB} \perp \overrightarrow{DB}$

$\overrightarrow{NB}\begin{pmatrix}x-2\\y-1\end{pmatrix} \perp \overrightarrow{DB}\begin{pmatrix}3\\-4\end{pmatrix}$. ……………………………………………………………… **1 point**

-

D'où, $3(x-2) + (-4)(y-1) = 0$

(T) : $3x - 4y - 2 = 0$ est une équation de la tangente au cercle (C) au point B ……… ……………………………………………………………………………………………0,5 point

5) Démontrons que F appartient à (C)

Le cercle (C) est circonscrit au triangle ABD rectangle en A.

Le centre E du cercle (C) est le milieu de [DB].

A est un point de (C).

(BD) est un axe de symétrie de (C)

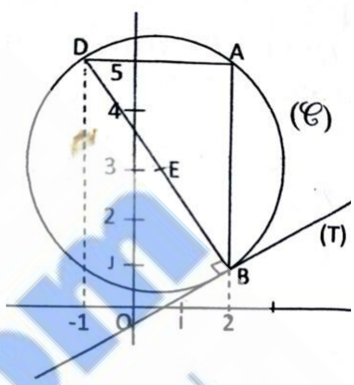
Le symétrique de A par rapport à (BD) est un point de (C).

Donc, F appartient à (C) …………………………………………………….... 1 point

EXERCICE 4 **(4 points)**

Sur la figure ci-contre qui n'est pas en vraies grandeurs ;

- (O,I,J) est un repère orthonormé ;
- On donne les points suivants : A(2 ;5) B(2 ;1) et D(-1 ;5)
- Le point E est le centre du cercle (𝒞)
- Le cercle (𝒞) est circonscrit au triangle ABD ;
- La droite (T) est la tangente à (𝒞) au point B.
- Le point F est le symétrique du point A par rapport à la droite (BD)



1) Démontre que le triangle ABD est rectangle en A.
2) Calcule les coordonnées du point E, centre du cercle (𝒞).
3) Détermine une équation de la droite (BD).
4) Détermine une équation de la tangente (T).
5) Démontre que le point F appartient au cercle (𝒞).

CORRECTION IO 2007 MATHEMATIQUES

EXERCICE 1

Soit (E) : $x \in R$, $e^{2x} + 2.e^x - 15 = 0$

1/ Vérifions si - ln2 et ln3 sont solutions de l'équation (E)

$E(-\ln 2) = e^{2x(-\ln 2)} + 2.\, e^{-\ln 2} - 15$

$= e^{2x \ln 1/2} + 2.e^{\ln ½} - 15$

$= e^{\ln 1/4} + 2.e^{\ln ½} - 15$

$= \frac{1}{4} + 2 \times \frac{1}{2} - 15$

$= \frac{1}{4} - 14 = \frac{1}{4} - \frac{56}{4} = -\frac{55}{4} \neq 0$ donc - ln2 n'est pas solution de (E).

$E(\ln 3) = e^{2\ln 3} + 2.e^{\ln 3} - 15$

$= e^{\ln 9} + 2.e^{\ln 3} - 15$

$= 9 + 2x3 - 15$

$= 9 + 6 - 15 = 0$ donc ln3 est solution de (E).

2/ Résolvons l'équation (E).

Soit $X = e^x$

$E(X) : X^2 + 2X - 15 = 0$

$\Delta = b^2 - 4ac = 4 - [4 x(-15)] = 64$

$X_1 = (-b - \sqrt{\Delta}) / 2a = \frac{-2-8}{2} = -5$

$X_2 = (-b + \sqrt{\Delta}) / 2a = \frac{-2+8}{2} = 3$

Déterminons les valeurs de x en fonction des valeurs de X

$X = e^x = -5$

$e^x = -5$ impossible

$X = e^x = 3$

$e^x = e^{\ln 3}$

$x = \ln 3$ on a donc $S_R = \{ \ln 3\}$

EXERCICE 2

1/ a) Le crédit de consommation de Mlle Badou au début du 1[er] mois

C = 5000 F + 18 000 F

= 23.000 F

b) Justifions que le crédit de consommation dont dispose Mlle Badou au début du 2[ème] mois est égal à 20300F.

C = 23.000 x 10% + 18 000

= 23000 x 10 / 100 + 18.000 = 2300 + 18.000 = 20.300 F

On a donc C = 20.300 F

2/ Le crédit de consommation dont dispose Mlle Badou au début du 3[ème] mois.

C = 20.300 x 10% + 18.000

= 2.030 + 18.000

= 20.030 F

3/ a) Précisons les valeurs de U_1, U_2, U_3

$U_1 = 23.000$ F $\quad U_2 = 20.300$ F $\quad U_3 = 20.030$ F

b) $U_4 = U_3 \times 10\% + 18.000$

$= 0{,}1\, U_3 + 18\,000 = 0{,}1 \times 20.030 + 18.000 = 2003 + 18.000 = 20.003$

$U_4 = 20.003$

c) $U_2 = 0,1\ U_1 + 18.000$ $U_3 = 0,1\ U_2 + 18.000$

$U_4 = 0,1\ U_3 + 18.000$ on peut donc conclure que pour tout nombre entier naturel non nul n, on a : $U_{n+1} = (0,1)\ U_n + 18.000$

4/ Pour tout entier naturel non nul n, on pose $V_n = U_n - 20.000$

a) Démontrons que (V_n) est une suite géométrique de raison 0,1 et précisons le premier terme.

$V_n = U_n - 20.000$

$V_{n+1} = U_{n+1} - 20.000$

$= (0,1)\ U_n + 18.000 - 20.000$

$V_{n+1} = (0,1)\ U_n - 2.000$

$V_{n+1} = (0,1)\ U_n - 2000$ et $V_n = U_n - 20.000$ on remarque que

$V_{n+1} = 0,1 V_n$ on peut donc conclure que la suite V_n est une suite géométrique de raison 0,1.

Précisons le premier terme :

$V_n = U_n - 20.000$

$V_1 = U_1 - 20.000$

$V_1 = 23.000 - 20.000 = 3.000$

V_n est donc une suite géométrique de raison 0,1 et de premier terme $V_1 = 3.000$

b) Exprimons V_n en fonction de n.

La suite géométrique V_n de raison q = 0,1 et de premier terme $V_1 = 3.000$ est définie par : $q^{n-1}.\ V_1$

$V_n = (0,1)^{n-1}.3.000$ $\boxed{V_n = 3.000.\ (0,1)^{n-1}}$

c) Déduisons-en U_n en fonction de n.

$V_n = U_n - 20.000$

$U_n = V_n + 20.000$

$\boxed{U_n = 3.000.\ (0,1)^{n-1} + 20.000}$

d) Justifions que le crédit de consommation de Mlle Badou reste toujours supérieur à 20.000 F.

Le crédit de consommation de Mlle Badou est représenté ici par U_n. Vérifions donc si U_n est toujours supérieur à 20.000

$U_n = 3.000.\ (0,1)^{n-1} + 20.000$

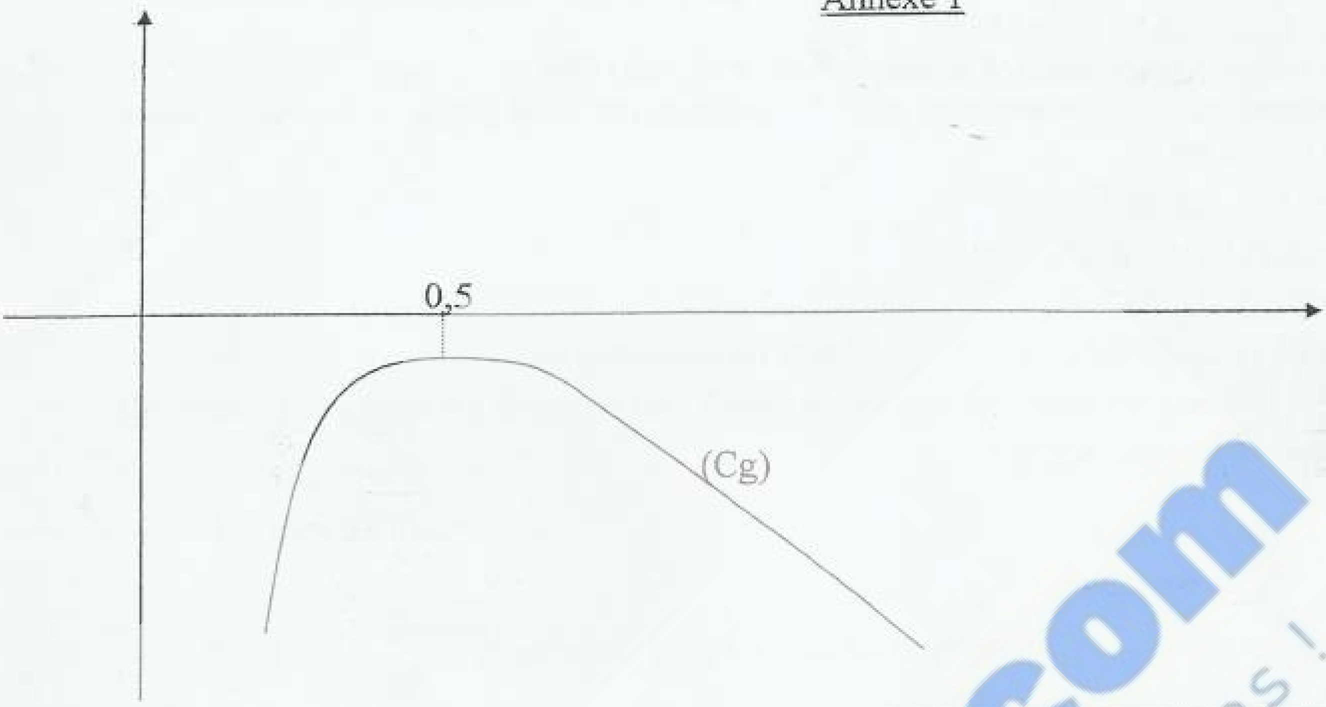
$(0,1)^{n-1} > 0$ donc $3.000.\ (0,1)^{n-1} > 0$

$3.000.\ (0,1)^{n-1} + 20.000 > 20.000$

On a donc $\boxed{U_n > 20.000}$. Le crédit de consommation de Mlle Badou reste toujours supérieur à 20.000 F.

EXERCICE 3

Annexe 1



Annexe 2

PARTIE A

tableau de variation de g(x)

1/

x	0		0,5		$+\infty$
$g'(x)$	||	+	0	-	
$g(x)$	||	↗	$g(0{,}5)$	↘	

2/

a /

x	0		0,5		$+\infty$
$a(x)$	||	+	0	-	

x	0		0,5		1,5		$+\infty$
$b(x)$	||	+	0	-	0	+	

x	0		$+\infty$
$c(x)$	||	-	

b/ C'est a(x) qui coïncide avec g' sur l'intervalle $]0;+\infty[$ car a(x) s'annule pour l'unique valeur x = 0,5

PARTIE B

Considérons la fonction numérique f dérivable sur R-{0} et définie par : $f(x) = \frac{1-2x}{x}$

1/ Démontrons que la droite (Δ) d'équation y = -2 est une asymptote à (ε).

$f(x) = \frac{1-2x}{x} = \frac{1}{x} - \frac{2x}{x} = \frac{1}{x} - 2$

$\lim_{x \to \infty} f(x) = \lim_{x \to \infty} (\frac{1-2x}{x}) = \lim_{x \to \infty} (\frac{1}{x} - 2) = -2$

$\lim_{x \to \infty} f(x) = -2$ donc la droite d'équation $y = -2$ est asymptote horizontale à (ε) en + ou $-\infty$

2/ $\lim_{\substack{x \to 0 \\ x > 0}} f(x) = \lim_{\substack{x \to 0 \\ x > 0}} \frac{1-2x}{x} = \frac{1}{0+} = +\infty$ graphiquement cela traduit que la droite d'équation $x = 0$ est asymptote verticale à (ε) en $+\infty$

3/ Démontrons que le point A(0 ;-2) est un centre de symétrie de la courbe (ε).

Pour le faire démontrons que la fonction $g(x) = f(x+\alpha) - b$ dont la représentation graphique est l'image de (ε) par la translation de vecteur $\vec{A0}$ est impaire.

Avec A (α ; b) dans notre cas, A(0 ; -2).

$g(x) = f(x + \alpha) - b$
$= f(x+0) + 2$
$= f(x) + 2$
$= \frac{1-2x}{x} + 2$
$= \frac{1-2x+2x}{x}$

$g(x) = 1/x$

Montrons que g(x) est impaire.

$g(-x) = 1/-x = -1/x = -g(x)$

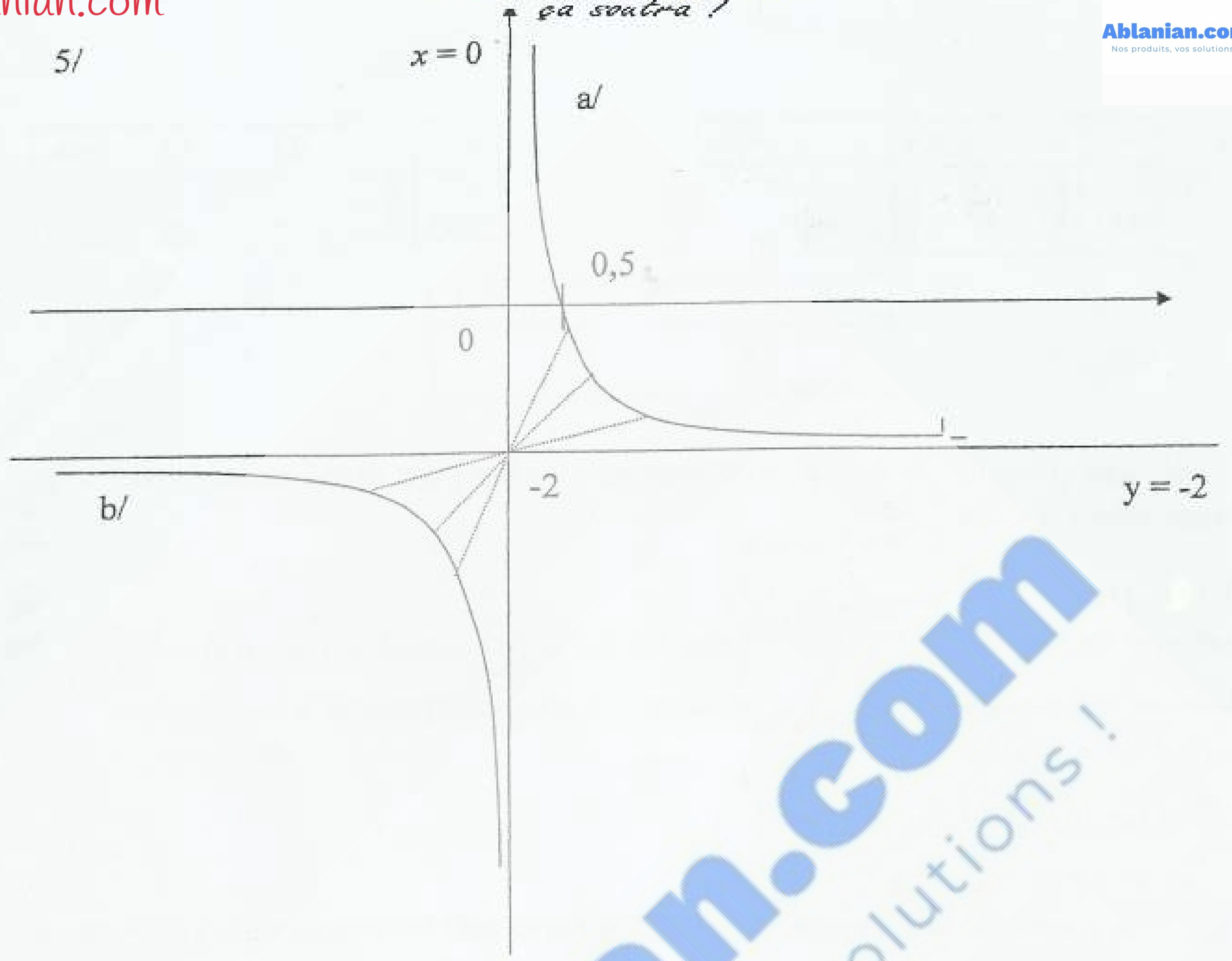
$g(-x) = -g(x)$ la fonction g(x) est donc impaire. On peut donc dire que le point A(0 ; -2) est un centre de symétrie de la courbe (ε).

4/ On donne $g(x) = -2x + 1 + \ln x$

Démontrons que $\forall x \in]0 ; +\infty[$ $g'(x) = f(x)$.

$g'(x) = -2 + 1/x = \frac{1-2x}{x} = f(x)$.

5/



CONCOURS DIRECT D'ENTREE AU CAFOP * INSTITUTEUR ORDINAIRE (I.O) SESSION 2007

MATHEMATIQUES

Durée : 2 h Coef. : 3

Cette épreuve comporte deux (02) pages numérotées 1/2 et 2/2
et deux feuilles annexes à rendre avec la copie.
Le candidat recevra une feuille de papier millimétré.
Toute calculatrice est autorisée

EXERCICE 1

On considère l'équation (E) : $x \in \mathbb{R}$, $e^{2x} + 2e^{x} - 15 = 0$

1. Les nombres $-\ln 2$ et $\ln 3$ sont-ils des solutions de l'équation (E) ? Justifier.
2. Résoudre l'équation (E).

EXERCICE 2

Une compagnie de téléphonie mobile propose à sa clientèle la formule suivante :
La compagnie offre au début du premier mois au client un crédit de consommation de 5 000 F.
En plus, le client bénéficie chaque mois d'un crédit supplémentaire de 10% de sa consommation du mois précédent.
Pour bénéficier des avantages de cette formule, le client est tenu d'approvisionner son compte chaque mois. Mlle Badou, cliente de cette compagnie, décide de bénéficier de cette formule en approvisionnant son compte d'une valeur fixe au début de chaque mois de 18 000 F
Chaque mois, elle consomme la totalité de son crédit.

1. a) Calculer le crédit de consommation de Mlle Badou au début du 1er mois.
   b) Justifier que le crédit de consommation dont dispose Mlle Badou au début du 2ème mois est égal à 20 300 F.
2. calculer le crédit de consommation dont dispose Mlle Badou au début du 3ème mois.
3. On désigne par U_n le crédit dont dispose Mlle Badou au début du nième mois ($n \geq 1$).
   a) Préciser les valeurs de U_1, U_2, U_3
   b) Calculer U_4
   c) Justifier que pour tout nombre entier naturel non nul n, $U_{n+1} = (0,1)\,U_n + 18000$.
4. Pour tout entier naturel non nul n, on pose $V_n = U_n - 20000$.
   a) Démontrer que (V_n) est une suite géométrique de raison 0,1 et préciser le premier terme.
   b) Exprimer V_n en fonction de n
   c) En déduire U_n en fonction de n.
   d) Justifier que le crédit de consommation de Mlle Badou reste toujours supérieur à 20000.

EXERCICE 3

Sur la feuille annexe 1, la figure présente la courbe (cg) d'une fonction g dérivable sur $]0\,;+\infty[$.
La fonction dérivée g' de g s'annule pour l'unique valeur $x = 0,5$.

PARTIE A

1. A partir d'une lecture graphique, dresser le tableau de variation de g sur l'intervalle $]0\,;+\infty[$. (On ne demande pas les limites).
2. On donne sur la feuille annexe 2 les courbes de trois fonctions numériques a, b et c.
L'une parmi ces fonctions coïncide avec la fonction dérivée g' de g sur l'intervalle $]0\,;+\infty[$.
   a) Par une lecture graphique, préciser le signe de a(x) et b(x) et c(x) pour tout nombre réel x de l'intervalle $]0\,;+\infty[$.
   b) En déduire la fonction qui coïncide avec g' sur l'intervalle $]0\,;+\infty[$. Justifie la réponse.

PARTIE B

On considère la fonction numérique f dérivable sur $\mathbb{R}-\{0\}$ et définie par : $f(x)=\frac{1-2x}{x}$

(C) est la courbe représentative de f dans un repère orthonormé d'unité 2 cm sur les axes.
1. Démonter que la droite (△) d'équation $y=-2$ est une asymptote à (C).
2. Calculer la limite de f à droite en 0. Interpréter graphiquement ce résultat.
3. Démonter que point A(0, -2) est un centre de symétrie de la courbe (C).
4. On donne $g(x)=-2x+1+\ln x$.
Démonter que pour tout nombre réel x appartenant à l'intervalle $]0\,;+\infty[$, $g'(x)=f(x)$.
5. a) A l'aide de la partie A, sur une feuille de papier millimétré, reproduire la courbe de f sur l'intervalle $]0\,;+\infty[$.
   b) Compléter, par symétrie, la courbe de f sur l'intervalle $]0\,;+\infty[$.

CORRECTION DU SUJET DE MATHEMATIQUE (I.O)

1- Résolvons l'équation

$2X^2 - 7x + 3 = 0$

$D = (-7)^2 - a(2).(3) = 49-24-25$

$\sqrt{D} = \sqrt{25} = 5$

$X_1 = \frac{-b\sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{7-5}{4} = 1/2$

$X_2 = \frac{-b+\sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{7+5}{4} = 3$

S/R = (½ ;3)

2- déduction de la résolution

(E) : X E R, $2e^{2x} - 7e^x + 3 = 0$

$2e^{2x} - 7e^x + 3 = 0$

$2(ex)^2 - 7e^x + 3 = 0$

Posons $X = e^x$

$2X^2 - 7x + 3 = 0$

De (1), on a : X = ½ ou X = 3 or X = X $= e^x$ ainsi donc :

$e^x = ½$ ou $e^x = 3$

$\ln e^x = \ln(1/2)$ ou $x \ln e^x = \ln 3$

$X = -\ln 2$ ou $x = \ln 3$

S/R = (-ln2 ; ln3)

Exercice 2

PARTIE A

1- Les chiffres sont répétés donc on a :

$N = 10^4 = 10.000$

2- Le nombre de codes PIN commençant par 24

Les éléments sont non distincts, les 2 chiffres restants peuvent être répétés :

$N = 10^2 = 100$

3- Le nombre de code PIN composés à la fois de 0 ; 2 ; 4 et 8.

Ici, nous avons une permutation car, il s'agit de ranger 4 chiffres dans 4 :
N = 4 x3 x2x 1 = 24

4- Le nombre de code PIN, composés de chiffres distincts

Ici, nous avons un arrangement de 4 dans 10

N= A^4_{10} = 10 x 9 x8 7 = 5040.

PARTIE B

1- Soit le code Pin formé par Angèle commençant par 24. Card A = 100 et Card Ω= 10.000

P(A) = $\frac{cardA}{card\Omega} = \frac{21}{10.000} = 0{,}0021$

Exercice 3

PARTIE A

1- A travers la lecture graphique :

Lim f(x) = -8

2- Vérifions

(T) : y = f'(1) = (x-1) + f(1)
= x -1+1
(T) = y = x

3- Déterminons graphiquement le signe de f(x) pour x E]0;10]

$\forall$ x E]0;1/e[, f(x) < 0 ;

$\forall xE]1/e;10[$; f(x) > 0

$\forall < E$ (1/e), f(x) = 0

∀x E]0;+oo[,h'(x)oo donc h est strictement décroissante]1;+∞[

3- a- Etude du signe de f(x)- h(x) sur]0;+∞[

f(x) – h(x) = 1+ lnx –(-x + 1 lnx) = x

∀x E]0;+oo[, x > o donc f(x) – h(x) > 0

b- Position relatives de (G) et (T)

∀x E]1;+∞[, f(x) – h(x) > 0 Ainsi (G) est au dessus de (T)

4- Construction T (voir le tracé)

5- Soit F : F :]1;+[⟶ R ∞ ⟶

X xln(x)-x

a* Vérifions

∀x E]1;+∞[, f'(x) = (x.lnx – x)' = ln x+1-1 = ln x

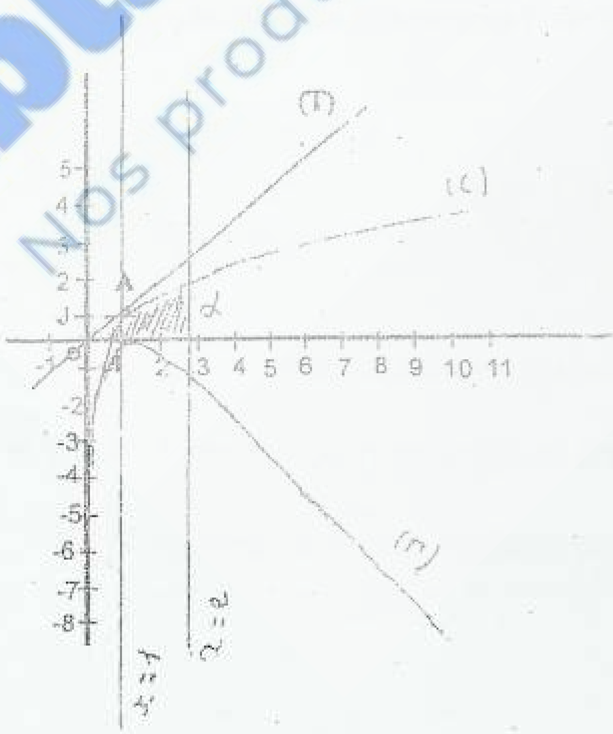
Ainsi donc F est primitive de lnx

b- Justification de α = e

= (1+ lnx)dx

= $(x + x.\ln x – x)^{e}_{1}$

= e +e.lne-e-1 +1ln1+1



4- Nous avons la fonction f(x) = ax + b + ln (x)

a- vérifions que :

∀x E]0;+oo[, f'(x) = (ax +b + lnx)'
= 4 + 1/x
∀x E]0;+oo[, f'(x) = (ax+1) /x

b- Démontrons que a = 0 et b = 1

f'(1) =1 ⇔ a 1 = 1 ⇒ a = 0
f'(x) = ⇔ a +1 = 1 ⇒ b = 1

Ainsi donc f(x) = 1 + lnx

PARTIE B

Nous avons les fonctions suivantes

g(x) = $\frac{1-x}{x}$ et h(x) = - x + 1 + ln(x)

1- Justifions que (Δ): x= 0 est asymptote à (T)

lim h(x) = lim(-x +1 +lnx) = -oo
Car lim (-x+1= 1 et lim lnx = -oo

Ainsi donc(Δ) ; x = 0 est asymptote verticale à (T)

2- a- Démontrons

∀x E]0;+oo[, h'(x) = (-x+1 +lnx)'
h'(x) = -1 +1/X = (1-x) / x = g(x)
∀x E]0;+oo[,h'(x) = g(x)

b- Déduisons en le sens de variation de h

∀x E]0;+oo[, x > 0 donc le signe de h'(x) est celui de 1-x ainsi donc :

∀X E]0;1[, h'(x)>0 donc h est strictement croissante]0;1[

CONCOURS DIRECT D'ENTRÉE AU CAFOP, INSTITUTEUR ORDINAIRE (IO), SESSION 2008

MATHEMATIQUES (IO)

EXERCICE 1

1- Résoudre dans R l'équation $2X^2 - 7x + 3 = 0$

2- En déduire les solutions de l'équation (E): $x \in R$, $2e^{2x} - 7e^x + 3 = 0$

EXERCICE 2

La puce d'un téléphone portable est munie d'un code de sécurité permettant l'accès au réseau d'une société de téléphonie cellulaire. Ce code dénommé code PIN peut être modifié par l'utilisateur. Le code PIN est un numéro de 4 chiffres choisi dans l'ensemble {O, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8,9} / **Exemple de codes PIN: 0101 ; 0000; 7152.**

PARTIE A

1- Justifier que le nombre de codes PIN que la société peut attribuer est égal à 10.000

2- Déterminer le nombre de codes PIN commençant par le nombre 24.

3- Déterminer le nombre de codes PIN composés à la fois des chiffres 0; 2 ; 4 ; et 8.

PARTIE B

Kadio offre une puce de cette société de téléphonie cellulaire à son épouse Angèle âgée de 24 ans. Au moment d'utiliser sa puce, Angèle veut s'attribuer un nouveau code PIN. Elle décide alors de former au hasard son code, en utilisant en priorité les chiffres de son âge

1- Calcule la probabilité pour que le code d'Angèle commence par 24.

2- Justifier que la probabilité pour que Angèle compose un code formé de chiffres distincts rangés dans l'ordre croissant et où l'on retrouve le nombre indiquant son âge égale à 0,0021

EXERCISE 3

Le plan est muni d'un repère orthonormé (O,I,J), l'unité graphique est le centimètre.

PARTIE -A

Sur la figure je la feuille annexe:

-(C) est la représentation graphique d'une fonction f définie sur]0 ; 10]

-La droite d'équation x = 0 est une asymptote à la courbe (C)

-La droite (T) est la tangente à la courbe (C) au point d'abscisse 1
-A(1 ; 1) et 0 sont deux points de (T)
-(C) coupe la droite (OJ) au point d'abscisse *1/e*.

1) Conjecturer par lecture graphique la limite de f à droite en 0
2) Vérifier qu'une équation de la droite (T) est y = x
3) Déterminer graphiquement le signe f(x) pour x élément de l'intervalle] 0 ; 10]
4) On admet que pour tout nombre réel x élément Cle]0; +oo] ,f(x) = ax + b + ln(x) où a et b sont des nombres réels.

5- a- Vérifiez que $\forall X \in]0, +\infty[$ $f'(x) = \frac{ax+1}{x}$

b- En utilisant les informations données sur la courbe (C)
Demontrer que a 0 et b= 1

Partie B

On considère

Les fonctions g et h définies sur $]0;+\infty[$ par $g(x) = \frac{1-x}{x}$ et h(x) = - x + 1 + ln(x)

(T) est la courbe représentative de h dans le plan muni du repère orthonormé (O, I, J).

1- Justifier que la droite (Δ) d'équation x = 0 est asymptote à (T)
2- A – démontrer que $\forall x \ ]0;+\infty[; h'(x) = g(x)$

En déduire le sens de la variation de h

3- a- Etudier le signe de f(x) – h(x) pour tout nombre élément de $]0;+\infty[$
b- En déduire les positions relatives de (C) et (T)

4- Construire (T) su l'intervalle $]0;10]$ dans le repère que (C)

X	0,1	0,3	0,4	1	4	6	8	10
Arrondi d'ordre 1 de h(x)	-41,4	-0,5	-0,3	0	-1,6	-3,2	-4,9	-6,7

5- On considère la fonction $F : 1\,;+\infty \longrightarrow R$

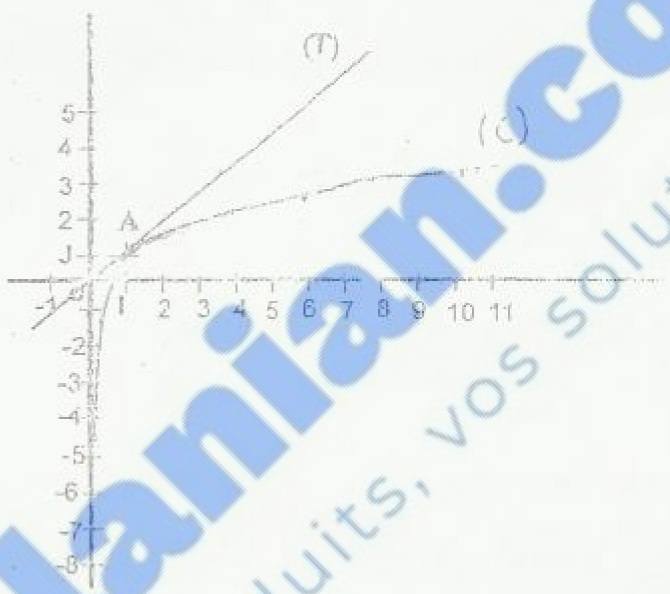
$$x \longrightarrow x\ln(x) - x$$

a- Vérifier que F est une primitive de la fonction $x \longrightarrow \ln(x)$ sur $]1;+\infty[$

b- On note l'aire en cm² de la partie du plan délimitée par (C). (O.I) et les droites d'équations $x= 1$ et $x = e$

Hachurer la partie du plan dont l'aire est égale à α

Justifier que $\alpha= e$



CORRECTION IO SESSION 2009 MATHEMATIQUES

EXERCICE 1

$4512 - 3x2^3 \times 47$
$4128 = 3x2^5 \times 43$
Les diviseurs communs de 4512 et 4128 sont :
1 ;2 ;3 ;2^2 ;2^3,2^4 ;2^5 x 3x2 ;3x2^2 ; 3 x 2^3 x 3x 2^3 ; 3x 2^4 ; 3x2^5
Soit : 1 ;2 ;3 ;4 ;5 ;6 ;7 ;8 ;16 ;32 ;6 ;12 ;24 ;48 ;96
4525= 4512 + 13 = 3x2^5 x 47+13
4147 = 4125+19 = 2^5 x 43 +19

- Donc en divisant 425 et 4147 par 3 les quotiens seront respectivement 2^5 x 47 et 2^5 x 43 et les restes respectivement 13 et 19
- En divisant 4525 et 4147 par 3x2^5 les quotiens seront respectivement 47 et 43 et les restes respectivement 13 et 19
- En divisant 4525 et 4147 par 2^5 les quotiens seront respectivement 3x47 et 3x43 et les restes respectivement 13 et 19

Dans ces 3 exemples, d, prend les valeurs 3 ; 3x2^5 ; le nobre total de solutions de d, est donc l'ensemble des diviseurs commune de 4512 et 4128, soit 12 solutions comme vu précemment

EXERCICE 2

Soit x l'effectif total de la classe
$\frac{xx65}{100} = 26 \qquad \frac{26x100}{65} = 40$
Cette classe compte 40 élèves
Le nombre d'élève admis au CEPE
$\frac{40x40}{100} = 10$
Il ya 10 admis au concours d'entrée en sixième

EXERCICE 3

1-Le troisième total de possibilité est :
$A = \frac{9!}{(9-3)!} \frac{9!}{6!} - \frac{9x8x7x6}{6!} - 9x8x7 = 504$
Ce chef de famille a donc 504 possibilités d'offrir une volaille à chacun de ses enfants

2- Le nombre de cas ou les trois volailles offertes sont de la même espèce animale
A+A =

Il ya donc 30 cas ou les trois volailles offertes sont de la même espèce animale

3- La probabilité pour que chacun des trois enfants reçoive 1 poulet

La probabilité pour que chacun des trois enfants reçoive 1 poulet est 1/23

La probabilité pour que parmi les trois volailles offertes il n y avait aucun canard est P = 5/12

La probabilité pour qu'il y ai au moins un canard est : l'évènement qu'il n'y ait aucun canard et qu'il n'y ait au moins un canard étant contraire on a donc :

P = 1-5/12 = 7/12

La probabilité pour que parmi les trois volailles il y ait au moins un canard est P = 7/12

5-a/-La probabilité pour qu'un seul reçoive un canard

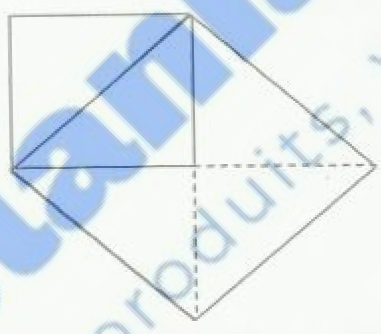
Si un a un canard pour les deux autres, on prendra soit 2 poulets, 2 pintades ou 1 poulet 1 pintade

P = 12+6+12/504 = 30/504 = 5/84

b-La probabilité pour que l'ainé reçoive un canard

P = 1/6

EXERCICE 4



1-J symétrie de D par rapport à BC donc C est milieu de Dj

E symétrique de b par rapport à CD donc C est milieu de BE

ABCD est un carré, donc BC   DC, on a alors BE   DJ BE et DJ étant les diagonales du quadrilatère DBJE, on peut donc dire que les diagonales du quadrilatère DBJE sont perpendiculaires et se coupent en leur milieu CDBJE est donc un losange

1- Déterminons la mesure d'un coté du losange DBJE

Considérons le triangle rectangle DCB rectangle en C, d'après le th »arème de Pythagore $DC^2 + CB^2 = DB^2$

$X^2+x^2= DB^2$

$2x^2 = DB^2 \quad DB = x\sqrt{2}$

DB étant un coté du losange DBJE son aire est donc

$A = DB \times DB = x\ x\sqrt{2}\ x\ x\sqrt{2} = 2x^2$

Conclusion: l'aire du losange DBJE est donc le double de l'aire du carré ABCD car

$A_{ABCD} = x\ X\ x = x^2$

CORRECTION IO SESSION 2013
MATHEMATIQUES

EXERCICE I

1) Démontrons que $\forall X \in IR$, $(x-1)(x-100)(x+80)=x^3-21x^2-7980x+8000$

$(x-1)(x-100)(x+80)=(x-1)(x-100)(x+80)$

$=x^3-21x^2-7980x+8000$

$=(x^2-100x-x+100)(x+80)$

$=x^3-100x^2-x^2+100x+80x^2-8000x-80x+8000$

$=x^3-101x^2+80x^2+100x-8080x+8000$

$\boxed{(x-1)(x-100)(x+80)=x^3-21x^2-7980x+8000}$

2) Résolvons

a) $x \in IR$

$(lnx)^3-21(lnx)^2-79080lnx+8000=0$

Posons : $X=\ln x$

$X^3-21X^2-7980X+8000=0$

$(X-1)(X-100)(X+80)=0$

$X-1=0$ ou $X-100=0$ ou $X+80=0$

$X=1$ ou $X=100$ ou $X=-80$

On a $X=\ln x$ alors $\ln x=1$ ou $\ln x=100$ ou $\ln x=80$

$X=e$ ou $x=e^{100}$ ou $x=e^{-80}$

$\boxed{S_{IR}=\{e^{-80}\,;\,e\,;e^{100}\}}$

b) $2lnx+\ln(x-21)=\ln(7980x-8000)$

$(lnx)^2+\ln(x-21)=\ln(7980x-8000)$

$\ln[x^2(x-21)]=\ln(7980x-8000)$

$x^2(x-21)=7980x-8000$

$x^3-21x^2=7980x-8000$

$x^3-21x^2-7980x+8000=0$

$\boxed{S_{IR}=\{1\,;\,100\,;-80\}}$

EXERCICE II

1) Justifions que le nombre d'équipe qu'il peut former est égal à 15504

Sélectionner 5 athlètes revient à faire une combinaison, d'où

$C_{20}^{5}=15504$

2) a) la probabilité de (A)

$P(A)=\frac{Card(A)}{Card(U)}$

$P(A)=\frac{C_7^5+C_{13}^5}{Card(U)}=\frac{C_7^3+C_{13}^5}{15504}$

$P(B)=\frac{C_{12}^5}{15504}$

c) $P(C)=\frac{C_8^2 x C_{12}^3}{15504}$

Démontrons que $P(C)=\frac{5}{38}$

$P(C)=\frac{C_3^3 x C_5^2 + C_3^2 + C_5^3}{15504}$

D'où $\boxed{P(C)=\frac{5}{38}}$

EXERCICE III

On considère $f\epsilon]0;+\infty[$ par $f(x)=3-2x+lnx$

1) a) Déterminer de $\lim_{x\to 0} f(x)$

$\boxed{\lim_{x\to 0} f(x)=-\infty}$

Interprétation graphique : la droite (D) d'équation $x=0$ admet une asymptote horizontale

2) $f(x)=x(\frac{3}{x}-2-\frac{lnx}{x})$

$\lim_{x\to+\infty} f(x)=\lim_{x\to+\infty}(3-2x+lnx)$

$\lim_{x\to+\infty} f(x)=-\infty$ car $\begin{cases}\lim_{x\to+\infty}\frac{3}{x}=0\\ \lim_{x\to+\infty}\frac{lnx}{x}=0\\ \lim_{x\to+\infty}-2\\ \lim_{x\to+\infty} x=+\infty\end{cases}$

3) a) justifions que $\forall x\in IR^+, f'(x)=\frac{1-2x}{x}$

$f'(x)=(x-2x+lnx)'$

$f'(x)=-2+\frac{1}{x}$

$f'(x)=\frac{1-2x}{x}$

b) Etudions les variations de $f'(x)$

x>0 donc le signe de $f'(x)$ est celui de $1-2x$

$f'(x)=0\Rightarrow 1-2x=0$

$\Rightarrow x=\frac{1}{2}$

Si $f'(x)\leq 0\Leftrightarrow 1-2x=0$

$\Leftrightarrow x\geq\frac{1}{2}$

$\forall x\in]0;1/2[, f'(x)>0\Rightarrow f$ est strictement croissante sur$]0;1/2[$

$\forall x\in]\frac{1}{2};+\infty[, f'(x)<0\Rightarrow f$ est strictement décroissante sur$]1/2;+\infty[$

$\forall x=\frac{1}{2}, f'(x)=0$ donc f est constante.

Tableau de signe

x	0		1/2		$+\infty$
$f'(x)$		+	0	—	

c)Tableau de variation

x	0		½		$+\infty$
$f'(x)$		+	0	—	
$f(x)$	$-\infty$	↗	(2ln2)	↘	$-\infty$

$f\left(\frac{1}{2}\right) = 3 - 1 + \ln\left(\frac{1}{2}\right)$

$f\left(\frac{1}{2}\right) = 2 - ln2$

d) démontrons que *f(x)* admet une solution unique $\alpha \in [1; 2]$

$\lim_{x\to1} f(x) = \lim_{x\to1}(3 - 2x + lnx)$

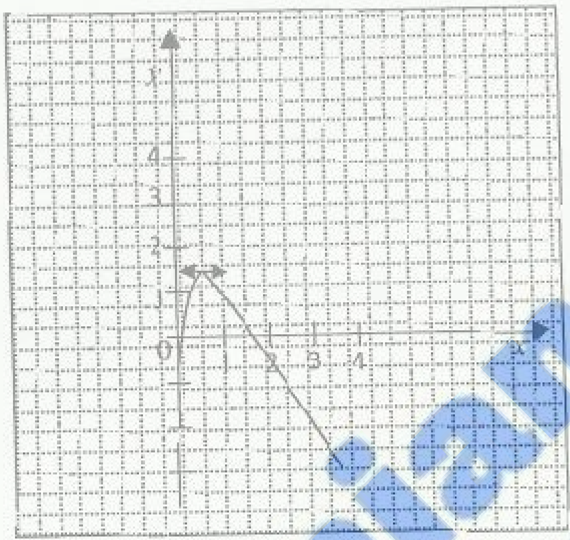
$\lim_{x\to1} f(x) = 1$

$\lim_{x\to1} f(x) = \lim_{x\to1}(3 - 2x + lnx)$

$= 1 + lnx$

$\lim_{x\to2} f(x) = ln2 - 1$

4) Représentation graphique



CONCOURS IO SESSION 2013
MATHEMATIQUES

EXERCICE 1

1) Démontrer que, pour tout les nombres réel x, $(x-1)(x-100)(x+80)=x^3-21x^2-7980x+8000$.
2) Résoudre chacune des équations suivantes :
   a) (E_1) : $x\in IR$, $(\ln x)^3-21(\ln x)^2-7980\ln x+8000=0$;
   b) (E_2) : $x\in IR$, $2\ln x+\ln(x-21)=\ln(7980x-8000)$.

EXERCICE 2

Au terme d'une compétition interne, l'entraîneur du club de Judo a sélectionné :

- 7 filles dont 3 cadettes et 3 juniors ;
- 13 garçons dont 5 cadets et 8 juniors.

L'entraineur choisit ensuite au hasard parmi ces sélectionnés 5 athlètes pour former une équipe devant participer à une compétition nationale.

1) Justifier que le nombre d'équipe qu'il peut former est égal à 15504.

   Dans toute la suite on présentera chaque résultat sous forme de fraction.

2) a) calculer la probabilité de chacun des événements suivants :
   A : « l'équipe est formée d'athlètes de même sexe » ;
   B : « l'équipe ne comporte que des juniors ».
   b) On considère l'événement :
   C : « L'équipe comporte exactement deux cadettes ».
   Démontrer que la probabilité de C est égale à $\frac{5}{38}$.

EXERCICE 3

On considère la fonction f dérivable et définie sur]0 ; +∞ [par $f(x)=3-2x+\ln x$.
On note ($\mathcal{C}$) sa courbe de représentation graphique dans le plan muni d'un repère (O, I, J).
L'unité graphique est 2cm.

1) a) déterminer $\lim_{x\to 0} f(x)$
   b) Interpréter le résultat graphique.
2) En remarquant que $f(x)=x\left(\frac{3}{x}-2+\frac{\ln x}{x}\right)$, déterminer la limite de f en + ∞
3) a) Justifier que pour tout nombre réel strictement positif x, $f'(x)=\frac{1-2x}{x}$
   b) Etudier les variations de f.
   d) Démontrer que l'équation $f(x)=0$ admet une solution unique α dans l'intervalle [1 ; 2].
4) Tracer (C). (*On prendra* $\alpha=1{,}7$)
   On donne le tableau de valeur ci-dessus :

x	0,05	0,06	0,1	0,2	0,5	1	1,5	2	3	4
$f(x)$	-0,1	0,1	0,5	1	1,3	1	0,4	-0,3	-1,9	-3,6

CONCOURS DIRECT D'ENTREE AU CAFOP (INSTITUTEUR ORDINAIRE)

SESSION 2014

Durée : 2 *h*

Coefficient : 3

MATHEMATIQUES

Cette épreuve comporte deux pages numérotées 1/2, 2/2
et une feuille annexe à rendre avec la copie.

EXERCICE 1

Pour chacune des affirmations suivantes, indiquer la lettre correspondant à la bonne réponse.

		A	B	C
1	Le résultat du calcul de $\frac{13}{15}-\frac{7}{5}(1-\frac{2}{3})$ est :	$\frac{2}{5}$	$-\frac{4}{5}$	$\frac{5}{3}$
2	L'arrondi d'ordre 2 du nombre 4,617 est :	4,61	461	4,62
3	Le quart du nombre 20 augmenté de son cinquième est égal à :	10	9	4,5
4	L'équation $0{,}4x-5=-1{,}4$ a pour solution :	3,5	$\frac{5}{4}$	9
5	Le nombre de diviseurs de 24 est :	8	9	24
6	3,45 h est égal à :	3h 45 min	345 min	207 min
7	A l'échelle $\frac{1}{20\,000}$, 1 km est représenté par :	5 cm	10 cm	20 cm
8	Une voiture roule à la vitesse moyenne de 80 km/h. En 42 min, cette voiture parcourt :	420 m	56 km	5,6 km
9	Après une remise de 20 %, une moto est vendue à 520 000 F. Son prix initial est :	650 000 F	800 000 F	104 000 F
10	Une facture impayée d'un montant de 125 000 F connaît une augmentation de 15 000 F. Le taux d'augmentation est :	12 %	12,5 %	15 %

EXERCICE 2

En l'an 2010, une ville A comptait 50 000 habitants et sa banlieue B en comptait 20 000.
Des mouvements de populations s'opèrent entre les deux zones d'habitation. Chaque année, chacune des zones perd 20 % de sa population et gagne 20 % de la population de l'autre zone.
On note a_n le nombre d'habitants de la ville A et b_n celui de sa banlieue en l'an $(2010+n)$, pour tout entier naturel n.

1. a) Justifier que : pour tout entier naturel n,
$$a_{n+1}=0{,}8a_n+0{,}2b_n \quad \text{et} \quad b_{n+1}=0{,}2a_n+0{,}8b_n.$$
b) Calculer a_1 et b_1, puis a_2 et b_2.

2. On définit les suites (c_n) et (d_n) pour tout entier naturel n par :
$$c_n=a_n+b_n \quad \text{et} \quad d_n=a_n-b_n.$$
a) Justifier que : pour tout entier naturel n, $c_n=70\,000$.
b) Justifier que : pour tout entier naturel n, $d_{n+1}=0{,}6d_n$.
c) Exprimer d_n en fonction de n.

3. *a*) Démontrer que : pour tout entier naturel n,
$a_n = 35\,000 + 15\,000 \times (0{,}6)^n$ et $b_n = 35\,000 - 15\,000 \times (0{,}6)^n$.
b) Déterminer la limite de chacune des suites (a_n) et (b_n).
c) Quelle observation peut-on faire sur l'évolution des populations dans ces deux zones ?

EXERCICE 3

(La feuille annexe est à rendre avec la copie.)

Sur la figure de la feuille annexe, ABC est un triangle et (Δ) est la médiatrice du segment [BC].

1. Construire le point D, symétrique de A par rapport à la droite (BC).
Construire le point E, symétrique de A par rapport au point I.
Tracer les droites (CD) et (BE).
On note K leur point d'intersection.

2. On note S_I la symétrie de centre I et $S_{(BC)}$ la symétrie orthogonale d'axe (BC).
Recopier et compléter les tableaux de correspondance suivants :

S_I	
A	
B	
C	

$S_{(BC)}$	
A	
B	
C	

3. On note $S_{(\Delta)}$ la symétrie orthogonale d'axe (Δ).
a) Donner l'image de C par $S_{(\Delta)}$.
b) Justifier que : $S_I o S_{(BC)}(D) = E$.

4. On admet que : $S_{(\Delta)} = S_I o S_{(BC)}$.
Déterminer l'image de la droite (CD) par $S_{(\Delta)}$ et justifier que K appartient à (Δ).

EXERCICE 4

Yapi a une boîte en forme de pavé droit de largeur 8 cm, de longueur 13 cm et de hauteur 7 cm (dimensions intérieures).

Il dispose de nombreux cubes, les uns de 2 cm d'arête, les autres de 1cm d'arête.

1. Combien de cubes doit-il utiliser pour remplir complètement la boîte s'il choisit uniquement des cubes d'arêtes 1cm ?

2. Yapi choisit 9 cubes d'arête 2 cm et 4 cubes d'arête 1 cm avec lesquels il fait une rangée sur chaque côté (largeur, longueur) à partir du point A.

a) Déterminer le nombre de cubes de 2 cm sur le côté de la largeur.
b) Combien de cubes de chaque type peut-il ranger sur le côté de la longueur ?

3. Justifier qu'il faut exactement 40 cubes pour couvrir le fond de la boîte et obtenir une couche de hauteur 2 cm.

4. Déterminer le nombre total de cubes nécessaires pour remplir complètement la boîte avec ce type de rangement.

SUJET DE MATHEMATIQUES 2010

MINISTERE DE L'EDUCATION NATIONALE
ET DE LA FORMATION DE BASE

DIRECTION DES EXAMENS ET CONCOURS

CONCOURS D'ENTREE AU CAFOP (I.O.)
SESSION 2010

Coef : 4
Durée : 2 h

MATHEMATIQUES

EXERCICE 1

A la kermesse d'un Lycée, un jeu consiste à tirer trois enveloppes parmi sept. Deux de ces enveloppes contiennent 1 000 francs, deux autres contiennent 500 francs et les autres enveloppes ne contiennent rien.
Les enveloppes sont identiques et non transparentes.
Fatou tire au hasard et simultanément trois enveloppes.

1. Vérifier que le nombre de tirages possibles est 35.
2. Calculer la probabilité P_1 qu'elle ne gagne rien.
3. Calculer la probabilité P_2 qu'elle gagne exavtement 1000 francs.
4. Calculer la probabilité P_3 qu'elle gagne au moins 1500 francs.

EXERCICE 2

Le tableau ci-dessous donne les notes sur 20 obtenus par dix candidats aux épreuves orales de français et d'anglais à un examen, x_i est la note de français et y_i la note d'anglais.

x_i	5	6	8	8	9	11	12	12	13	14
y_i	7	8	9	10	10	13	13	15	15	16

1. représenter graphiquement le nuage de point associé à cette série de statistique dans le plan muni d'un repère orthonormé (O, I, J). (L'unité graphique est le centimètre).
2. a) Calculer les moyennes respectives $\bar{x}$ et $\bar{y}$ des séries statistiques (x_i) et (y_i).
   b) Donner les coordonnées du points moyen G de la série statistique double (x_i, y_i). Placer G.
3. On partage la série (x_i, y_i) en deux séries S_1 et S_2 de même effectif.

S_1 :

x_i	5	6	8	8	9
y_i	7	8	9	10	10

S_2 :

x_i	11	12	12	13	14
y_i	13	13	15	15	16

On note G_1 le point moyen de S_1 et G_2 celui de S_2.
a) Déterminer les coordonnées des points moyens G_1 et G_2.
b) Placer les points G_1 et G_2 dans le plan muni du repère (O,I,J). soit (D) la droite d'ajustement linéaire du nuage de points.

4. a) Vérifier qu'une équation de (D) par la méthode de Mayer est $y = \frac{14}{12}x + \frac{68}{65}$.
   b) Sur la base de l'ajustement linéaire ainsi réalisé, calculer la note probable d'anglais d'un candidat qui a obtenu 15 sur 20 en français. (On donnera l'arrondi d'ordre 0 du résultat).

CORRECTION IO SESSION 2012
MATHEMATIQUES

EXERCICE 1

1- Résolvons l'équation

$2X^2 - 7X + 3 = 0$

D = $(-7)^2$ –a(2). (3) = 49-24-25

$\sqrt{D} = \sqrt{25} = 5$

X 1 = $\frac{-b-\sqrt{\Delta}}{2a}$ = 7-5/ 4 = ½

X 2 = $\frac{-b+\sqrt{\Delta}}{2a}$ = 7+5/ 4 =3

S/R = (1/2 ; 3)

2- Déduisons de la résolution

E) : X E R , $2^{2x} + 7^{ex} + 3 = 0$

$2^{2x} + 7^{ex} + 3$

$2\,(ex)^2 + 7^{ex} + 3$ posons X = e^x

$2^{2x} + 7^{ex} + 3 = 0$

De (1), on a : X = ½ ou X = 3 or X= X = e^x ainsi donc

e^x = ½ ou e^x = 3

$\ln e^x$ = ln (1/2) ou $x \ln e^x$ = ln 3

X = -ln 2 ou x = ln 3

S/R = (-ln2 ;ln 3)

EXERCICE 2

PARTIE A

1- Les chiffres sont répétés donc on a :
N = 10^4 = 10.000

2- Le nombre de codes PIN commençant par 24
les éléments sont non distincts, les 2 chiffres restants peuvent être répétés :
N = 10^2 = 100

3- Le nombre de code PIN composé à la fois de 0 ;2 ;4 et 8
Ici, nous avons une permutation car, il s'agit de ranger 4 chiffres dans 4
N = 4x3x2x1 = 24

4- Le nombre de code PIN ; composés de chiffres distincts
Ici, nous avons un arrangement de 4 dans 10
N = A = 10 x 9 x 8 x 7 = 5040

PARTIE B

1- Soit le code PIN formé par Angèle commençant par 24 Card
A = 100 et card Ω = 10.000
P(A) = Card A / Card Ω = 21/10.000 = 0,0021

EXERCICE 3

PARTIE A

1- A travers la lecture graphique

Lim f (x) = -8
T : Y = f'(1) = (x-1)+ f(1)
= x-1+1
T = y = x

2- Déterminons graphiquement le signe de f(x) pour x E (0 ; 10)
$\forall\, x\, E\ ]0{,}1/e[, f(x) < 0;$
$\forall\, x\, E\ ]0{,}1/e[, f\ > 0$
$\forall\, x\, E\ ]0{,}1/e[, f = 0$
$\forall\, x\, E\ ]0;\ \infty[, f(x) < 0$

$\forall\, x\, E\ ]0;\ \infty[$,, h'(x) est donc h est strictement décroissante]1 ;∞[
$3 - a - Etude\ du\ signe\ de\ f(x) - h(x) sur\ [0; \infty]$
$f(x)$–h(x) = 1+1lnx = x
$\forall\, xE\ ]0;\ \infty[$,,, x> 0 donc f(x) –h(x) > 0

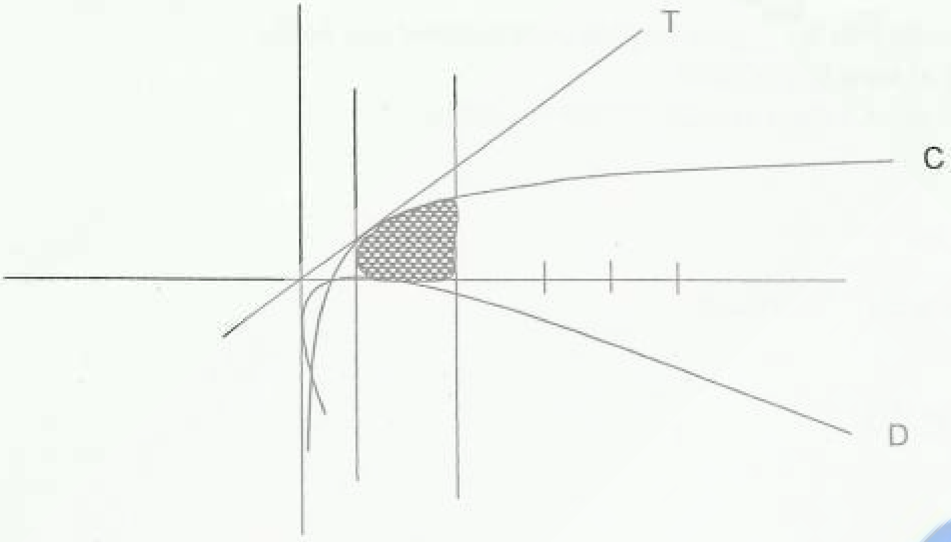
c- Position relatives de G et T
$\forall\, x\, E\ ]01\infty[$,,f(x)-h(x) > 0 ainsi G est au dessus de T
$4 - Construction\ T\ (voir\ le\ tracé$

Soit F : F :]1 ;+∞] R
X xlnx –x

a- Vérifions

$\forall\, x\, E\ ]1;\ \infty[$,, f'(x) = x.lnx-x)' = nx+1-1=lnx
Ainsi donc F est primitive de lnx

b- Justification de α =e
= 1+lnx) dx
= x+x.lnx-x)
= e+e.lne-e-1+1ln1+1



4-Nous avons la fonction f(x) =ax+b+ln x

a- Vérifions que :

$\forall\, x\, E$]1; ∞[,,f(x) = ax+b+lnx)'

$= 4 + \frac{1}{x}$

$\forall\, x\, E$]1; ∞[,, f'(x) = (ax+1)/x

b- Démontrons que a= 0 et b=1

F(1) = 1 a1 = 1 a = 0
F(x) = a+1=1 b = 1Δ

Ainsi donc f(x) = 1+lnx
PARTIE B
Nous avons les fonctions suivantes
G(x) = $\frac{1-x}{x}$ et h(x) = -x+1+lnx

1- Justifions queΔ : x = 0 est asymptote à T
Lim h(x) = lim (-x+1+lnx) =∞
Car lim (-x+1=1 et lim ln x = ∞
Ainsi donc Δ ; x = 0 est asymptote verticale à T

2- A-Démontrons
$\forall\, x\, E$] $h'(x) = (-x + 1 + lnx)'$
$h'(x) = -1 + \frac{1}{x} = \frac{1-x}{x} = g(x)$
$\forall\, x\, E$]1; ∞[, h'(x) = g(x)

c- Déduisons en le sens de variation de h
$\forall\, x\, E$ 0∞[, x> 0 donc le signe de h'(x) est celui de 1-x ainsi donc
$\forall\, x\, E$]0; 1[, h'(x) > 0 donc h est strictement croissante] 0 ;1[

CORRECTION SUJET DE MATHEMATIQUES 2010

CORRECTION DU SUJET DE MATHEMATIQUES 2010

EXERCICE 1

1. Vérifions que le nombre de tirages possibles est 35

Nbre $= C_7^3 = \frac{7\times6\times5}{1\times2\times3} = \frac{210}{6} \Leftrightarrow$ $\boxed{\text{Nombre de tirage} = 35}$

2. Calculons la probabilité P_1 qu'elle ne gagne rien :

$P_1 = \frac{C_3^3}{C_7^3} = \frac{1}{35} \Leftrightarrow \boxed{P_1 = \frac{1}{35}}$

3. Calculons la probabilité P_2 qu'elle gagne 100 francs .

$P_2 = \frac{C_2^1 \times C_2^2}{C_7^3} = \frac{2\times1}{35} \Leftrightarrow \boxed{P_2 = \frac{2}{35}}$

4. Calculons la probabilité P_3 qu'elle gagne au moins 800 francs

$P_3 = \frac{(C_2^1\times C_2^2)\times(C_2^2+C_2^1)}{C_7^3} = \frac{(2+1)\times(1+2)}{35}$

$P_3 = \frac{3\times3}{35} \Leftrightarrow \boxed{P_3 = \frac{9}{35}}$

EXERCICE 2

1. Représentons graphiquement l'image de point associé à cette série de statistique : (voir graphique à la fin de la correction du sujet de mathématiques)

2. a) Calculons les moyennes respectives $\overline{x}$ et $\overline{y}$ des séries statistiques (x_i) et (y_i) :

$\overline{x} = \frac{5+6+8+8+9+11+12+12+13+14}{10} = 9,8$

$\overline{y} = \frac{7+8+9+10+10+13+13+15+15+16}{10} = 11,6$

b) Donnons les coordonnées du point moyen G de la série statistique double :

$(x_i, y_i) : G\begin{pmatrix}9,8\\11,6\end{pmatrix}$

3. a) Déterminons les coordonnées des points moyens G_1 et G_2

$\overline{x_1} = \frac{5+6+8+8+9}{5} = 7,2$ $\quad \boxed{G_1\begin{pmatrix}7,2\\8,8\end{pmatrix}}$

$\overline{y_1} = \frac{7+8+9+10+10}{5} = 8,8$

$\overline{x_2} = \frac{11+12+12+13+14}{5} = 12,4$ $\quad \boxed{G_2\begin{pmatrix}12,4\\14,4\end{pmatrix}}$

$\overline{y_2} = \frac{13+13+15+15+16}{5} = 14,4$

3.b) Voir graphique à la fin de la correction

4. a) Vérifions qu'une équation de (D) par la méthode de Mayer est $y = \frac{14}{12}x + \frac{68}{65}$; Nous savons que $y = ax + b$.

on a $\begin{cases} y_1 : 8,8 = 7,2x + b \\ y_2 : 14,4 = 12,4x + b \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 72x + 10b = 88 \\ 124x + 10b = 144 \end{cases}$

$\Leftrightarrow \begin{cases} -72x - 10b = -88 \\ 124x + 10b = 144 \end{cases}$

$52x = 56 \Leftrightarrow x = \frac{56}{52} \Leftrightarrow \boxed{x = \frac{14}{13}}$

Nous avons $72x + 10b = 88$

$\Leftrightarrow 72 \times \frac{14}{13} + 10b = 88$

$\Leftrightarrow \frac{72\times14}{13} + 10b = 88$

$\Leftrightarrow \frac{1008}{13} + 10b = 88$

$\Leftrightarrow 10b = 88 - \frac{1008}{13}$

$\Leftrightarrow 10b = \frac{88\times13 - 1008}{13}$

Nous déduisons que $y = \frac{14}{13}x + \frac{68}{65}$ est une équation

b- Calculons la note d'un élève :

Nous savons que $y = \frac{14}{13}x + \frac{68}{65}$ si $x = 15$.

Nous avons $y = \frac{14}{13}\text{x}15 + \frac{68}{65}$

$= \frac{210}{13} + \frac{68}{65}$

$= \frac{210\times65 + 68}{13\times65}$

$= \frac{13650 + 884}{845} = \frac{14534}{845}$ $\boxed{y = 17,2}$

la note probable d'un élève qui a obtenu 15/20 en français est 17,2.

PROBLEME

Partie A :

1.a) Donnons la valeur de f(0) et celle de f(1) :
$f'(0) = 2$ $f(1) = 0$

b) Donnons l'ensemble des solutions de chacune des inéquations (I_1) et (I_2) sur $[-3;2]$:
$(I_1) : f(x) < 0$ solution $]1;2[$
$(I_2) : (I_2) : f(x) \geq 0$ solution $[-3;1]$

2. a) Donnons la valeur de $f'(0)$: $f'(0) = 0$
b) Déterminons les variations de f sur $[-3;2]$
$[-3;0]$ f(x) est croissante
$[0;2]$ f(x) est décroissante.
c) Dressons le tableau de variation :

x	-3		0		1		2
f'(x)		+	0	−			
f(x)	0,2	↗	1	↘	0	↘	$-7,3$

PARTIE B

soit $g(x) = (1-x)e^x$

1. a) Calculons limite g(x)

$\lim\limits_{x \to +\infty} g(x) = \lim\limits_{x \to +\infty} (1-x)e^x$

$\lim\limits_{x\to+\infty} 1-x = -\infty$ et $\lim\limits_{x\to+\infty} e^x = +\infty$

alors $\lim\limits_{x\to+\infty} g(x) = -\infty$

b) Calcul de la limite g(x)

$\lim\limits_{x\to-\infty} g(x) = \lim\limits_{x\to-\infty} (1-x)e^x = e^x - xe^x$

$\lim\limits_{x\to-\infty} e^x = 0$ et $\lim\limits_{x\to-\infty} xe^x = 0$

alors $\lim\limits_{x\to-\infty} g(x) = 0$

Interprétation graphique du résultat
Limite g(x) = 0 donc (Cs) admet une assymptote horizontale d'équation y = 0.

2.a) Vérification : pour tout réel x, $g'(x) = -xe^x$

$\forall x \in IR; g'(x) = (1-x)'e^x + (1-x)e^x$

$= -e^x + (1-x)e^x$

$= -e^x + e^x - xe^x$

$\boxed{g'(x) = -xe^x}$

b) Vérifions que g est strictement croissant sur $]-\infty,0[$ et strictement décroissant sur $]0,+\infty[$

$e^x > 0$ donc le signe de $g'(x)$ dépend de $-x$

or $\forall x \in]-\infty;0[; -x > 0$ et $\forall x \in]0;+\infty[; -x < 0$

$\forall x \in]-\infty;0[; g'(x) > 0$ donc Cg est strictement croissante sur $]-\infty;0[$

$\forall x \in]0;+\infty[; g'(x) < 0$ donc Cg est strictement décroissante sur $]0;+\infty[$.

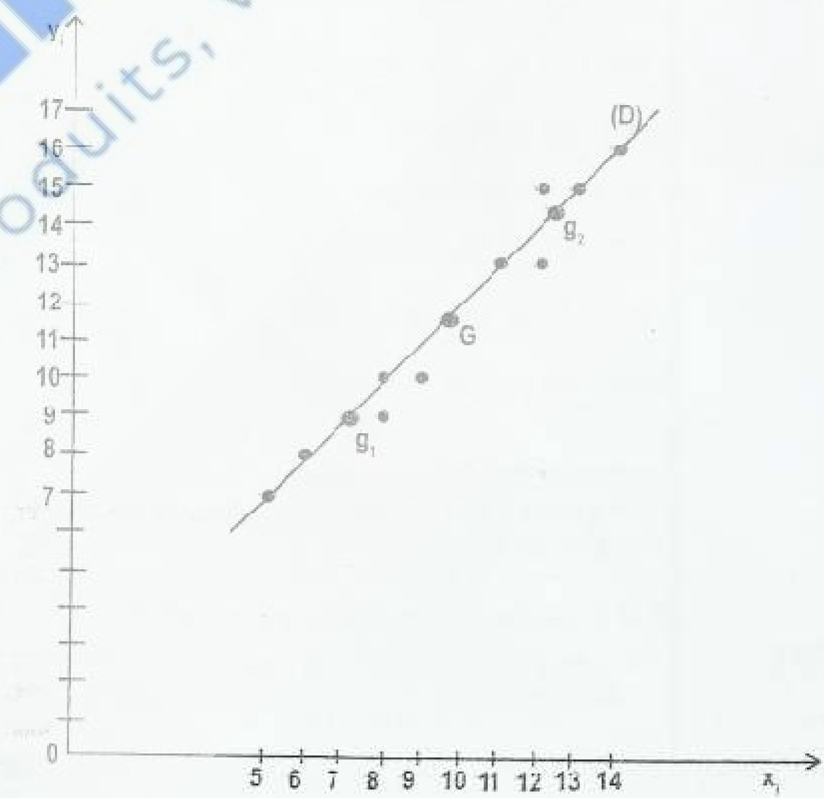
Calcul et tableau de fariation de g sur IR

$g(0) = (1-0)\times e^0 = 1\times 1 \Leftrightarrow g(0) = 1$

Tableau de variation de g sur IR

x	$-\infty$		0		$+\infty$
f(x)		+	0	−	
f'(x)	0	↗	1	↘	$-\infty$

Suite exercice 2



d- Déterminons une équation de la langue à $(\mathscr{C}_0)$ au point de l'abscisse 1.

$(T): y = g'(x_0)(x - x_0) + g(x_0)$

$y = g'(1)(x - 1) + g(1)$

$g'(1) = -1e^1 \Leftrightarrow g'(1) = -e$

$g(1) = (1-1)e \Leftrightarrow g(1) = 0$

$(T): y = -e(x-1) + 0$

$\boxed{(T): y = -xe + e}$

CONCOURS IO SESSION 2009
MATHEMATIQUES

EXERCICE 1

Déterminer ; dans N, l'ensemble des diviseurs communs de 4512 et 4128
Trouver un entier naturel d tel que, si l'on divise par d les nombres 4525 et 4147 les restes obtenus soient respectivement 13 et 19
Préciser le nombre de solutions

EXERCICE 2

Au control final d'une leçon de mathématique, un maître tenant une classe de CM2 constate que seules 26 ardoises portent une bonne réponse. Il affirme avec raison avoir réussir son cours à 65%. Quel est l'effectif de cette classe ?
En fin d'année, ladite classe obtient 40% de réussite au CEPE et 25% au concours d'entrée en sixième.
Trouve le nombre d'élève admis à chacun de ces essais

EXERCICE 3

Un chef de famille possède dans poulailler traditionnel non transparent 9 volailles dont 04 poulets, 3 pintades et 2 canards pour participer à la joie de ses trois enfants qui viennent de réussir brillamment leur année scolaire. Il décide d'offrir chacun d'eux une volaille tirée au hasard du poulailler. Il effectue ainsi trois tirage successifs sans remise.

1- Justifier que ce chef de famille à 504 possibilités d'offrir une volaille à chacun de ses enfants
2- Combien ya t il de cas ou les trois volailles offertes sont de la même espèce animale
3- Calculer la probabilité pour chacun des trois enfants reçoive 1 poulet
4- Quelle est la probabilité pour que parmi les trois volailles offertes
   a- Il n y ait aucun canard ?
   b- Il n y ait au moins un canard ?
5- Les trois jeunes récipiendaires n'ont d'yeux que pour les canards
   a-calculer la probabilité pour qu'un seul entre rux reçoive un canard
   b-Quelle est la probabilité pour que l'aîné reçoive un canard ?

EXERCICE 4

Construire un carré ABCD puis le symétrique J du point D par rapport à la droite (BC) et le symétrique E point B par rapport à la droite (CD)

1- Déterminer la nature du quadrilatère DBJE justifier la réponse
2- Soit X, la mesure de la longueur du coté du carré ABCD
3- Exprimez en fonction de x la mesure de l'aire du quadrilatère DBJE et conclure

CORRECTION IO SESSION 2011
MATHEMATIQUES

EXERCICE 1

Soit (E) : x R, $e^{2x} + 2.e^{x} - 15 = 0$

1- Vérifions si –ln2 et ln 3 sont solutions de l'équation (E)

$E(-\ln 2) = e^{2x(-\ln 2)} + 2.\ e^{-\ln 2} - 15$

$= e^{2x\ln 1/2} + 2.\ e^{-\ln 1/2} - 15$

$= e^{-\ln 1/4} + 2.e^{-\ln 1/2} - 15$

$= \frac{1}{4} + 2\ x\frac{1}{2} - 15$

$= \frac{1}{4}\ 14 = \frac{1}{4}\frac{56}{4} = -\frac{55}{4} \neq 0$ donc – ln2

N'est pas solution de (E)

$E(\ln 3) = e^{2\ln 3} + 2.e^{\ln 3} - 15$

$= e^{\ln 9} + 2.e^{\ln 3} - 15$

$= 9 + 6 - 15 = 0$ donc ln3 est solution de (E)

4) Résolvons l'équation (E)

Soit $X = e^{x}$

$E(x) : X^2 + 2X - 15 = 0$

$\Delta = b^2 - 4ac = 4 - [4x(-15)] = 64$

$X1 = (-b - \sqrt{\Delta}\ /2a = \frac{-2-8}{2} = -5$

$X2 = (-b + \sqrt{\Delta}\ /2a = \frac{-2-8}{2} = 3$

Déterminons les valeurs de x en fonction des valeurs de X

$X = e^{x} = -5$

$e^{x} = -5$ impossible

$X = e^{x = 3}$

$e^{x} = e^{\ln 3}$

$x = \ln 3$ on a donc $S_R = (\ln 3)$

EXERCICE 2

1-a Le crédit de consommation de Mlle Badou au début du 1^er^ mois

C = 5.000 F + 18 000 F

= 23.000 F

b-Justifions que le crédit de consommation dont dispose Mlle Badou au début du 2ème mois est égal à 20.300 F

= 23.000 x 10/100 + 18.000 = 2300 + 18.000 = 20.300 F

On a donc C = 20.300 F

2-Le crédit de consommation dont dispose Mlle Badou au début du 3ème mois

C= 20.300 x 10"% + 18.000

= 2.030 + 18.000

= 20.030 F

3-a-Précisons les valeurs de U_1 , U_1 , U_3

U_1 = 23.000 F

U_2 = 20.300 F

U_3 = 20.030 F

b-$U_4 = U_3$ X 10% + 18.000

= $0,1U_3$ + 18.000 + 0.1 X 20.030 + 18.000 + 2003 + 18.000 + 20.003

U_4 = 20.003

$U_2 = 0,1U_1$ + 18.000

$U_3 = 0,1$ U2 + 18.000

$U_4 = 0,1U_3$ + 18.000 on peut donc conclure que pour tout nombre entier naturel non nul n, on a : $U_{n+1} = (0,1)U_n + 18.000$

Pour tout entier naturel non nul n, on pose $V_n = U_n - 20.000$

a-Démontrons que (Vn) est une suite géométrique de raison 0,1 et précison le premier terme

Vn = Un – 20.000

$V_{n-1} = U_{n+1} - 20.000$

Vn+1 = (0,1) Un – 2000 et Vn = Un – 20.000 on remarque que Vn+1 = 0,1Vn on peut donc conclure que la suite Vn est une suite géométrique de raison 0,1

Précisons le premier terme :

Vn = Un – 20.000

V1 = U1-20.000

V1 = 23.000 – 20. 000 = 3.000

Vn est donc une suite géométrique de raison 0,1 et de premier terme V1 = 3.000

b) Exprimons Vn en fonction de n

la suite géométrique Vn de raison q = 0,1 et de premier terme V1 = 3.000 est définie par : $q^{n-1}.v1$

Vn = (0,1)n-1 . 3.000

Vn = 3.000 . $(0,1)^{n-1}$

d-Déduisons en Un en fonction de n

Vn = Un – 20.000

Un = Vn + 20.000

Un = 3.000 $(0,1)^{n-1}$ + 20.000

d-Justifions que le crédit de consommation de Mlle Badou reste toujours supérieur à 20.000 F

le crédit de consommation de Mlle Badou est représenté ici par Un

vérifions donc si Un est toujours supérieur à 20.000 F

Un = 3.000 $(0,1)^{n-1}$ + 20.000

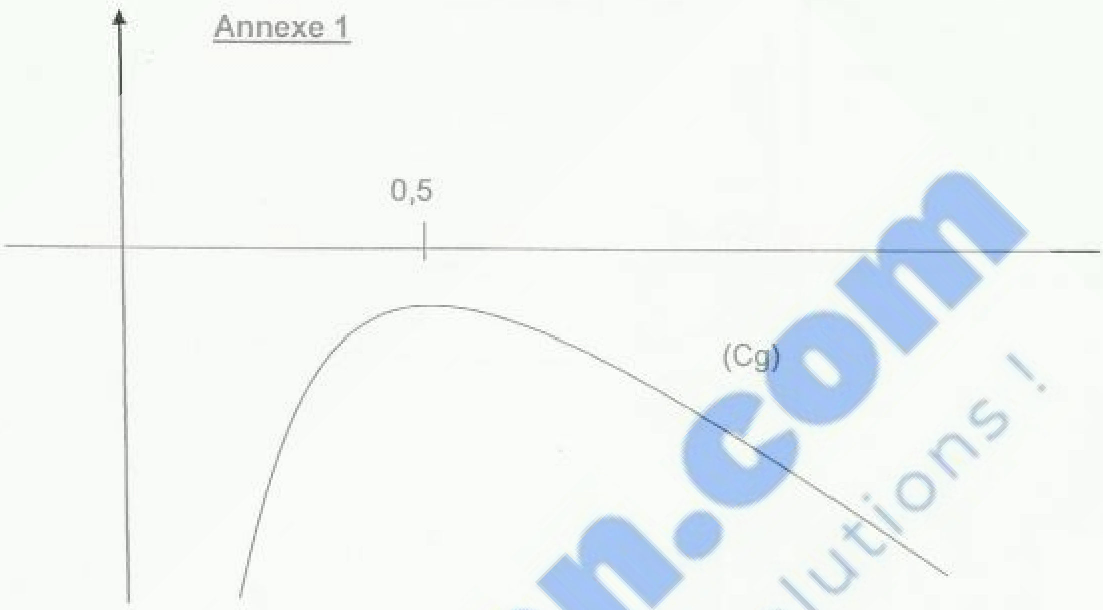
$(0,1)^{n-1} > 0$ donc 3.000 $(0,1)^{n-1}$ + 20.000 > 20.000

On a donc Un > 20.000

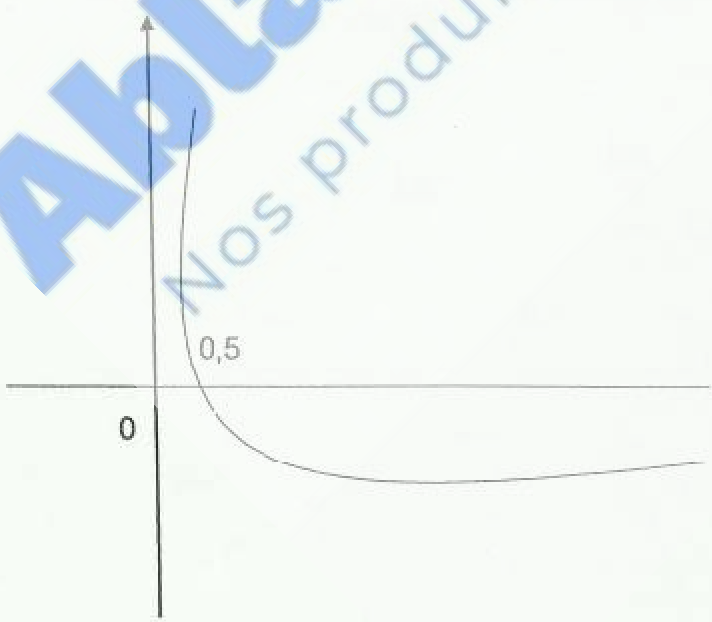
Le crédit de consommation de Mlle Badou reste toujours supérieur à 20.000 f

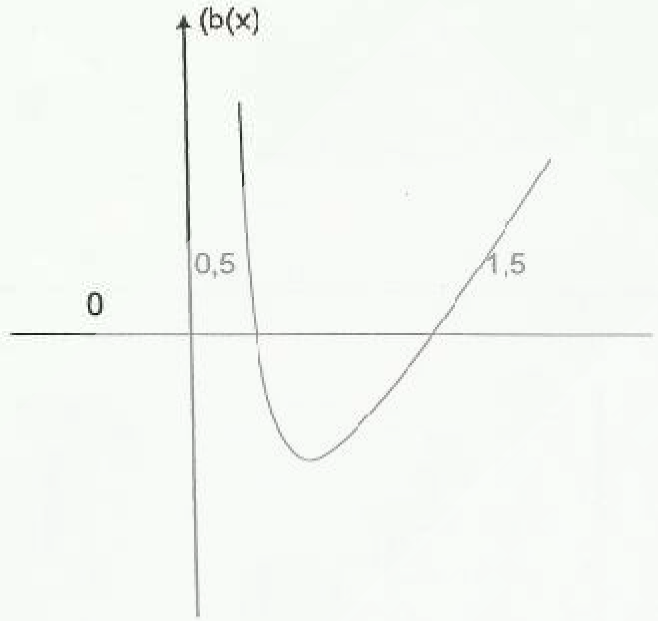
EXERCICE 3

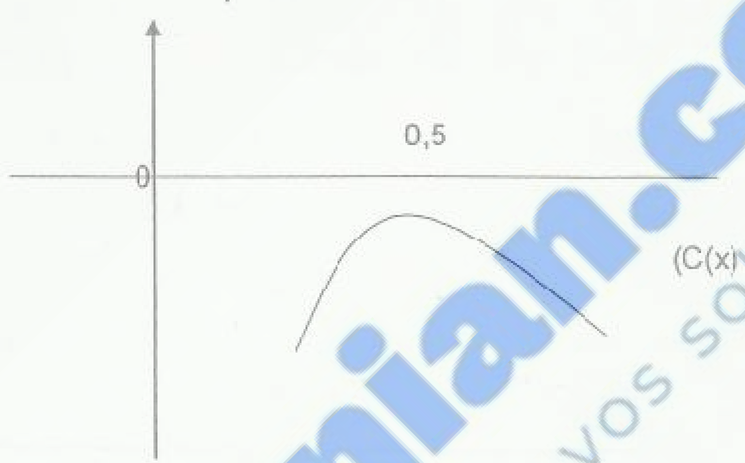
Annexe 1



Annexe 2







PARTIE A tableau de variation de g(x)

∞	0		0,5		+ ∞
g'(x)	‖	+	0	-	
g (x)	‖		g (0,5)		

∞	0		0,5		+ ∞
g'(x)	‖	+	0	-	

∞	0		0,5		1,5		+ ∞
g'(x)	‖	+	0	-	0	+	

∞	0	+ ∞
c(x)	‖	

b) C'est a (x) qui coïncide avec g' sur l'intervalle]0 ; ∞[car a (x) s'annule pour l'unique valeur x = 0,5

PARTIE B

Considérons la fonction numérique f dérivable sur R-(0) et définie par :

$f(x) = \frac{1-2x}{x}$

1-démontrons que la droite (▲) d'équation y = -2 est un asymptote à (C)

$f(x) = \frac{1-2x}{x} = \frac{1}{x} - \frac{2x}{x} = \frac{1}{x} - 2$

lim f(x)=lim($\frac{2-2x}{x}$)=lim($\frac{:}{x}$ – 2)=2

x ⟶ ∝

lim f (x) = -2 donc la droite d'équation y= -2 est asymptote horizontale a (∂) en -∞ ou +∞

x ⟶ ∞

2) Lim f(x) = lim $\frac{1-2x}{x} = \frac{1}{0+}$ =+∞ graphiquement cela traduit que la droite d'équation x = 0

X ⟶ 0 x ⟶ 0

X > 0 x > 0

Est asymptote verticale à ( ) en +∞

3) démontrons que le point A (0 ;2) est un centre de symétrie de al courbe (∂)

Pour le faire, démontrons que a fonction g(x) = f (x + α) – b dont la représentation graphique est l'image de (∂) par la translation de vecteur AO est impaire

Avec A (α ; b) dans notre cas, A (0 ;2)

g (x) = f(x + α) – b

= f(x+0) +2 montrons que g (x) est impaire

= f(x) +2 g (-x) = 1/-x = -1/x = -g (x)

= $\frac{1-2x}{x}$ + 2 g (-x) = - g (x) la function g (x) est donc impaire

= $\frac{1-2x+2x}{x}$ on peut donc dire que le point

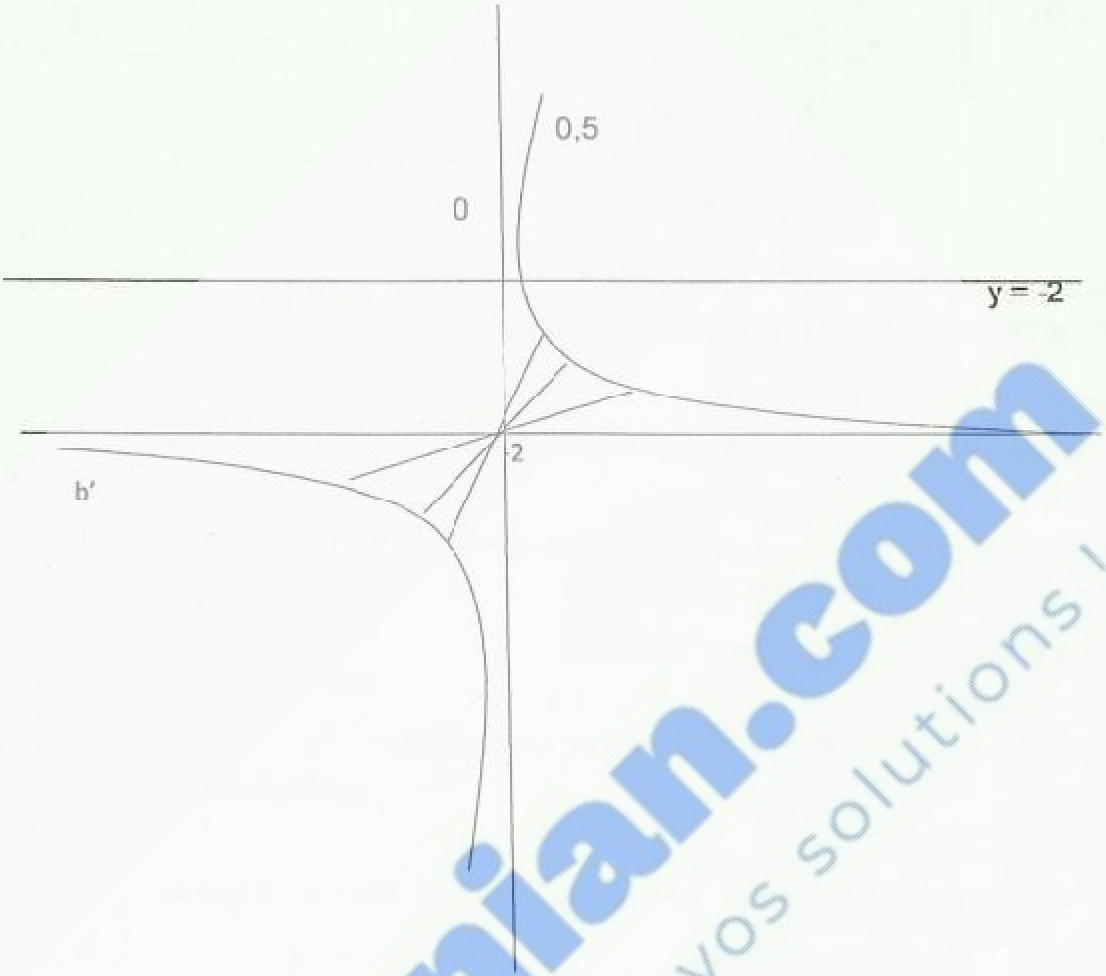
G (x) = 1/x A (0 ; -2) est un centre de symétrie de la courbe (∂)

4-On donne g (x) = -2x + 1 + lnx

Démontrons que $\forall x \in]0 ; +\infty[\; g(x) = f(x)$

g ' (x) = - 2 + 1/x = $\frac{1-2x}{x}$ = f(x)

X = 0


0,5
0
y = -2
-2
b'

CONCOURS IO SESSION 2012
MATHEMATIQUES

EXERCICE 1

1- Résoudre dans R l'équation $2X^2-7x+3=0$
2- En déduire les solutions de l'équation (E) : $x \in R$, $2e^{2x-7e+3}=0$

EXERCICE 2

La puce d'un téléphone portable est munie d'un code de sécurité permettant l'accès au réseau d'une société de téléphone cellulaire. Ce code dénommé code PIN peut être modifié par l'utilisateur. Le code PIN est un numéro de 4 chiffres choisi dans l'ensemble (0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8,9)
Exemple code pin : 0101 ; 0000 ; 7152

PARTIE A

1- Justifier que le nombre de code PIN que la société peut attribuer est égal à 10.000
2- Déterminer le nombre de code PIN commençant par le nombre 24
3- Déterminer le nombre de code PIN composés à la fois des chiffres 0 ; 2 ;4 et 8

PARTIE B

Kadio offre une puce de cette société de téléphonie cellulaire à son épouse angele âgée de 24 ans. au moment d'utiliser sa puce, angèle veut s'attribuer un nouveau code PIN ; elle décide alors de former au hasard son code en utilisant en priorité les chiffres de son âge

1- Calcule la probabilité pour que le code d'angèle commence par 24
2- Justifier que la probabilité pour que angèle compose un code formé de chiffres distincts rangés dans l'ordre croissant et ou l'on retrouve le nombre indiquant son âge égale à 0,0021

EXERCICE 3

Le plan est muni d'un repère orthonormé OIJ, l'unité graphique est le centimètre
PARIE A
Soit la figure de la feuille annexe
C est la représentation graphique d'une fonction f définie sur 0 ; 10
La droite d'équation x =0 est une asymptote à la courbe C
La droite t est la tangente à al courbe C au point d'abscisse 1
A (1 ;1) et o sont deux points de T

C coupe la droite OJ au point d'abscisse 1/0

1- Conjecturer par lecture graphique la limite de f à droite en 0
2- Vérifier qu'une équation de la droite (T) est y=x
3- Déterminer graphiquement le signe f(x) pour x élément de l'intervalle 0 ; 10
4- On admet que pour tout nombre réel x élément C le 0 ; +∞, f(x) =ax+b +ln (x) ou a et b sont des nombres réels
5- A vérifiez que x 0 +∞ ; f(x) = ax+lnx
   A en utilisant les informations données sur la courbe C démontrer que 0 et b= 1

PARTIE B

On considère

Les fonctions g et h définies sur 0 ; +∞ ; par g(x) = 1-x/x et h(x) = -x+1+ln (x)

T est la courbe représentative de h dans le plan muni du repère orthonormé (O,I,J)

1- Justifier que la droite A d'équation x = 0 est asymptote à T
2- Démontrer que 0 ;∞, h'-x) = g(x=g(x)

En déduire le sens de la variation de h

3-a-étudier le signe de f(x)-h(x) pour tout le nombre élément de 0 ; ∞

b-en déduire les positions relatives de C et T

4-Construire T sur l'intervalle 0 ;10 dans le repère que C

X	0,1	0,3	0,4	1	4	6	8	10
Arrondi d'ordre 1 de h(x)	-41,4	-0,5	-0,3	0	-1,6	-3,2	-4,9	-6,7

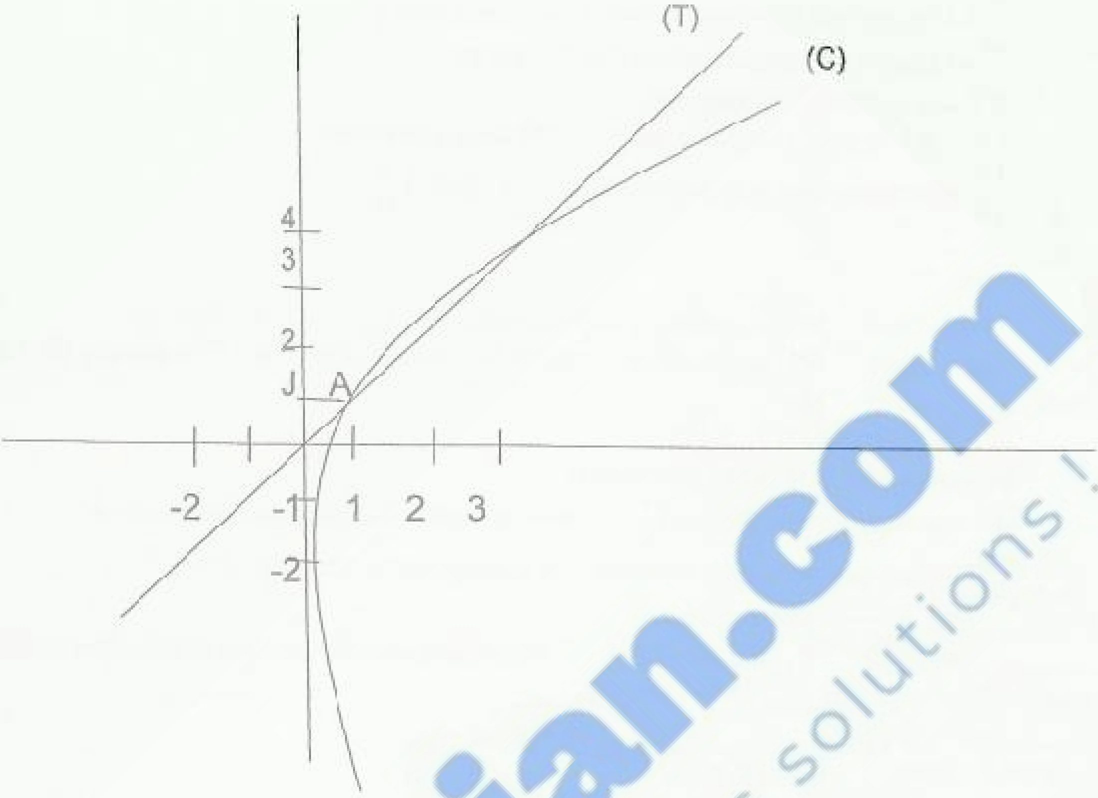
6- On considère la fonction F : 1 ; +∞ R
7- X xlnx-x

a-vérifier que F est une primitive de la fonction x⟶ ln (x) sur 1 ; +∞

b-on note l'aire en cm^2 de la partie du plan délimitée par C, (O,I et les droites d'équations x=1 et x = e

Hachurer la partie du plan dont l'aire est égale à α

Justifier que α = e


(T)
(C)
4
3
2
J
A
-2
-1
1
2
3
-2

CONCOURS IO SESSION 2011
MATHEMATIQUES

EXERCICE 1

On considère l'équation (E): $x \in R$, $e^{2x}+2e^{x}-15=0$

1- *Les nombres $-\ln 2$ et $\ln 3$ sont-ils des solutions de l'équation (E) ? Justifier*

2- *Résoudre l'équation (E)*

EXERCICE 2

Une compagnie de téléphonie mobile propose a sa clientèle la formule suivante :
La compagnie offre au début du premier mois au client un crédit de 5.000 F
En plus, le client bénéficie chaque mois d'un crédit supplémentaire de 10% de sa consommation du mois précédent.
Pour bénéficier des avantages de cette formule, le client *est tenu d'approvisionner son compte chaque mois.* , Mlle Badou, cliente de cette compagnie, décide de bénéficier de cette formule en approvisionnant son compte d'une valeur fixe au début de chaque mois de 18.000 F.
Chaque mois, elle consomme la totalité de son crédit.

1- a-Calculer le crédit de consommation de Mlle Badou au début du 1er mois
b-Justifier que le crédit de consommation dont dispose Mlle Badou au début du 2eme mois est égal à 20 300 F

2. Calculer le crédit de consommation dont dispose Mlle Badou au début du 3ème mois

3. On désigne par U_n le crédit dont dispose Mlle Badou au début du n^{ième} mois ($n>1$)
a- Préciser les valeurs de U_1, U_2, U_3
b- calculer U_4
c- justifier que pour tout nombre entier naturel non nul n, $U_{n+1} = (0,1)\, U_n + 18\,000$

4. pour tout entier naturel non nul n, on pose $V_n = U_n - 20\,000$
a-Démontrer que (V_n) est une suite géométrique de raison 0,1 et préciser le premier terme
b-Exprimer V_n en fonction de n
c-En déduire U_n en fonction de n
d-Justifier que le crédit de consommation de Mlle Badou reste toujours supérieur à 20.000

EXERCICE 3

Sur la feuille annexe 1, la figure présente la courbe (Cg) d'une fonction g dérivable sur $]0;+\infty[$
La fonction dérivée g' s'annule pour l'unique valeur $x=0,5$

PARTIE A

1. A partir d'une lecture graphique, dresser le tableau de variation de g sur l'intervalle $]0;+\infty[$ (on ne demande pas les limites),
2. On donne sur la feuille annexe 2 les courbes de trois fonctions numériques a, b et c.
L'une parmi ces fonctions coïncide avec la fonction dérivée g' de g sur l'intervalle $]0;+\infty[$
a) Par une lecture graphique, préciser le signe de a(x) et b(x) et c(X) pour tout nombre réel x de l'intervalle $]0;+\infty[$
b) En déduire la fonction qui coïncide avec g' sur l'intervalle $]0;+\infty[$. Justifier la réponse

PARTIE B

On considère la fonction numérique f dérivable sur R- {0} et définie par : $f(x)=\frac{1-2x}{x}$

(C) est la courbe représentative de f dans un repère orthonormé d'unité 2 cm sur les axes,

1. Démontrer que la droite (Δ) d'équation y= -2 est une asymptote à (C)
2. Calculer la limite de f à droite en 0. Interpréter graphiquement ce résultat
3. Démonter que le point A(0, -2) est un centre de symétrie de la courbe(C).

4- On donne g (x) = -2x + 1 + lnx.

Démonter que pour tout nombre réel x appartenant à l'intervalle] 0 ; + ∞ [; g'(x) = f(x),

5, a) A l'aide de la partie A sur une feuille de papier millimétré, reproduire la courbe de f sur l'intervalle

b) Compléter, par la courbe de f sur l'intervalle] 0 ; + ∞ [

CONCOURS DIRECT D'ENTREE DANS LES CAFOP (INSTITUTEUR ADJOINT)

SESSION 2021 **Durée : 2h**

Coefficient : 1

MATHEMATIQUES

Cette épreuve comporte deux (02) pages numérotées 1/2 et 2/2.

(Chaque candidat recevra une feuille de papier millimétrée)

EXERCICE 1 (4 points)

Pour chaque ligne du tableau ci-dessous, une seule affirmation est vraie.

Ecris sur ta copie le numéro de chaque ligne et de la colonne permettant d'avoir l'affirmation vraie.

Par exemple : pour la ligne 1, la réponse est : 1 – B

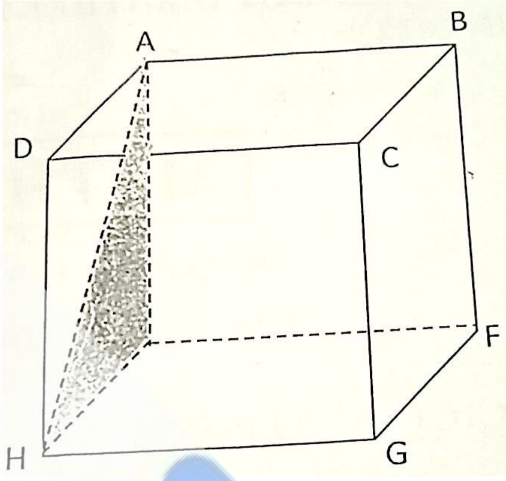
		A	B	C
1	L'équation $5 - 3x = 0$ a pour solution	$-\frac{5}{3}$	$\frac{5}{3}$	2
2	$\frac{7}{4} + \frac{2}{3}$ est égal à :	$\frac{9}{7}$	$\frac{9}{12}$	$\frac{29}{12}$
3	Dans l'équation dans $\mathbb{R}$ suivante, la solution est :	- 2,4	2,4	-7
4	$3x - 5 = 0$ a pour solution	$-\frac{5}{3}$	$\frac{5}{3}$	2
5	$2^3 \times 2^6$ est égal à :	2^{18}	2^9	2^3

EXERCICE 2 (4 points)

Monsieur Koné donne une somme de 355.500 francs aux ouvriers ayant travaillé respectivement 23, 27 et 29 jours sur son chantier. La rémunération est proportionnelle au nombre de jours de travail.

1) Calcule le salaire de chaque ouvrier.
2) Calcule le salaire d'un ouvrier qui aurait fait 6 jours.

EXERCICE 3 (6 points)



L'unité de longueur est le centimètre

On considère le cube ABCDEFHH ci-contre.

On donne : AB = 3

1) Calcule l'aire de la base EFGH.
2) Détermine AH.
3) Calcule le volume du cube ABCDEFHH

EXERCICE 4 (6 points)

L'unité de longueur est le centimètre

Dans le plan muni d'un repère (O ; I ; J), on donne :

- Les points A (3 ; 2) ; B (2 ; 5) ; C (-3 ; 3) et la droite ($\mathcal{D}$) : $x - 3y + 12 = 0$
- Le point E tel que $\overrightarrow{CE} = -2\overrightarrow{AB}$

1. Place le point C dans le repère (O ; I ; J).
2. Justifie que le point C appartient à la droite ($\mathcal{D}$).
3. Construire dans le repère (O ; I ; J) la droite (D).
4. a- Justifie que le point E a pour coordonnées (-1 ;-3)

   b- Détermine une équation de la droite (CE).
5. Démontre que les droites ($\mathcal{D}$) et (AB) sont perpendiculaires

CONCOURS DIRECT D'ENTREE DANS LES CA...

(INSTITUTEUR ADJONT)

SESSION 2021 **Durée : 2h**

Coefficient : 1

CORRIGE DE L'EPREUVE DE MATHEMATIQUES

On accordera la totalité des points à toute autre réponse correcte

EXERCICE 1 **(4 points)**

2 – C……………………………………………………………………………...
3 – A ………………………………………………………………………………
4 – B ………………………………………………………………………………
5 – B ………………………………………………………………………………

EXERCICE 2 **(4 points)**

1. **Calculons le salaire de chaque ouvrier**

- Nombre total de jours de travail : 23 + 27 + 29 = **79 jours**
- Salaire journalier : 355.500 francs : 79 = **4.500 francs**
- Salaire de l'ouvrier ayant travaillé 23 jours = 23 x 4.500 francs = **103.500 francs**
- Salaire de l'ouvrier ayant travaillé 27 jours = 27 x 4.500 francs = **121.500 francs**
- Salaire de l'ouvrier ayant travaillé 29 jours = 29 x 4.500 francs = **130.500 francs**

Vérification : 103.000 + 121.500 + 130.000 = 355.500 francs

2. **Salaire d'un ouvrier qui aurait fait 6 jours de travail**

- 4.500 francs x 6 = **27.000 francs**

EXERCICE 3 (6 points)

1. **Calculons l'aire de la base EFGH**

ABCDEFGH est un cube. Donc, chaque face est un carré. D'où, EFGH est un carré.

Ainsi, $Aire_{(EFGH)} = EF \times GH = 3 \times 3$

$\boxed{Aire_{(EFGH)} = 9 \text{ cm}^2}$

2. **Déterminons AH**

La face AEHD est un carré et [AH] est une diagonale. D'où, AEH est un triangle rectangle en E

D'après la propriété de Pythagore,

$$AH^2 = AE^2 + EH^2$$

$$AH = \sqrt{AE^2 + EH^2}$$

$$AH = \sqrt{2AE^2} \text{ car } AE = EH$$

$$AH = AE\sqrt{2} = 3\sqrt{2}$$

$\boxed{AH = 3\sqrt{2} \text{ cm}}$

3. **Calculons le volume du cube ABCDEFGH**

$V = AE \times Aire_{(EFGH)} = 3 \times 9$

$\boxed{V = 27 \text{ cm}^3}$

EXERCICE 4 (6 points)

1. **Voir construction sur la feuille de papier millimétré**
2. **Justifions que le point C appartient à la droite (D)**

On a : C (-3 ; 3) et (D): $x - 3y + 12 = 0$

$-3 - 3(3) + 12 = -3 - 9 + 12 = -12 + 12 = 0.$

Donc, le point C (-3 ; 3) appartient à la droite ($\mathfrak{D}$)

3. Construction de la droite (D) dans le repère (O ; I ; J)

Soit P(0 ; y), un point appartenant à la droite $(\mathscr{D})$

On a : 0 – 3y + 12 = 0

Donc, y = 4, c'est-à-dire le point P(0 ; 4) appartient à la droite $(\mathscr{D})$

Avec les points C (-3 ; 3) et P (0 ; 4), on peut construire la droite $(\mathscr{D})$

(Voir figure pour la construction)

4. a) Justifions que le point E a pour coordonnées (-1 ; -3)

Soit E(x ; y)

$\overrightarrow{CE}\begin{pmatrix} x+3 \\ y-3 \end{pmatrix}$ Et $\overrightarrow{AB}\begin{pmatrix} 2-3 \\ 5-2 \end{pmatrix}$ C'est-à-dire $\overrightarrow{AB}\begin{pmatrix} -1 \\ 3 \end{pmatrix}$

Or, $\overrightarrow{CE}$ = -2 $\overrightarrow{AB}$ C'est-à-dire $\begin{pmatrix} x+3 \\ y-3 \end{pmatrix} = -2\begin{pmatrix} -1 \\ 3 \end{pmatrix}$ Ou $\begin{cases} x+3=2 \\ y-3=-6 \end{cases}$

Ou $\begin{cases} x=-2 \\ y=-3 \end{cases}$ Donc, E (-1 ; -3)

b) Déterminons une équation de la droite (CE)

Soit M(x ; y), un point appartenant à la droite (CE).

$\overrightarrow{CM}\begin{pmatrix} x+3 \\ y-3 \end{pmatrix}$ Et $\overrightarrow{CE}$ = -2 $\overrightarrow{AB}$ C'est-à-dire $\overrightarrow{CE}\begin{pmatrix} -2 \\ -6 \end{pmatrix}$ sont colinéaires

Puisqu'ils sont colinéaires, alors Dét $(\overrightarrow{CM}; \overrightarrow{CE}) = \begin{vmatrix} x+3 & -2 \\ y-3 & -6 \end{vmatrix} = 0$

D'où, -6(x + 3) – (-2) (y – 3) = 0, c'est-à-dire -6x – 2y – 12 = 0

Après simplification par – 2, on trouve finalement

$\boxed{(CE) : 3x + y - 6 = 0}$

5. Démontrons que les droites $(\mathscr{D})$ et (AB) sont perpendiculaires

La droit $(\mathscr{D})$ a pour vecteur-directeur $\vec{t}\begin{pmatrix} 3 \\ 1 \end{pmatrix}$ et $\overrightarrow{AB}\begin{pmatrix} -1 \\ 3 \end{pmatrix}$

$(\mathscr{D})$ et (AB) sont perpendiculaires si et seulement si XX' + YY' = 0

Ainsi, 3x(-1) + 1x3 = -3 + 3 = 0

Les droites $(\mathscr{D})$ et (AB) sont donc perpendiculaires.

Constructions sur la feuille de papier millimétré