METHODES –EXERCICES- PROBLEMES

PHYSIQUE TERMINALE D

- Rappels de cours
- Conseils de méthode
- Exercices guidés
- Exercices d'approfondissement
- Problèmes de synthèse
- Tous les corrigés détaillés

Tous le programme

Mohamed Soibaha
CHAAMBANE

UNION DES COMORES

GRATUITS SUR ablanian.com
Téléchargez l'application Ablanian CI sur Play Store et App Store
TÉLÉCHARGEZ L'APPLICATION ABLANIAN CI
DISPONIBLE SUR Google Play
Télécharger dans l'App Store

AVANT PROPOS

Ce manuel a pour objectif de mettre à la disposition des enseignant et des élevés de la classe de terminale D, un outil pédagogique progressif, clairement et abondamment illustré par des nombreux exercices corrigés, en parfaite adéquation avec le référence de cette classe.

Ce manuel vise à permettre aux élèves d'acquérir et assimiler aisément les prérequis indispensables à la réussite du baccalauréat. Il s'efforce également de développer leurs compétences pratiques dans le champ disciplinaire relevant du domaine de la physique et d'atteindre les objectifs fixés par le programme national:

Cet ouvrage répond à une double nécessité :

- Vous entrainer car la simple lecture du cours et des exercices s'avère insuffisant pour la maitrise ;
- Vous permettre de vous situer dans le programme de BAC en confortant votre solution à celle du corrigée.

Vous disposez ainsi d'un outil dont je pense que vous sauriez tirer les meilleurs parties.

N'oubliez pas ceci : vous êtes scientifique, les corrigées sont une méthode parmi d'autres.

L'essentiel est de trouver les mêmes résultats après une bonne démonstration.

Je cherche, à travers ce modeste travail, à montrer aux élèves que la physique n'est pas difficile pour les élèves qui travaillent régulièrement.

Je suggère la méthode suivante pour traiter un sujet de Physique lors d'un examen :

- Lire le sujet jusqu'au bout avant de commencer à écrire quoi que ce soit.
- Souligner les mots clés et qui donnent les informations sur l'exercice.
- Commencer par l'exercice qui vous parait le plus simple.
- Si vous coincer sur une question passez à autre chose.
- Ne perdez pas beaucoup de temps à tout écrire au brouillon.
- Relire avant de remettre la copie.

Je tiens à remercier les écoles (***Groupe Scolaire Avenir***, ***Groupe Scolaire Brun Trets*** et ***Lycée de Domoni Anjouan Comores***) et, toutes celles et ceux qui voudrons me faire parvenir leurs critiques, remarques ainsi que leurs suggestions afin d'améliorer le contenu de cet ouvrage.

L'auteur : **chaambane92@gmail.com**

gratuit sur ablanian.ci/apps/

Programme de Physique Terminal D

Mécanique

Chapitre I **: Mouvement d'un point matériel**

Chapitre II : **Relation Fondamental de la Dynamique (RFD)**

Chapitre III : **Etude Energétique d'un Système Mécanique**

Chapitre IV : **Champ de Pesanteur $\vec{g}$ et champ Gravitationnel $\vec{G}$**

Chapitre V : **Oscillateurs Mécaniques**

Electromagnétisme

Chapitre VI : **Champ Electrostatique uniforme $\vec{E}$**

Chapitre VII : **Champ magnétique uniforme $\vec{B}$**

Chapitre VIII : **Auto Induction**

Electricité

Chapitre IX : **Dipôle (R,L)**

Chapitre X : **Dipôle (R,C)**

Chapitre XI : **Oscillation électrique (Circuit (L,C))**

Chapitre XII : **Circuit (R,L,C) en régime sinusoïdal forcé**

gratuit sur ablanian.ci/apps/

GRATUITS SUR ablanian.com
Téléchargez l'application Ablanian CI sur Play Store et App Store
TÉLÉCHARGEZ L'APPLICATION ABLANIAN CI
DISPONIBLE SUR Google Play
Télécharger dans l'App Store

Tableau de matière

I. 1. Avant-propos……001

2. Programme de physique de la classe de terminale D ……002

II. Mouvement d'un point materiel……005

1. Rappel sur le mouvement d'un point matériel……006
2. Exercices sur le mouvement d'un point matériel……007
3. Correction des exercices sur le mouvement d'un point matériel……086

III. Relation fondamentale de la Dynamique (R.F.D)……010

1. Rappels sur la relation fondamentale de la dynamique……011
2. Exercices sur la relation fondamentale de la dynamique ……012
3. Corrections des exercices sur la relation fondamentale de la dynamique ……092

IV. Etude énergétique d'un système mécanique ……014

1. Rappels sur l'Etude énergétique d'un système mécanique……015
2. Exercices sur l'Etude énergétique d'un système mécanique……016
3. Corrections sur des exercices sur l'Etude énergétique d'un système mécanique……097

V. Mouvement d'un particule dans le Champ de pesanteur uniforme……102

1. Rappels sur le champs de pesanteur ……114
2. Exercices sur le champ de pesanteur……020
3. Corrections des exercices sur le champ de pesanteur ……102

VI. Champ de gravitation universelle ……025

1. Rappels sur le champ de gravitation……026
2. Exercices sur le champ de gravitation……028
3. Corrections sur les exercices sur le champ de pesanteur ……112

VII. Mouvement d'un particule dans le Champ électrostatique uniforme $\vec{E}$……032

1. Rappels sur le champ électrostatique……033
2. Exercices sur le champ électrostatique uniforme……035
3. Corrections sur les exercices sur le champ électrique uniforme ……119

VIII. Mouvement d'un particule dans le champ magnétique uniforme ……038

1. Rappels sur le champ magnétique uniforme ……039
2. Exercices sur le champ magnétique uniforme……043
3. Corrections sur les exercices sur le champ magnétique uniforme……124

IX. Auto induction……054

1. Rappels sur l'auto induction ……055
2. Exercices sur l'auto induction ……056
3. Correction sur les exercices sur l'auto induction ……139

X. Dipôle (R.L)……059

1. Rappels sur le dipôle (R.L)……060
2. Exercices sur le dipôle (R.L)……061
3. Corrections des exercices sur le dipôle (R.L)……143

GRATUITS SUR ablanian.com
Téléchargez l'application Ablanian CI sur Play Store et App Store
TÉLÉCHARGEZ L'APPLICATION ABLANIAN CI
DISPONIBLE SUR Google Play
Télécharger dans l'App Store

XI. Dipôle (R.C)……063

1. Rappels sur le dipôle (R.C)…… 064
2. Exercices sur le dipôle (R.C)……065
3. Corrections des exercices sur le dipôle (R.C)……147

XII. Oscillateurs Mécaniques harmonique ……067

1. Rappels sur les oscillateurs mécaniques……068
2. Exercices sur les oscillateurs mécaniques ……069
3. Corrections des exercices sur les oscillateurs mécaniques……151

XIII. Oscillations électriques (circuit (L.C))……073

1. Rappels sur le circuit (L.C)……074
2. Exercices sur le circuit (L.C) ……075
3. Corrections des exercices sur le circuit (L.C)……158

XIV. Circuit (R.L.C) en régime sinusoïdal forcé……077

1. Rappels sur le circuit (R.L.C) en régime sinusoïdal forcé……078
2. Exercices sur le circuit (R.L.C) en régime sinusoïdal forcé……080
3. Corrections des exercices sur le circuit (R.L.C) en régime sinusoïdal forcé……162

gratuit sur ablanian.ci/apps/

GRATUITS SUR ablanian.com
Téléchargez l'application Ablanian CI sur Play Store et App Store
TÉLÉCHARGEZ L'APPLICATION ABLANIAN CI
DISPONIBLE SUR Google Play Télécharger dans l'App Store

Mouvement D'Un Point Matériel

gratuit sur ablanian.ci/apps/

GRATUITS SUR ablanian.com
Téléchargez l'application Ablanian CI sur Play Store et App Store
TÉLÉCHARGEZ L'APPLICATION ABLANIAN CI
DISPONIBLE SUR Google Play
Télécharger dans l'App Store

Cours sur le Mouvement d'Un Point Matériel

I. Etude vectoriel d'un point matériel

Soit le repère orthonormé $R(O,\vec{\imath},\vec{\jmath})$

1. Vecteur Position : $\overrightarrow{OM} = x\vec{\imath} + y\vec{\jmath}$

2. Vecteur vitesse : $\vec{v} = \frac{d\overrightarrow{OM}}{dt} = \frac{dx}{dt}\vec{\imath} + \frac{dy}{dt}\vec{\jmath}$

3. Vecteur accélération :

$$\vec{a} = \frac{d\vec{v}}{dt} = \frac{d^2\overrightarrow{OM}}{dt^2} = \frac{d^2x}{dt^2}\vec{\imath} + \frac{d^2y}{dt^2}\vec{\jmath}$$

Remarque :

Vitesse moyenne :

La vitesse moyenne du mobile entre les instants t_1 et t_2 est donnée par : $v_{moy} = \frac{x_2 - x_1}{t_2 - t_1} = \frac{\Delta x}{\Delta t}$

II. Etude de quelques mouvements cinématique

1. Mouvement de translation et de rotation uniforme

a)) Mouvement rectiligne uniforme (MRU)

$$v = cste \ \ et \ \ a = \frac{dv}{dt} = 0$$

Equation horaire (loi horaire)

$x(t) = v(t - t_0) + x_0$; $si\ t_0 = 0 \Longrightarrow x(t) = vt + x_0$

b)) Mouvement circulaire uniforme (MCU)

$\omega = cste \ \ et\ \ddot{\theta} = \frac{d\omega}{dt} = \frac{d^2\theta}{dt^2} = 0$

Equation horaire : $\theta(t) = \omega(t - t_0) + \theta_0$

$$si\ t_0 = 0 \Longrightarrow \theta(t) = \omega t + \theta_0$$

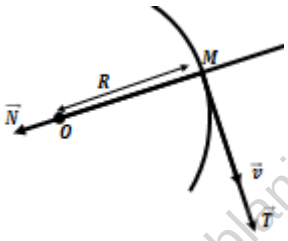
Période T: est le temps nécessaire au bout duquel le point matériel effectue un tour complet : $T = \frac{2\pi}{\omega}$

c)) Base de Frenet ($\vec{T}, \vec{N}$)

$\vec{a} = a_T\vec{T} + a_N\vec{N} = \frac{dv}{dt}\vec{T} + \frac{v^2}{R}\vec{N}$

où $a_T = \frac{dv}{dt}$: l'accélération tangentielle, due à la variation du module du vecteur vitesse et

$a_N = \frac{v^2}{R}$: l'accélération normale, due au changement de direction de $\vec{v}$



Remarque:

Pour démontrer qu'un mouvement est circulaire uniforme, il suffit de montrer que $\vec{a} = a_N\vec{N}$

$$a = a_n = \frac{v^2}{R} = R\omega^2 \ (MCU)$$

Caractéristiques du vecteur accélération

Pour un mouvement circulaire uniforme :

$$\vec{a} \begin{cases} direction: \ \ radiale \\ sens: \ centripète \\ intensité: \ a = a_n = \frac{v^2}{R} = R\omega^2 \end{cases}$$

2. Mouvement de translation et rotation varié

a)) Mouvement rectiligne uniformément varié (MRUV)

Lois horaires du mouvement

$a = \frac{dv}{dt} = cste \Longrightarrow v(t) = a(t - t_0) + v_0$ et

$v = \frac{dx}{dt} \Longrightarrow x(t) = \frac{1}{2}a(t - t_0)^2 + v_0(t - t_0) + x_0$

Si à l'instant $t_0 = 0$, alors :

les lois horaires peuvent s'écrire :

$$x(t) = \frac{1}{2}at^2 + v_0t + x_0 \ \ et \ \ v(t) = at + v_0$$

Relation indépendante du temps (R.T.I):

$$\Delta v^2 = 2a\Delta x \Longrightarrow {v_1}^2 - {v_0}^2 = 2a(x_1 - x_0)$$

b)) Mouvement circulaire uniformément varié (MCUV)

$\ddot{\theta} = \frac{d\omega}{dt} = cste \Longrightarrow \omega(t) = \ddot{\theta}\,(t - t_0) + \omega_0$ et

$\omega = \frac{d\theta}{dt} \Longrightarrow \theta(t) = \frac{1}{2}\ddot{\theta}\,(t - t_0)^2 + \omega_0(t - t_0) + \theta_0$

Si à l'instant $t_0 = 0$, alors :

les lois horaires peuvent s'écrire :

$$\theta(t) = \frac{1}{2}\ddot{\theta}\,t^2 + \omega_0 t + \theta_0 \ \ et \ \ \omega(t) = \ddot{\theta}\,t + \theta_0$$

Relation indépendante du temps (RIT):

$$\Delta\omega^2 = 2\ddot{\theta}\,\Delta\theta \Longrightarrow {\omega_1}^2 - {\omega_0}^2 = 2\ddot{\theta}\,(\theta_1 - \theta_0)$$

Remarque

$$v = R\omega \ \ et \ \ a = R\ddot{\theta}$$

gratuit sur ablanian.ci/apps/

Exercices sur le Mouvement d'Un Point Matériel

EXERCICICE 01

On étudie le mouvement d'un mobile ponctuel M sur un axe (O ; i). Ses caractéristiques sont les suivantes: accélération: a= 4 ms^{-2} ; abscisse initiale: x_o=1 m; vitesse initiale : v_o= - 3 ms^{-1}.

1. Quelle est la nature de ce mouvement ?
2. Ecrire les expressions des vecteurs accélération, vitesse et position en fonction de l'abscisse x(t) du point M.
3. Ecrire les équations horaires du mouvement.
   Représenter graphiquement x(t), v(t) et a(t).
4. Déterminer les dates auxquelles le mobile passe à l'origine O. Quelle est alors la vitesse?
   Distinguer deux phases dans le mouvement.
5. Au cours de son évolution, le mobile change-t-il de sens de parcours ? Si oui, donner la date et la position correspondant à ce changement ?

EXERCICE 02

Les équations paramétriques du mouvement d'un point matériel lancé dans l'espace sont : $\begin{cases} x = 3t \\ y = 0 \\ z = -4t^2 + 5t \end{cases}$

1. Donner l'équation cartésienne de la trajectoire.
2. Donner l'expression du vecteur position et en déduire sa norme et sa position à t=1,5s.
3. Déterminer les composantes du vecteur vitesse ainsi que le vecteur accélération du mobile:
   a)) Lorsque ce point passe par le sommet de sa trajectoire.
   b)) Lorsque ce point rencontre le plan z = 0.
4. a)) Déterminer l'accélération du mobile aux points O et A dont les abscisses sont X_0=0m ; X_A=2m. Conclure
   b)) Déterminer les composante tangentielle et normale du vecteur accélération.
   c)) Déterminer le rayon de courbure de la trajectoire aux points O et à l'instant t=1,5s.

EXERCICE 03

Un point M est repéré, par rapport au repère R(O,$\vec{i}$,$\vec{j}$), à l'instant t par les coordonnées suivantes :$\begin{cases} x(t) = t^2 - 1 \\ y(t) = 2t \end{cases}$

1. Donner l'expression de la trajectoire et celle de la vitesse du point M.
2. a)) Donner l'expression de l'accélération du point M.
   b)) Quelle est la nature du mouvement ? Justifier.
3. a)) Déterminer la composante tangentielle de $\vec{a}$.
   b)) En déduire la composante normale de l'accélération.
   c)) En déduire l'expression du rayon de la courbure ρ de la trajectoire en fonction du temps t.
   En déduire ρ à l'instant t = 3s.

EXERCICE 04

Les coordonnées cartésiennes d'un point matériel à l'instant t est donnée dans le repère (O,$\vec{i}$,$\vec{j}$) par: $\begin{cases} x = 2t \\ y = \sqrt{4(1-t^2)} \end{cases}$.

1. Trouver l'équation de la trajectoire du point M et préciser sa nature.
2. Donner l'expression du vecteur vitesse et son module.
3. a)) Calculer l'accélération tangentielle $\overrightarrow{a_t}$ et l'accélération normale $\overrightarrow{a_n}$ de la trajectoire.
   b)) En déduire les composantes cartésienne du vecteur l'accélération.
   c)) En déduire que le module de l'accélération est indépendant du repère étudié.

EXERCICE 05

Dans un relais 4x100, un coureur arrive avec un mouvement rectiligne uniforme de vitesse v=9,9m.s^{-1}. A 15m devant lui son coéquipier s'élance avec une accélération de $3m.s^{-2}$.
On suppose que le passage s'effectue sur une ligne droite.

1. En prenant comme origine des espaces la position du coéquipier et comme origine de temps l'instant où il s'élance, écrire les équations horaires des deux coureurs et déterminer l'instant du témoin.
2. Déterminer l'abscisse de ce point de rencontre. En déduire les distances respectives parcourues par les deux coureurs.
3. A quel instant le coéquipier aura la vitesse $9{,}9m.s^{-1}$.
   Quelle distance aurait –il parcouru ?

EXERCICE 06

Une automobile démarre lorsque le feu passe au vert avec une accélération a=2,5m.s^{-2} Pendant une durée θ =7,0s ; ensuite le conducteur maintient sa vitesse constante. Lorsque le feu passe au vert, un camion roulant à la vitesse $v = 45km/h$ est situé à une distance $d = 20m$ du feu avant celui-ci, il maintient sa vitesse constante. Dans un premier temps, le camion va doubler l'automobile puis dans un second temps, celui-ci va le dépasser.

1. Déterminer les lois horaires x_1(t) et x_2(t) de l'automobile et du camion respectivement.
2. Calculer les dates des dépassements θ_1 et θ_2.
   En déduire les abscisses des dépassements x_1 et x_2.
3. Trouver les vitesses de l'automobile aux instants $\theta_1$et θ_2.
4. Représenter graphiquement les trajectoires de l'automobile suivant sa vitesse v(t) et son accélération a(t).
5. a)) Si le camion roulait à la vitesse v_2 = 30,6km/h pourrait-il rattraper l'automobile ? (On négligera la 2ème phase du mouvement de l'automobile pour $t > 7s$).
   b)) Si oui, calculer, l'instant pour lequel la distance qui sépare le camion à l'automobile est minimale. En déduire cette distance.

GRATUITS SUR ablanian.com
Téléchargez l'application Ablanian CI sur Play Store et App Store
TÉLÉCHARGEZ L'APPLICATION ABLANIAN CI
DISPONIBLE SUR Google Play Télécharger dans l'App Store

EXERCICE 07

Les mouvements du train et du voyageur considéré dans ce problème ont des trajectoires rectilignes parallèles.

Un voyageur en retard court le long d'un quai à la vitesse constante de valeur v = 6 ms-1 ; quand il est à 20 mètres du dernier wagon le train démarre avec une accélération constante de 1m/s^2.

1. Ecrire les équations horaires du voyageur et du dernier wagon considérés comme des points matériels.
2. Montrer que le voyageur ne peut pas rattraper le train.
3. Quelle sera la distance minimale entre le voyageur et le dernier wagon ?

EXERCICE 08

On étudie le mouvement de chute suivant une même verticale de deux billes assimilables à des points matériels. On admet que les mouvements sont uniformément variés.

Le vecteur accélération est vertical est dirigé de haut vers le bas. Son module est$|a|=10\text{m.s}^{-2}$.

1. D'un point O, on lance une première bille A verticalement vers le haut avec une vitesse $\overrightarrow{v_0}$ de norme $v_0 = 30\text{m.s}^{-2}$.

a)) Ecrire l'équation horaire de son mouvement en prenant le sol comme origine des espaces.

b)) Quelle est l'altitude maximale atteinte par cette bille ? A quelle date atteinte –elle ce maximum ?

2. Trois seconde après le départ de la bille A, on lance une deuxième bille B verticalement à partir du même point O avec la même vitesse $\overrightarrow{v_0}$.

Ecrire l'équation du mouvement de B dans le même repère. Quand et où les deux billes se rencontre-elles ?

EXERCICE 09

Une automobile initialement au repos est soumise à une accélération constante à $1{,}2\text{m.s}^{-2}$ Durant 10s. Pendant les 20s qui suivent le conducteur maintient sa vitesse constante. En fin l'automobiliste freine et s'arrête après 8m de freinage.

1. Calculer la distance d_1 parcourue pendant la phase d'accélération et la vitesse de l'automobile à la fin de cette phase.
2. Calculer la distance d_2 parcourue au cours de la 2ième phase.
3. Calculer l'accélération a_3 de l'automobile pendant la décélération et la durée de cette phase.
4. Calculer la durée totale du mouvement et la distance totale parcourue par le véhicule.

En déduire la vitesse moyenne de l'automobile.

EXERCICE 10

Une automobile est en mouvement rectiligne horizontal.

Pendant les 25 premiers seconds la vitesse de l'automobile croit de 0 à 20ms-1.

L'automobile a ensuite un mouvement uniforme puis jusqu'à l'arrêt un mouvement uniformément retardé d'accélération 0,5 ms-2.

La distance totale parcourue par l'automobile est 10 km.

Déduire de ces données :

a)) Le temps pendant lequel le mobile est freiné.

b)) La distance parcourue à vitesse constante.

c)) La durée totale du trajet.

EXERCICE 11

Sur une portion rectiligne ABCD de voie ferrée où s'effectuent des travaux, un train arrivant en A avec une vitesse de module égal à 54km/h à la marche suivante :

- De A à B, tel que AB = 125m, un mouvement uniformément retardé réduisant la vitesse en B à la valeur de 36km/h ;
- De B en C, pendant 1mn un mouvement uniforme ;
- De C en D, un mouvement uniformément accéléré tel que la vitesse reprenne la valeur de 54 km/h en 20s.

1. Déterminer les équations horaires des trois phrases et calculer l'espace parcouru de A à D.
2. Tracer les diagrammes de l'espace x=f(t), de la vitesse $v = g(t)$ et de l'accélération $a = h(t)$ pour l'ensemble des trois phrases.

EXERCICE 12

Sur une piste d'essai rectiligne de longueur AB=13,72km, une voiture expérimentale part du point A sans vitesse initiale, se déplace le long de ABCD selon les phases suivantes :

-A-B : phase de démarrage d'accélération a_1=0,1m/s^2 ;

- phase2 : B-C : mouvement uniforme pendant 14mins;
- C-D :phase de ralentissement d'accélération $|a_2|$=0,1m/s^2

La vitesse de la voiture est nulle en D.

1. Calculer la vitesse maximum acquise par la voiture au cours de son parcours.
2. Calculer le temps mis par la voiture pour faire le trajet ABCD.
3. Calculer les distances AB, BC et CD.
4. Déterminer la vitesse moyenne de la voiture sur le trajet AD.
5. Ecrire les équations horaires du mouvement correspondant aux trois phases.
6. Construire le diagramme des abscisses x(t), de la vitesse v(t) et de l'accélération dans l'ensemble.

EXERCICE 13

1. Une rame de métro est soumise dès son départ à une accélération constante. Au début de son mouvement, elle pénètre dans un tunnel avec une vitesse v_0 et parcourt à partir de cet instant x_1=24m pendant les deux premières seconde (θ_1). Puis elle parcourt 32m pendant les deux secondes suivantes.

On prendra pour origine des abscisses (x) le début du tunnel.

a)) Etablir les équations horaires de la rame en x_1 au temps θ_1 et en x_2 au temps θ_2.

GRATUITS SUR ablanian.com
Téléchargez l'application Ablanian CI sur Play Store et App Store
TÉLÉCHARGEZ L'APPLICATION ABLANIAN CI
DISPONIBLE SUR Google Play Télécharger dans l'App Store

b)) En déduire les valeurs de la vitesse v_0 et de l'accélération a de la rame.

2. L'accélération est supprimée 10s après le départ (θ_3).

La rame de métro roule à vitesse constante pendant 30s (θ_4).

Calculer la vitesse de la rame à l'instant θ_4 et la distance parcourue entre θ_3 et θ_4

3. En fin, elle est soumise à une décélération constante jusqu'à l'arrêt à la station suivante.

a)) Calculer la distance parcourue pendant cette phase (θ_5).

b)) Calculer la distance totale séparant les deux stations.

EXERCICE 14

Une rame de métro effectue un trajet entre deux stations. Partant de la première station, le conducteur lance sa rame avec une accélération a_1=8,5.10^{-2}m.s^{-2} au bout d'une durée θ_1 . Lorsqu'il juge la vitesse suffisante pour pouvoir atteindre l'autre station, le conducteur coupe définitivement le courant. Différentes causes ralentissent le mouvement qu'il s'effectue alors avec une décélération constante $|a_2|$=5.10^{-2}m.s^{-2} pendant une durée θ_2. La rame s'arrête à la deuxième station séparée de la première par la distance $d = 1500m$.

1. Ecrire les équations horaires du mouvement correspondant aux deux phases.

2. a)) Donner une relation entre a_1, a_2, θ_1 et θ_2.

b)) Montrer que :

$$\theta_1 = \sqrt{\frac{2D|a_2|}{|a_2|a_1 + {a_1}^2}}$$

c)) En déduire les valeurs de $\theta_1$et θ_2.

3. Calculer les longueurs l_1 et l_2 de ces deux phases.

En déduire la vitesse maximale de la rame entre les deux stations.

4. En utilisant les résultats de trois premières questions, représenter graphiquement les fonctions : $x = f(t)$, (équation des espaces); $v = g(t)$, (équation de la vitesse) et $a = h(t)$, (équation des accélérations).

Mouvement circulaire uniforme

EXERCICE 15

1. Un point matériel M a une trajectoire circulaire de rayon R.

Son vecteur accélération $\vec{a}$=50$\vec{N}$ (en USI, $\vec{N}$ vecteur unitaire centripète).

a)) Montrer que le mouvement est circulaire uniforme.

b)) Sachant que la période T = 0,4πs, quel est le rayon R du cercle trajectoire.

2. On donne l'équation horaire d'un point matériel dans le repère R (O,$\vec{i}$, $\vec{j}$) : $\begin{cases} x = a\cos(\omega t) \\ y = a\sin(\omega t) \end{cases}$

avec a=100cm et ω=10rad/s.

a)) Montrer que la vitesse de M est constante et la calculer.

b)) Montrer que l'accélération est constante et la calculer.

c)) Quelle est la nature de la trajectoire de M ?

Donner les caractéristiques du vecteur accélération.

EXERCICE 16

Un point M décrit un cercle de rayon r = 5cm, est repéré par$(\overrightarrow{OX}, \overrightarrow{OM}) = 0$(en rd). Sachant *que* $\theta(t) = 5t + \pi/8$.

a)) En déduire la vitesse angulaire, la fréquence et la période du mouvement.

b)) Quel est le mouvement de m, projection de M sur 0x.

Quel est le mouvement de m', projection de M sur 0y.

c)) Donner l'équation de la trajectoire de M.

d)) Quel est le module de la vitesse ?

Montrer que $\vec{v}$ et $\overrightarrow{OM}$ sont perpendiculaires.

e)) Quelle est la nature du mouvement de M.

Déterminer le vecteur accélération. Quelle est sa direction ?

Mouvement circulaire uniformément varié

EXERCICE 17*(Pour aller un peu plus loin)*

Une roue, immobile au départ est accélérée de telle sorte que sa vitesse angulaire croit régulièrement jusqu'à 120tr/mn en 1mn. Après avoir tourné un certain temps à cette vitesse, la roue est freinée régulièrement, il faut 5mn pour l'arrêter.

Le nombre total de tours étant 1560,

calculer la durée totale de rotation.

GRATUITS SUR ablanian.com
Téléchargez l'application Ablanian CI sur Play Store et App Store
TÉLÉCHARGEZ L'APPLICATION ABLANIAN CI
DISPONIBLE SUR Google Play
Télécharger dans l'App Store

Relation Fondamentale De La Dynamique

gratuit sur ablanian.ci/apps/

GRATUITS SUR ablanian.com
Téléchargez l'application Ablanian CI sur Play Store et App Store
TÉLÉCHARGEZ L'APPLICATION ABLANIAN CI
DISPONIBLE SUR Google Play
Télécharger dans l'App Store

Rappel s sur la R.F.D

I. Etude des chocs

Vecteur quantité de mouvement ($\vec{P}$)

La quantité de mouvement traduit la difficulté à modifier le mouvement d'un système. Par définition : $\vec{P} = M\vec{v}$

Pour tout choc, il y a toujours conservation du vecteur quantité de mouvement $\vec{P}$.

1. Etude d'un choc élastique

Dans un choc élastique il y a conservation du vecteur quantité de mouvement $\vec{P}$ et de l'énergie cinétique E_C.

Soit un point matériel ¨P_1 de masse m_1 mobile, lancé avec une vitesse v_1, vient heurter un autre point matériel P_2 de de masse m_2 immobile. Détermination des vitesses v'_1 et ${v_2}'$ juste après le choc respectivement sur P_1 et P_2.

- Avant le choc : $\vec{P} = m_1\vec{v}_1 \implies E_C = \frac{1}{2}m_1{v_1}^2$

- Après le choc :

$$\vec{P}' = m_1\vec{v}'_1 + m_2\vec{v}'_2 \implies E'_C = \frac{1}{2}m_1{v'_1}^2 + \frac{1}{2}m_2{v'_2}^2$$

Conservation du vecteur quantité de mouvement :

$\vec{P} = \vec{P}' \implies m_1\vec{v}_1 = m_1\vec{v}'_1 + m_2\vec{v}'_2$

Projection suivant $\vec{v}_1$:

$$m_1v_1 = m_1v'_1 + m_2v'_2 \ (1)$$

Conservation de l'énergie cinétique :

$$E_C = E'_C \ \ soit \ \ \frac{1}{2}m_1{v_1}^2 = \frac{1}{2}m_1{v'_1}^2 + \frac{1}{2}m_2{v'_2}^2$$

$$Soit \ \ m_1{v_1}^2 = m_1{v'_1}^2 + m_2{v'_2}^2 \ (2)$$

d'où :

$$\begin{cases} m_1v_1 = m_1v'_1 + m_2v'_2 \ \ (1) \\ m_1{v_1}^2 = m_1{v'_1}^2 + m_2{v'_2}^2 (2) \end{cases} \implies \begin{cases} m_1(v_1 - v'_1) = m_2v'_2 \\ m_1({v_1}^2 - {v'_1}^2) = m_2{v'_2}^2 \end{cases}$$

$$\implies \begin{cases} m_1(v_1 - v'_1) = m_2v'_2 \ \ (1) \\ m_1(v_1 - v'_1)(v_1 + v'_1) = m_2{v'_2}^2 \ \ (2) \end{cases}$$

$$\frac{(2)}{(1)} \implies v_1 + v'_1 = v'_2 \ \ (3)$$

Dans (1) : $m_1v_1 = m_1v'_1 + m_2(v_1 + v'_1)$

$$soit \ \ (m_1 - m_2)v_1 = (m_1 + m_2)v'_1 \implies$$

$$v'_1 = \frac{(m_1 - m_2)}{m_1 + m_2}v_1 \ \ et \ \ v'_2 = \frac{2m_1}{m_1 + m_2}v_1$$

Remarque :

$-si \ \ m_1 \gg m_2 \implies v'_1 = v_1 \ \ et \ \ v'_2 = 2v_1$

$-si \ \ m_1 \ll m_2 \implies v'_1 = -v_1 \ \ et \ \ v'_2 = 0$

$-si \ \ m_1 = m_2 \implies v'_1 = 0 \ et \ v'_2 = v_1$

2. Etude d'un choc inélastique ou choc avec accrochage

Soit un point matériel ¨P_1 de masse m_1 mobile, lancé avec une vitesse v_1, vient heurter un autre point matériel P_2 de de masse m_2 immobile. Détermination des vitesses v'_1 et ${v_2}'$ juste après le choc respectivement sur P_1 et P_2.

Pour un choc inélastique, les deux points matériels ont mêmes vitesse après le choc c'est-à-dire $v'_1 = v'_2 = v$.

- Avant le choc : $\vec{P} = m_1\vec{v}_1$

- Après le choc : $\vec{P}' = m_1\vec{v}'_1 + m_2\vec{v}'_2 = (m_1 + m_2)\vec{v}$

Conservation du vecteur quantité de mouvement :

$$\vec{P} = \vec{P}' \implies m_1\vec{v}_1 = (m_1 + m_2)\vec{v} \implies \vec{v} = \frac{m_1}{m_1 + m_2}\vec{v}_1$$

II. Relation Fondamentale de la Dynamique (R.F.D)

Dans un référentiel galiléen, la deuxième loi de Newton énonce que : "La variation temporelle de la quantité de mouvement d'un système est égale à la résultante des forces qui s'applique sur ce système." $\frac{d\vec{P}}{dt} = \sum \vec{F}_{app}$

III. Les lois de Newton

1. Première loi de Newton (Principe d'inertie)

Dans un référentiel Galiléen, un système isolé est soit au repos soit en mouvement rectiligne uniforme.

2. La deuxième Loi de Newton ou Théorème de Centre d'inertie (T.C.I):

Dans un référentiel Galiléen la somme vectorielle des forces Extérieures qui s'exercent sur un point matériel est égale au Produit du vecteur accélération et de la masse du point matériel :

$$\sum \vec{F}_{ext} = m\vec{a}$$

$$en \ effet : \frac{d\vec{P}}{dt} = \frac{dm\vec{v}}{dt} = m\frac{d\vec{v}}{dt} = m\vec{a} = \sum \vec{F}_{ext}$$

3. Troisième Loi de Newton ou Le principe des actions réciproques

"Si un système A exerce une force $\vec{F}_{A/B}$ sur un système B, alors le système B exerce une force $\vec{F}_{B/A}$ sur le système A de même intensité, ayant la même direction mais de sens opposé." :

$$\vec{F}_{A/B} = -\vec{F}_{B/A}$$

Exercices sur la R.F.D

EXERCICICE 01

Un enfant prend place sur une luge au sommet O d'une piste enneigée parfaitement plane, de longueur L=OB=50m, incliné d'un angle α=30° par rapport à l'horizontal. L'ensemble forme un solide de masse m = 55kg. Les forces de frottement exercées par le sol sur la luge sont équivalentes à une force $\vec{F}$ parallèle à la trajectoire et d'intensité $F = 44N$.

1. Un autre enfant communique à l'ensemble {luge +enfant} en O, une vitesse $v_0 = 2m.s^{-1}$ vers le bas et selon la ligne de la plus grande pente OB.
   a)) Déterminer les équations horaires du mouvement ;
   b)) Calculer la durée de la descendante ;
   c)) Déterminer la vitesse V_B au point B.
   d)) En déduire l'énergie mécanique du système { luge + enfant } au bas de la pente.
2. Au bas de la pente de la pente, la luge aborde une piste horizontale, la force de frottement gardent la même valeur qu'au début.
   a)) Déterminer la nouvelle accélération a sur la piste horizontale.
   b)) Trouver les équations horaires du mouvement sur cette horizontale.
   c)) Calculer la distance parcourue avant l'arrêt.
   En déduire la durée totale de la luge sur son mouvement.

EXERCICE 02

On considère deux solides (S_1) et (S_2) de masses respectives $m1 = 500g$ et $m2 = 300g$, relié par un fil inextensible de masse négligeable. Ce fil passe sur la gorge d'une poulie de masse négligeable. S_1 glisse sur un table horizontale et S_2 se trouve à 3m au-dessus du sol.

1. Le système est abandonné sans vitesse initiale et on néglige tous les frottements. Calculer :
   a)) l'accélération a du système ;
   b)) l'énergie cinétique de S_2 lorsqu'il heurte le sol.
   c)) la norme de la tension du fil.
2. En réalité, le contact de S_1 avec la table a eu lieu avec frottement, dont son effet s'oppose à la trajectoire de S_1 et d'intensité $f = 1,2N$. Répondre la question 1.
3. Le fil supportant S_1 est parallèle de la plus grande pente d'un plan incliné, faisant un angle $\alpha = 30°$ avec le plan horizontal. La piste est rigoureux, les frottements sont équivalents à une force $\vec{f}$ d'intensité $f = 0,2N$.
   a)) Calculer la nouvelle accélération a' de S_1 et en déduire la nature de son mouvement.
   b)) Déterminer l'énergie mécanique de S_1 à l'instant $t = 1,2s$.
   c)) A l'instant $t = 1,2s$, le fil supportant S_1 et S_2 casse.
   c1)) Donner les caractéristiques du vecteur accélération $\vec{a}$ de S_1 après la rupture du fil.
   c2)) Donner les lois horaires du mouvement de S_1 en prenant comme origine des dates et d'abscisses l'instant de la rupture.

EXERCICE 03

Sur la gorge d'une poulie de masse négligeable, mobile sans frottement autour d'un axe horizontal, passe un fil inextensible et de masse négligeable, dont les extrémités supportent deux corps A et B de masseM_A et M_B . On négliger tous les frottements.

1. Dans une première expérience, les deux brins de fils sont verticaux. M_A= 0,539kg et M_B = 0,441kg. Calculer :
   a)) L'accélération du système.
   b)) L'espace parcourue par chaque corps, la vitesse et l'énergie cinétique de chaque corps 3s après avoir abandonnée le lui-même sans vitesse initiale.
2. Dans une deuxième expérience, le brin de fil supportant A est parallèle de la pente d'un plan incliné formant un angle $\alpha = 30°$ avec le plan horizontale.
   a)) Quelles valeurs doit-on donner à M_A et M_B la somme est toujours la même 0,980kg pour que la vitesse du système 3s après l'avoir abandonnée à lui-même soit la même que précédemment, le corps A remonte le plan.
   b)) Calculer l'énergie mécanique du corps A à l'instant $t = 3s$ et la tension du fil au cours du mouvement.
3. Dans une troisième expérience, à t = 3s le fil se casse.
   a)) Quel est le mouvement pris par le corps A ?
   b)) Trouver la position et la vitesse du corps A, 1,2s après la rupture du fil.

EXERCICE 04

Un solide est tiré le long de la tige de plus grande pente d'un plan incliné par un câble parallèle à ce plan qui fait un angle α =30° avec l'horizontale. La masse m du solide et égale à 980kg.

On prendra g = 9,8m.s^{-2}. On néglige tous les frottements.

Le mouvement comporte trois phases :

- Il est d'abord uniformément accéléré durant 3s ;
- Uniforme durant 6s sur une distance de 36m ;
- Uniformément retardé pendant une même durée Δt jusqu'à l'arrêt.

a)) Sachant que la distance parcourue est de 60m, calculer la durée totale du trajet effectif par le solide.

b)) Ecrire les équations horaires du mouvement dans chaque phase

c)) Déterminer la force de traction du câble au cours des trois phases du mouvement.

d)) Déterminer la puissance exercée par la force de traction pendant la 2e phase du mouvement.

GRATUITS SUR ablanian.com
Téléchargez l'application Ablanian CI sur Play Store et App Store
TÉLÉCHARGEZ L'APPLICATION ABLANIAN CI
DISPONIBLE SUR Google Play Télécharger dans l'App Store

EXERCICE 05

Un monte-charge soulève un fardeau de masse $\boldsymbol{m = 1tonne}$ d'une hauteur H par rapport au niveau du sol.

La monter comprend 3 phases :

Phase 1 :

MRUA durant 3s, la vitesse du fardeau passe de 0 à v.

Phase 2 : MRU durant 10s d'une longueur de 20m ;

Phase 3 : MRUR durant 5s, la vitesse du solide passe de v à 0.

a)) Calculer la vitesse v du solide.

b)) Ecrire pour chaque phase les équations horaires du mouvement et en déduire H.

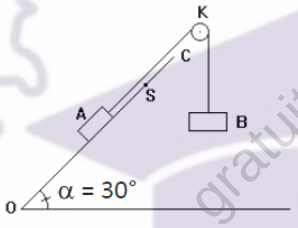
c)) Calculer la tension exercée par la câble sur le fardeau dans chaque phase.

d)) Le câble rompt juste à l'arrêt ; le fardeau étant à une hauteur H par rapport au sol.

Quelle est la nature du mouvement du fardeau juste après la rupture du câble et déterminer le temps mis lorsqu'il le sol.

EXERCIE 06

On considère un solide A de masse $m_A = 400g$ pouvant glisser le long du plan incliné OC parfaitement lisse suivant la ligne de plus grande pente, et un solide B de masse $m_B = 300g$ relié à A par un fil inextensible de masse négligeable passant sur la gorge d'une poulie K de masse négligeable. A la date t = 0, le système est libéré sans vitesse, le solide A partant du point O.



1. Calculer l'accélération du système.

2. a)) Calculer le temps mis par A pour atteindre le point S tel que OS = 2 m.

b)) Calculer la vitesse de A au passage en S.

c)) Au moment où le solide passe en S, le fil casse brusquement. Décrire les mouvements ultérieurs de A et B. (aucun calcul n'est demandé)

3. Lorsque le solide A quitte le plan incliné, il arrive sur le sol horizontal où il rencontre un solide C immobile de masse $m_C = 350g$, après un parcours de longueur $\boldsymbol{L = 10m}$ sur le plan incliné ; le choc est centrale et parfaitement élastique.

a)) Calculer la vitesse v_1 du solide A juste avant le choc.

b)) Exprimer les vitesses v_1' et v_2'de deux corps après le choc, en fonction de m_A, m_C et v_1. Faire son A.N.

EXERCICE 07

Un solide ponctuel (S) de masse m=100g est attaché à l'extrémité B d'un fil de masse négligeable et de longueur l= 300cm.

L'autre extrémité du fil est fixé en A. (fig1)

1. (S) étant lancée de façon convenable, l'ensemble tourne autour d'un axe vertical (Δ) passant par A avec une vitesse angulaire $\omega = \boldsymbol{12rad/s}$. Le solide (S) a alors un MCU autour de (Δ) et on appelle α l'angle que fait AB avec (Δ). Calculer α.

2. (S) est maintenait relié à un point fixe C de (Δ) (fig2) par un autre fil de masse négligeable.

Le fil BC est tendu est horizontal lorsque α prend la valeur α_o et l'ensemble tourne à la même vitesse angulaire précédente.

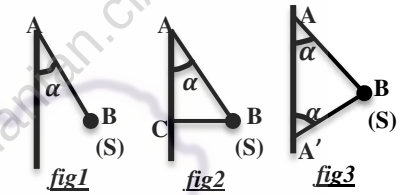
Exprimer la tension du fil BC en fonction de m, l, α_0, g et ω.

A.N : $\alpha_0 = \boldsymbol{30°}$.

3. (S) étant toujours attaché au fil précédent. Le fil BA' reste tendu avec AA'=60cm et $AB = BA' = l = 300cm$. (fig3).

a)) Exprimer les tensions des fils BA et BA' en fonction de m, ω, l, α et g. En déduire leurs valeurs numériques.

b)) Quelle doit être la valeur de ω pour que le fil BA' soit tendu.



EXERCICE 08

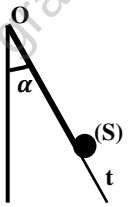
On considère un solide ponctuel S de masse $m = 400g$ et de dimension négligeable. On prendra $g = 9{,}8m.s^{-2}$.

Un système est constitué d'une tige Ot soudée en O à un support vertical OS. La tige Ot forme un angle $\alpha = 60°$ avec OS. Sur cette tige est enfilé un solide S ; il est relié à O par un fi tourner inextensible de longueur $l = 40cm$, on néglige les frottements et on fait tourner le système autour de l'axe OS.

1. a)) Calculer la vitesse de rotation ω_0 du système au moment où la réaction de la tige sur le solide S est nulle.

b)) Calculer, dans ce cas, la tension T du fil.

2. Quelles sont respectivement l'intensité de la réaction de la tige sur le solide S et la tension du fil si on fait tourner le système à la vitesse de $1trs.s^{-1}$.



GRATUITS SUR ablanian.com
Téléchargez l'application Ablanian CI sur Play Store et App Store
TÉLÉCHARGEZ L'APPLICATION ABLANIAN CI
DISPONIBLE SUR Google Play
Télécharger dans l'App Store

Etude Energétique D'Un Système Mécanique

gratuit sur ablanian.ci/apps/

GRATUITS SUR ablanian.com
Téléchargez l'application Ablanian CI sur Play Store et App Store
TÉLÉCHARGEZ L'APPLICATION ABLANIAN CI
DISPONIBLE SUR Google Play
Télécharger dans l'App Store

Rappel sur l'Etude Energétique d'un système Mécanique

1. Généralité

- Energie cinétique de translation : $E_C = \frac{1}{2}mv^2$
- Energie potentielle de pesanteur : $E_{PP} = mgz$
- Energie potentielle élastique: $E_{PE} = \frac{1}{2}kx^2$

K : constante de raideur du ressort

x : allongement du ressort (m)

- Energie potentielle de torsion : $E_{PC} = \frac{1}{2}C\theta^2$

C : constante de torsion

θ : angle d'écartement du ressort par rapport à sa position d'équilibre exprimé en radian (rad)

- Energie Mécanique : $E = E_C + E_{PP}$

2. Théorèmes généraux

Théorème de l'énergie cinétique (T.E.C)

Enoncé du théorème :

Dans un référentiel galiléen, la variation de l'énergie cinétique entre deux instants quelconques est égale à la somme de tous les travaux des forces extérieurs :

$$\Delta E_C = E_{C1} - E_{C0} = \sum W(\vec{F}_{ext})$$

Théorème de l'énergie mécanique (T.E.M)

Enoncé du théorème :

Dans un référentiel galiléen, la variation de l'énergie mécanique d'un système entre deux instants quelconques est égale à la somme des travaux des forces non-conservatives:

$$\Delta E = E_1 - E_0 = \sum W(\vec{F}_{ext})$$

Remarque :

- si $\Delta E = 0 \Longrightarrow E_1 = E_0 = E = cste$, donc l'énergie mécanique se conserve (conservation de l'énergie mécanique): un tel système est dit conservatif.
- *si* $\Delta E < 0 \Longrightarrow E_1 < E_0$,donc l'énergie mécanique diminue au cours du temps : cette diminution de l'énergie mécanique est due aux forces de frottements divers dus au système mécanique. Un tel système est dit dissipatif.

GRATUITS SUR ablanian.com
Téléchargez l'application Ablanian CI sur Play Store et App Store
TÉLÉCHARGEZ L'APPLICATION ABLANIAN CI
DISPONIBLE SUR Google Play
Télécharger dans l'App Store

Exercices sur l'étude énergétique d'un système

EXERCICE 01

Un club d'amateurs a construit une fusée de masse m=200kg.

Lors du lancement le moteur exerce une poussée verticale F=constante, durant 10s, puis le moteur est coupé.

La fusée continue sur sa lancée avant de retomber.

La trajectoire est verticale et la masse de la fusée reste pratiquement constante. On prendra g=9,8m.s^{-2}.

1. Les frottements sont négligeables, la fusée atteint une vitesse de 100km.h^{-1} lorsque le moteur s'arrête à t=10s.
   a)) Monter que durant cette phase de lancement le mouvement du centre d'inertie de la fusée est uniformément accéléré.
   b)) Calculer l'accélération et la valeur de la poussée.
   c)) Quelle est l'altitude atteinte lorsque le moteur s'arrête ?
   d)) Quelle est la nature du mouvement ultérieur ?
   Quelle est l'altitude maximale atteinte ?
2. Les frottements sont assimilés à une force constante f=100N et A s'exerce tout au long du trajet. La poussée F garde la même valeur qu'à la question précédente et s'exerce pendant 10s.
   a)) Calculer l'altitude atteinte quand le moteur s'arrête.
   b)) Quelle est l'altitude maximale atteinte ?

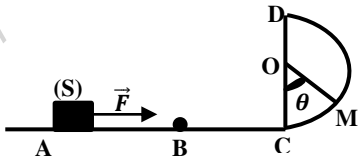
EXERCICE 02

Un solide ponctuel (S) de masse m est initialement au repos en A. On le lance sur la piste ACD, en faisant agir sur lui, le long de la partie AB de sa trajectoire, une force $\vec{F}$ horizontale et d'intensité F constante. On pose AB= l.

La portion AC de la trajectoire est horizontale et la portion CD est un demi-cercle de centre D et de rayon r. Au point M défini par l'angle $(\overrightarrow{OC}, \overrightarrow{OM})$= θ.On suppose que la piste ACD est parfaitement lisse et on néglige les frottements.

1. a)) Déterminer l'accélération a du solide puis donner, en fonction F, l, et m, la valeur V_B de la vitesse de (S) en B ;
   b)) Avec quelle vitesse aborde –t-il la piste en C.
2. Etablir en fonction de F, l, m, r, θ et g , au point M l'expression de :
   a)) La valeur v de la vitesse de S.
   b)) L'intensité R de la réaction $\vec{R}$ de la piste.
3. De l'expression de R, déduire, en fonction de m, g, r et l, la valeur minimale F_0 de F pour que S atteigne D. Calculer F_0.
4. Les frottements sur la piste AM sont équivalent à une force unique constante f.
   a)) Déterminer l'expression de la vitesse V au point M en fonction de F, L (distance AC), l, m, f, θ et g .
   b)) Sachant que $v_M = 0{,}5ms^{-1}$, en déduire l'intensité de la force de frottement f ainsi que l'accélération du solide entre A et B. Déterminer la nature de son mouvement et l'équation horaire correspondante.
   c)) Calculer la durée mise par le solide pour passer au point C et son énergie mécanique.

Données : m = 0,5kg ; r = 1m ; l = 1,5m ; g = 10m/s^{-2} ; F= 1N ; L = 3m ; θ = 30°.



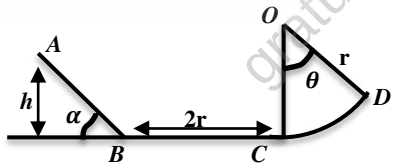
EXERCICE 03

Un solide se masse m= 2kg, de dimensions négligeable est mobile sur une piste situé dans le plan vertical . Cette piste est constituée de 3parties : une partie rectiligne AB incliné d'un angle α =30° par rapport à l'horizontal ; une partie horizontale de longueur 2r avec r= 1m et une partie circulaire CD de centre O, de rayon r et tel que θ =$(\overrightarrow{OC}, \overrightarrow{OD})$ =60°.

Sur les parties AB et BC les frottements sont équivalents à une force unique d'intensité $\|\vec{f}\|=\frac{1}{10}$du poids du solide.

Sur la piste CD on néglige les frottements.

1. Exprimer littéralement la vitesse du solide aux points A, B, C et D en fonction de g, h et r.
2. a)) De quelle hauteur h peut-on lâcher le solide pour que sa vitesse en D soit égale à 2m.s^{-1} ?
   b)) Calculer l'accélération du solide sur le tronçon AB et en déduire la durée de parcours AB
3. a)) Donner l'expression de la force exercée par la piste sur le solide en D en fonction de h, g ,r
   b)) En déduire la valeur minimale de la hauteur h pour que le solide quitte la piste en D.
   c)) Le solide peut-il toucher le plafond situé à 1,5m au-dessus de C ? Justifier votre réponse.



EXERCICE 04

Une bille M assimilable à un point matériel de masse m=50g est abandonnée sans vitesse initiale en un point A d'une piste ABCD.

La piste est constituée :

- d'un tronçon rectiligne AB incliné d'un angle α=30° par rapport à l'horizontal ; AB=1,6m ;
- d'un tronçon rectiligne horizontal BC ;
- d'un tronçon circulaire CD, de centre O, et de rayon $r = 60cm$ et tel que OC est perpendiculaire à BC.

GRATUITS SUR ablanian.com
Téléchargez l'application Ablanian CI sur Play Store et App Store
TÉLÉCHARGEZ L'APPLICATION ABLANIAN CI
DISPONIBLE SUR Google Play Télécharger dans l'App Store

Les frottements s'exercent qu'entre B et C, et sont équivalents à une force $\vec{f}$ parallèle au déplacement et d'intensité constante

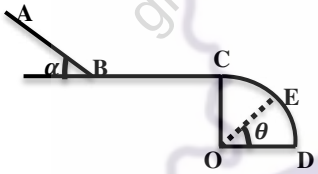
$$f = 0{,}4N.$$

1. Calculer la vitesse de la bille en B et la durée du trajet AB.
2. a)) Quelle est la nature du mouvement de la bille sur la piste BC.
   b)) Donner l'équation horaire de M sur la portion BC.
   c)) Quelle devrait être la longueur BC pour que M arrive en C avec une vitesse nulle ?
3. La bille M part en C avec une vitesse nulle et aborde la portion CD. La position de M est repérée par l'angle $\theta = (\overline{OD}, \overline{OE})$ au point E.

a)) Exprimer, en fonction de g, r, et θ, la vitesse de M en E.

b)) Donner, en fonction de m, g, r, et θ, l'intensité de la réaction R de la piste sur M en E.

c)) Calculer l'angle θ_o pour que M quitte la piste.
En déduire la vitesse de M en ce pt.



EXERCICE 05

Une petite sphère S, ponctuelle de masse m=200g est accrochée à un fil de masse négligeable, inextensible de longueur l=1m. L'autre extrémité du fil est accrochée à un point O fixe.

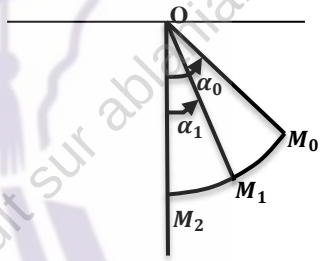
1. Le pendule ainsi obtenu est écarté de sa position d'équilibre d'un angle α_O=40° puis lancé avec une vitesse $v_0 = 2\text{m.s}^{-1}$.
   a)) Calculer la vitesse de S lorsqu'elle passe aux points M et A définis respectivement par α_1=25° et α_2=0.
   b)) Déterminer la tension du fil à la position α_1 et α_2.
   c)) En déduire la valeur minimale de la vitesse v_0 pour que la sphère fasse un tour complet, le fil reste tendu au cours du mouvement.
   d)) On écarte à nouveau S d'un angle α_O=40° de sa position d'équilibre et On la lance avec une énergie cinétique E_C=1,2J. Calculer l'angle d'écartement maximal α_m ($\alpha_m > \alpha_O$).
2. L'ensemble {fil + S} tourne à la vitesse angulaire ω constant autour d'un axe vertical (Δ)
   Le fil fait alors un angle θ=30° avec la verticale.
   a)) En appliquant le TCI, trouver une relation entre l'angle θ et ω. Calculer ω.
   b)) Exprimer et calculer la tension du fil.
   c)) Calculer la vitesse angulaire minimale ω_{min} qui permet au fil d'être tendu.

EXERCICE 06

Une petite sphère S, ponctuelle de masse $m = 200g$ est accrochée à un fil souple, de masse négligeable, inextensible de longueur $l = 80cm$. L'autre extrémité du fil est accrochée à un point fixe O. On prendra : $g = 9{,}8m.s^{-2}$.

Le pendule ainsi obtenu est écarté de sa position d'équilibre d'un angle α_O=40°. S est lancée avec une vitesse $v_0 = 3m.s^{-1}$ à partir du point M_0. On donne α_1=25°.

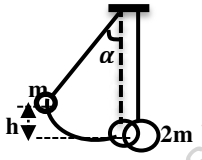
1. Calculer l'énergie mécanique E_0 de la sphère en M_0.
   On prendra E_{pp}=0J, à l'équilibre.4
2. Exprimer et calculer la vitesse de S lorsqu'elle passe aux points M_1 et M_2.
3. Exprimer et calculer la tension du fil aux points M_1 et M_2.
4. Calculer l'énergie mécanique E_2 de la sphère en M_2.Conclure.
5. En déduire la valeur minimale de la vitesse v_0 pour que la sphère fasse un tour complet, le fil reste tendu au cours du mouvement circulaire.
6. Calculer l'angle d'écartement maximal α_m ($\alpha_m > \alpha_O$) avec
$$\alpha_m = (\overrightarrow{OM_2}; \overrightarrow{OM_m})$$
A ce moment le fil se casse.
Donner l'équation horaire de S après la rupture.



EXERCICE 07

Deux billes de masses m et 2m sont suspendues par deux fils. Au départ, sont au repos : les deux billes se touchent et les fils sont verticaux. La bille de masse m est soulevée d'une hauteur h, avec un angle α= 60° et on la lâche sans vitesse initiale. Elle vient alors cogner la bille de masse 2m, initialement au repos.

1. a)) Calculer en fonction de h la vitesse v_1 de la masse m juste avant le choc.
   b)) Déterminer la tension T_1 de m lorsqu'elle repasse la verticale.
2. Trouver les hauteurs maximales auxquelles s'élèvent ces deux billes après la collision dans le cas :
   a)) d'une collision parfaitement inélastique,
   b)) d'une collision élastique.



GRATUITS SUR ablanian.com
Téléchargez l'application Ablanian CI sur Play Store et App Store
TÉLÉCHARGEZ L'APPLICATION ABLANIAN CI
DISPONIBLE SUR Google Play
Télécharger dans l'App Store

Champ De Pesanteur

gratuit sur ablanian.ci/apps/

GRATUITS SUR ablanian.com
Téléchargez l'application Ablanian CI sur Play Store et App Store
TÉLÉCHARGEZ L'APPLICATION ABLANIAN CI
DISPONIBLE SUR Google Play
Télécharger dans l'App Store

Cour sur le Champ de Pesanteur

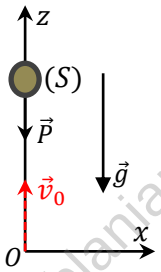
I. Mouvement d'un particule dans le champ de pesanteur

cas où $\vec{v}_0$ est parallèle à $\vec{g}$

Un projectile de masse m est lancé à partir d'un point O verticalement vers le haut avec une vitesse $\vec{v}_0$ à l'instant t=0.

1. Lois horaires du mouvement

Le projectile est soumis à son poids $\vec{P}$



Condition initiale :

$$\overrightarrow{v_0}\begin{vmatrix} v_{0x}=0 \\ v_{0y}=v_0 \end{vmatrix}, \overrightarrow{OM_0}\begin{vmatrix} x_0=0 \\ y_0=0 \end{vmatrix}$$

T.C.I : $\vec{P}=m\vec{a} \Rightarrow m\vec{g}=m\vec{a} \Rightarrow \vec{a}=\vec{g}$

Dans la base (ox,oz)

$$\vec{a}\begin{vmatrix} a_x=0 \\ a_z=-g \end{vmatrix} \Rightarrow \vec{v}\begin{vmatrix} v_x=0 \\ v_z=-gt+v_0 \end{vmatrix} \Rightarrow \overrightarrow{OM}\begin{vmatrix} x=0 \\ y=-\frac{1}{2}gt^2+v_0t \end{vmatrix}$$

D'où les lois horaires du mouvements sont :

$$\begin{cases} v=gt+v_0 \\ y=-\frac{1}{2}gt^2+v_0t \end{cases}$$

Nature du mouvement :

Si v_0 est initialement dirigé vers le haut, le mouvement est d'abord uniformément décéléré. Au point maximal $v=0$, ensuite le mouvement est rectiligne uniformément accéléré vers le bas.

2. Hauteur maximale atteinte par le projectile

Au point maximal, $v=0 \Rightarrow v(t)=-gt+v_0=0$

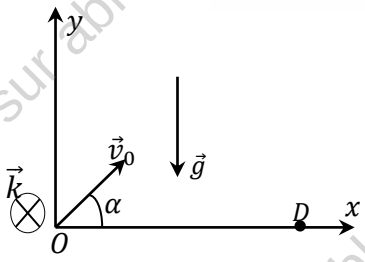
$$soit\ t_{max}=\frac{v_0}{g} \Rightarrow z_{max}=-\frac{1}{2}g\left(\frac{v_0}{g}\right)^2+v_0\left(\frac{v_0}{g}\right)=\frac{{v_0}^2}{2g}$$

$$La\ hauteur\ maximale\ est\ :\ H_{max}=z_{max}=\frac{{v_0}^2}{2g}$$

II. Mouvement d'un projectile dans le champ de pesanteur

Cas où $\vec{v}_0$ non parallèle à $\vec{g}$.

Un projectile de masse m est lancé dans le champ de pesanteur $\vec{g}$ avec une vitesse initiale de lancement $\vec{v}_0$. Ce vecteur fait avec l'horizontale un angle α, appelé angle de tir.



1. Mouvement plan

- Condition initiale $\overrightarrow{v_0}\begin{vmatrix} v_{0x}=v_0\cos\alpha \\ v_{0y}=v_0\sin\alpha \\ v_{0z}=0 \end{vmatrix}, \overrightarrow{OM_0}\begin{vmatrix} x_0=0 \\ y_0=0 \\ z_0=0 \end{vmatrix}$

Le projectile est soumis à son poids $\vec{P}=m\vec{g}$

$T.C.I : m\vec{g}=m\vec{a} \Rightarrow \vec{a}=\vec{g}$

$$\vec{a}\begin{vmatrix} a_x=0 \\ a_y=-g \\ a_z=0 \end{vmatrix}, \vec{v}\begin{vmatrix} v_x=v_0\cos\alpha \\ v_y=-gt+v_0\sin\alpha \\ v_z=0 \end{vmatrix} et$$

$$\overrightarrow{OM}\begin{vmatrix} x=(v_0\cos\alpha)t \\ y=-\frac{1}{2}gt^2+(v_0\sin\alpha)t \\ z=0 \end{vmatrix}$$

Comme $z=0$, alors le mouvement est plan et a eu lieu dans le plan (Ox,Oy)

2. Equation de la trajectoire

$$\begin{cases} x=(v_0\cos\alpha)t \\ y=-\frac{1}{2}gt^2+(v_0\sin\alpha)t \end{cases}$$

$$soit\ \ x=(v_0\cos\alpha)t \Rightarrow t=\frac{x}{v_0\cos\alpha}$$

$$y=-\frac{g}{2{v_0}^2cos^2\alpha}x^2+x\tan\alpha$$

3. Porté horizontale

La portée est l'abscisse du point d'impact D d'ordonnée y=0.

$$y=-\frac{g}{2{v_0}^2cos^2\alpha}x^2+x\tan\alpha=0 \Rightarrow x=\frac{2{v_0}^2cos^2\alpha}{g}\times\tan\alpha$$

$$\Rightarrow x=\frac{2{v_0}^2cos^2\alpha}{g}\times\frac{\sin\alpha}{\cos\alpha}=\frac{2{v_0}^2\cos\alpha\cos\alpha}{g}=\frac{2{v_0}^2\sin 2\alpha}{g}$$

$$D'où : x_D=x=\frac{2{v_0}^2\sin 2\alpha}{g}$$

4. Flèche

La flèche est la hauteur maximale atteinte par le projectile.

Au sommet de la trajectoire : $v_y=0$.

$$v_y=-gt+v_0\sin\alpha=0 \Rightarrow t_{max}=\frac{v_0\sin\alpha}{g}$$

$$y_{max}=-\frac{1}{2}g{t_{max}}^2+(v_0\sin\alpha)t_{max}$$

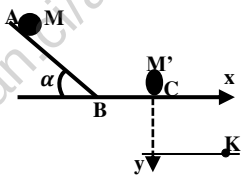
$$\Rightarrow y_{max}=-\frac{1}{2}g\left(\frac{v_0\sin\alpha}{g}\right)^2+(v_0\sin\alpha).\frac{v_0\sin\alpha}{g}$$

$$\Rightarrow y_{max}=\frac{{v_0}^2sin^2\alpha}{2g}$$

gratuit sur ablanian.ci/apps/

Exercices sur le champ de pesanteur

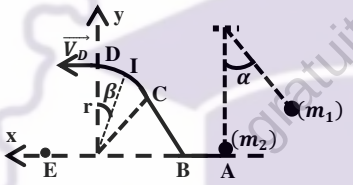
EXERCICE 01



Une bille de masse m=50g est abandonnée sans vitesse initiale au point A d'une gouttière. En C, elle heurte une autre bille M' de masse m'=200g .

1. Juste après le choc supposé parfaitement élastique, la vitesse de la bille M' est v'=1,6m.s^{-1}. En admettant que les vitesses sont colinéaires avant et après le choc, calculer :
   a)) la vitesse v_0 de la bille M juste avant le choc ;
   b)) la vitesse v de M juste après le choc.
2. Après le choc, la bille M' quitte la gouttière.
   a)) Quelle est la nature du mouvement ultérieur de M' ?
   b)) Ecrire l'équation cartésienne de sa trajectoire dans un repère d'axe orthonormé $(\overrightarrow{CX},\overrightarrow{CY})$.
   c)) Calculer la distance verticale du point C au point d'impact K de la bille M' sur le sol horizontale situé à h=80m de C.

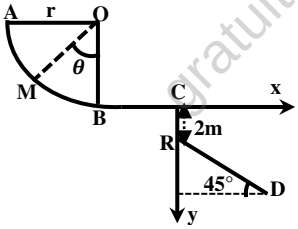
EXERCICE 02



Dans tout le problème, on néglige les frottements et on prend g = 10 m s^{-2}. Un pendule simple est constitué par une bille ponctuelle M_1de masse $m_1 = 200$ g suspendue about d'un fil inextensible de masse négligeable et longueur l = 0,9 m.

1. On écarte le pendule d'un angle α par rapport à sa position d'équilibre et on le lâche sans vitesse initial.
   La vitesse de la bille M_1 lors de son passage à la position d'équilibre est $v = 3m.s^{-1}$. Calculer la valeur de l'angle α.
2. Lors de son passage à la position d'équilibre, la bille M_1 heurte, au cours d'un choc parfaitement élastique, une autre bille ponctuelle M_2 immobile de masse m_2 = 100 g.
   La vitesse de la bille M_2, juste après le choc, est $5m.s^{-1}$.
   Calculer la vitesse de la bille M_1 juste après le choc en appliquant la conservation de la quantité de mouvement.
3. La bille M_2 est propulsée avec la vitesse v_A sur une piste qui comporte trois parties : Une partie horizontale AB, Une certaine courbe BC, et Un arc de cercle CD, de rayon r et de centre O. Les points O, A, B et E se trouvent dans un même plan horizontal.
   a)) Exprimer, en fonction de m_2, g, r, β e tvc_A, l'intensité de la réaction de la piste sur la bille M_2 au point I.
   b)) La bille M_2 arrive au point D avec une vitesse horizontale de valeur v_D = 1 m.s^{-1}. Calculer la valeur de r.
4. Arrivée en D, la bille M_2 quitte la piste avec la vitesse précédente et tombe en chute libre.
   a)) Etablir l'équation cartésienne de la trajectoire de la bille M_2 dans le repère (o, i, j).
   b)) Calculer la distance OE.

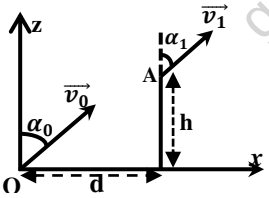
EXERCICE 03



Une gouttière ABC sert de parcours à un mobile supposé ponctuel, de masse m=100g. Le mouvement a lieu dans un plan vertical.

1. Sa partie curviligne AB est un arc de cercle parfaitement lisse $(\overrightarrow{OA},\overrightarrow{OB}) = \frac{\pi}{2} rad$; $r = OA = OB = 1m$.
   Le mobile est lancé en A avec une vitesse $v_A = 5m.s^{-1}$ verticale dirigé vers le bas et glisse sur la portion AB.
   a)) Etablir l'expression littérale de la vitesse v_M du mobile en un point M tel que $(\overrightarrow{OB},\overrightarrow{OM}) = \theta$, en fonction de v_A, g, r et θ. Calculer numériquement v_M en B.
   b)) Etablir l'expression littérale de la réaction R de la piste sur le mobile en M en fonction de m, g, θ, r et v_A. Calculer numériquement R en B.
2. La portion BC rectiligne et horizontale est rugueuse.
   Les frottements peuvent être assimilés à une force $\vec{f}$ unique, constante, opposée au mouvement d'intensité f.
   Sachant que le mobile arrive en C avec une vitesse $v_C = 5m.s^{-1}$. On donne BC=3m.
   a)) Calculer littéralement puis numériquement f.
   b)) Calculer l'accélération du mobile et en déduire la nature de son mouvement.
   c)) Déterminer le temps mis par le mobile pour traverser BC.
   d)) Enoncer « le théorème de l'énergie mécanique ».
   Calculer l'énergie mécanique du système {mobile ; Terre} en B et en C. Conclure.
3. En C, le mobile quitte la piste avec sa vitesse v_C.
   a)) Etablir, dans le repère $(\overrightarrow{Cx},\overrightarrow{Cy})$, l'équation de sa trajectoire.
   b)) Calculer la distance CD où D est le point d'impact du mobile.
   c)) Calculer la durée du saut et en déduire la vitesse v_D.
   d)) Calculer l'énergie mécanique du système {mobile ;Terre} en D. Conclure.

EXERCICE 04



On se propose d'étudier la trajectoire du centre d'inertie G d'un ballon de football. Le ballon quitte, à t=0s, le pied d'un tireur de « coup franc » direct avec une vitesse $\vec{v_0}$ situé dans le plan vertical (O, $\vec{i}$, $\vec{k}$) et fait un angle $\alpha_0 = 60°$ avec l'axe Oz.

GRATUITS SUR ablanian.com
Téléchargez l'application Ablanian CI sur Play Store et App Store
TÉLÉCHARGEZ L'APPLICATION ABLANIAN CI
DISPONIBLE SUR Google Play
Télécharger dans l'App Store

A cet instant le centre d'inertie G est au point O.

1. a)) Montrer que le mouvement est plan.
   Préciser le plan du mouvement.
   b)) Etablir l'équation cartésienne de la trajectoire en fonction de $v_O, g, et\ \alpha_o$. En déduire la nature du mouvement de G.
2. Le tir est en fait arrêté par le haut du « mur » dressé par l'équipe adverse. Le mur est situé à une distance $d = 6{,}0m$ du tireur. Sa hauteur $h = 1{,}95m$.
   a)) Calculer la vitesse initiale v_O du ballon.
   b)) Déterminer le temps mis par celui-ci pour atteindre le mur.
   c)) Etablir en fonction de g, h et v_O, l'expression de la vitesse v_1 de G en haut du mur. Calculer sa valeur numérique.
   d)) La vitesse $\overrightarrow{v_1}$ fait un angle α_1 avec l'axe Oz.
   Exprimer $sin\alpha_1/sin\alpha_0$ en fonction de g, h et v_0.
   Donner sa valeur numérique. En déduire la valeur de α_1.
3. Si le tir n'était pas contré, à quelle distance D du tireur tomberait le ballon.

EXERCICE 05

Un solide S, assimilable à un point matériel de masse $m = 0{,}5kg$, est lancé du point A avec une vitesse $v_0 = 2m.s^{-1}$.

Le solide S est soumis à une force constante $\vec{F}$ horizontale s'exerçant qu'entre A et B.Les frottements de la piste sont équivalents à une force opposée à la vitesse et d'intensité $f = 1N$.

1. a)) Déterminer l'accélération de S sur la piste AB et les lois horaires de son mouvement.
   b)) Calculer la vitesse de S au point B. En déduire alors la durée t_{AB} et l'énergie mécanique E_B de S en B.
2. Le solide aborde maintenant de tronçon BO incliné d'un angle $\alpha = 30°$ par rapport à l'horizontale.
   Il atteint le point O avec vitesse $v_0 = 2m.s^{-1}$.
   L'intensité de la force de frottement est $f = 1N$.
   a)) Calculer la longueur $L = BO$ de la piste.
   b)) Calculer l'énergie mécanique E_0 de S en O.
3. Le solide quitte la piste au point O avec la vitesse $\overrightarrow{v_0}$.
   Les frottements de l'air sont négligeables (figure1).
   a)) Déterminer les lois horaires du mouvement dans (Ox, Oy).
   En déduire l'équation de la trajectoire.
   b)) Calculer la distance OC, C étant le point d'impact.
   Quelle est la durée du saut ?
   c)) Calculer l'énergie mécanique E du système au point C.
   Enoncer le « théorème de l'énergie mécanique ».
4. Le solide quitte la piste au point O avec une vitesse v_0 précédente (figure2).
   a)) Déterminer l'équation de la trajectoire de S dans (O'x, O'y).
   b)) Calculer la distance O'C où C est le point d'impact de S.

Données : F= 5N ; AB=1m ; g=9,8$m.s^{-2}$.

figure1

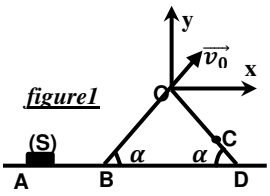
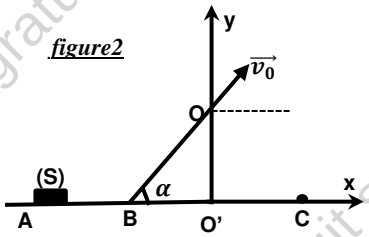


figure2



EXERCICE 06

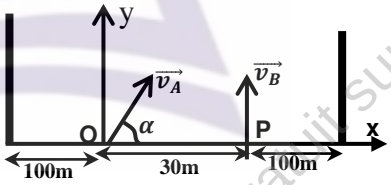
Dans tout l'exercice, on négligera les frottements de l'air et on prendra g=9,8m.s^{-2}.

Deux fusées A et B doivent être liées simultanément à partir de deux points O et P situés au sol et distants de $d = 30m$. Ces fusées vont exploser à la date $t = 4s$, après leur lancement.

L'une B est située de P avec une vitesse $\overrightarrow{v_B}$ verticale, l'autre A est tirée de O avec une vitesse $\overrightarrow{v_A}$ inclinée de α par rapport à l'horizontale et situé dans un plan vertical passant par P.

On donne : $v_A = 51{,}4m.s^{-1}$ $et\ v_B = 50m.s^{-1}$.

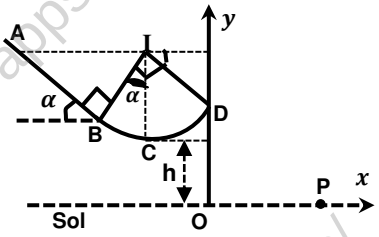
1. a)) Montrer que le vecteur accélération est le même pour les deux fusées.
   b)) Donner les lois horaires x(t), y(t) ainsi que l'équation cartésienne de trajectoire dans la base (Ox,Oy) de chaque fusée. Préciser la nature de leur trajectoire.
2. a)) Déterminer l'inclinaison α de la vitesse $\overrightarrow{v_A}$ de A pour que l'explosion ait lieu à la verticale de P.
   b)) Quelle est la distance qui sépare les deux fusées au moment de l'explosion?
   c)) Les barrières de sécurité pour les spectateurs sont installées de façon à respecter la distance 100m des points de lancement O. Ces spectateurs sont-ils en sécurités lors de la retombée de la fusée en cas de non explosion en altitude?



EXERCICE 07

Dans ce problème on prendra g= 10 m.s^{-2}.

Tous les calculs seront effectués à 10^{-2}près.



GRATUITS SUR ablanian.com
Téléchargez l'application Ablanian CI sur Play Store et App Store
TÉLÉCHARGEZ L'APPLICATION ABLANIAN CI
DISPONIBLE SUR Google Play
Télécharger dans l'App Store

Un solide (S) de masse $m = 50\ g$, de dimension négligeable, peut glisser sur une piste ABCD située dans un plan vertical :

- AB est la ligne de plus grande pente d'un plan incliné d'un angle $\alpha = 30°$ par rapport à l'horizontale ; $AB = 1{,}6\ m$.

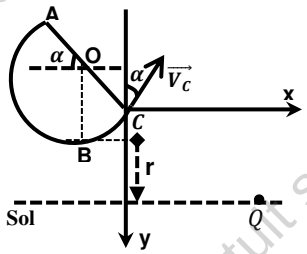
BCD est le quart d'un cercle de centre I et de rayon $R = 0{,}9\ m$; C est situé sur la verticale passant par I.

1. On néglige les frottements. (S) part du point A sans vitesse.
   a)) Calculer sa vitesse en B, en C et en D.
   b)) Calculer l'intensité de la force $\vec{N}$ exercée par la piste sur (S) en C et en D.
   c)) Donner les caractéristiques de $\overrightarrow{v_D}$ de (S) au point D.
2. On néglige la résistance de l'air. A partir du point D, (S) tombe dans le vide avec la vitesse $\overrightarrow{v_D}$ précédente.
   Le point C est situé à la hauteur h = 1,55 m du sol.
   a)) Donner l'équation cartésienne de la trajectoire du mouvement de (S) à partir du point D, dans le repère (O ; x, z).
   b)) Jusqu'à quelle hauteur H au-dessus du sol horizontal monte le solide (S) ?
   c)) Calculer la distance OP où P est le point d'impact de (S) sur le sol horizontal.
3. Dans cette question, la piste exerce au mouvement de (S) une force de frottement $\vec{f}$, parallèle et de sens contraire à sa vitesse à chaque instant, et d'intensité constante le long de ABCD. Partant de A sans vitesse, (S) s'arrête en D.
   a)) Calculer le travail $\overrightarrow{W_f}$ de la force de frottements entre A et D.
   b)) En déduire l'intensité de la force $\vec{f}$.

EXERCICE 08

Une bille de masse $m = 50g$ se déplace sans frottement dans un plan vertical suivant une piste circulaire ABC de rayon $r = 0{,}5m$. Un système de guidage permet de maintenir en contact permanant avec la piste. On donne $\alpha = 30°$ et o prendra: g=$10m.s^{-2}$.

1. La bille lancée avec une vitesse $\overrightarrow{v_A}$ au point A, arrive en C avec une vitesse v_C =3,75m.s^{-1} .
   a)) Calculer v_A.
   b)) Avec quelle vitesse V_B la bille passe-t-elle au point B.
   c)) Calculer la réaction R_B qu'exerce la piste sur la bille en B.
2. On suppose que les frottements entre A et C sont équivalents à une force unique $\vec{F}$ parallèle et de sens contraire au vecteur vitesse de la bille. Sachant que la bille part en A avec la même vitesse v_A calculée précédemment, calculer la vitesse v_C de la bille en C sachant que $F = 0{,}1N$.
3. On néglige à nouveau les frottements et la bille quitte la piste en au point C avec la vitesse précédente v_C .
   a)) Donner l'équation de la trajectoire de la bille dans (Cx,Cy).
   b)) Déterminer les coordonnées du point Q où la bille touche le sol, sachant que le sol horizontal se trouve à une distance $r = 0{,}5m$ du point B.
   c)) En déduire la distance CQ et la vitesse de la bille lorsqu'elle touche le sol horizontal en Q.

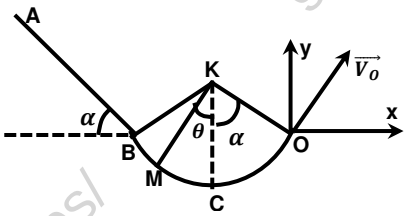


EXERCICE 09

Dans l'exercice on négligera les frottements .

Un solide S de masse m=200g glisse sur la ligne de plus grande pente d'un plan incliné d'un angle $\alpha = 60°$ par rapport à l'horizontal.

1. S part de A sans vitesse initiale et arrive en B avec une vitesse v_B. On donne $AB = L = 1{,}5m$.
   a)) Déterminer la valeur numérique de v_B ;
   b)) Calculer l'accélération de S sur la piste AB et en déduire la nature de son mouvement.
   c)) Donner les lois horaires du correspondant et en déduire la durée du trajet AB.
2. Au pt B, le plan se raccorde tangentiellement avec une piste circulaire (BCO) de rayon r=1m.
   a)) Exprimer la vitesse V en un point M quelconque, en fonction de r, θ, α, g et v_B.
   b)) En déduire les vitesses v_C et v_O à son passage par les points C et O.
   c)) Donner l'expression de la force $\vec{F}$ exercée sur la piste BO en M en fonction de m, r, θ, α, g et v_B.
   Calculer sa valeur numérique aux points C et O.
3. Le solide S quitte la piste en O avec la vitesse v_O.
   a)) Etablir dans le repère (O,x, y) l'équation cartésienne de la trajectoire.
   b)) Déterminer l'altitude maximale atteinte par le solide S en son mouvement.
   c)) A quelle distance de l'origine O, le solide S va-t-il de nouveau rencontrer l'axe Ox ?



EXERCICE 10

Une bille (B_1) de masse $m_1 = 200g$ est assimilable à un point matériel peut glisser sur une piste ABC situé dans un plan vertical.

Piste AB : ligne de la plus grande pente d'un plan de longueur $2{,}5m$ incliné d'un angle α = 30° avec l'horizontal.

Piste $BC = 2r$: ligne dans le plan horizontal (H) qui se

GRATUITS SUR ablanian.com
Téléchargez l'application Ablanian CI sur Play Store et App Store
TÉLÉCHARGEZ L'APPLICATION ABLANIAN CI
DISPONIBLE SUR Google Play
Télécharger dans l'App Store

trouve à une hauteur $h = 1{,}20m$ du sol.

Le point est C extrémité d'un fil vertical de longueur l.

L'autre extrémité du fil est fixée au point O toujours sur la verticale contenant C. Le plan horizontal (H) est parfaitement raccordé en B au plan incliné.

1. (B_1) part du point A sans vitesse initiale, déterminer la vitesse v_C de la bille au point C
2. Au point C, se trouve une autre bille (B_2) de masse m_2= 300g, initialement au repos. (B_2) est suspendue au point C. Le système $\{(B_2)$ + fil$\}$ constitue donc un pendule simple. La vitesse de la bille (B_2) juste après le choc est $v_O = 4m.s^{-1}$. Le choc est parfaitement élastique. Calculer la vitesse de (B_1) juste après le choc.
3. Lorsque (B_2) arrive en D avec une vitesse $v_D = 3{,}5m.s^{-1}$ et telle que $(\overrightarrow{OC},\overrightarrow{OD}) = \theta = 45°$, le fil reste tendu et se casse.

a)) Etablir l'équation cartésienne de la trajectoire $y = f(x)$ de (B_2) dans le repère $(\overrightarrow{Dx},\overrightarrow{Dy})$.

b)) Déterminer la distance EE' où E' est le point d'impact de (B_2) au sol.

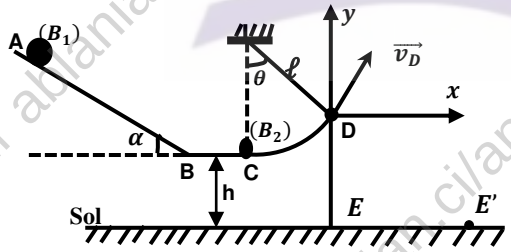
4. En réalité les frottements sur la piste AC sont équivalents à une force $\vec{f} = \frac{1}{10}\overrightarrow{P_1}$, poids de ($B_1$).

a)) Calculer la vitesse de la bille (B_1) aux points B et C.

b)) Etudier le mouvement de (B_1) sur la piste AC et donner les lois horaires correspondantes.

c)) En déduire la durée totale mise par la bille (B_1) pour atteindre le point C.

d)) En supposant que le choc entre (B_1) et (B_2) est parfaitement mou, calculer la vitesse du système $S = \{B_1 + B_2\}$ juste après le choc. Déduire la hauteur maximale atteinte par S en son mouvement et l'angle correspondant.



EXERCICE 11

Un solide (S) assimilable à un point matériel de masse $m = 50g$ est en mouvement sur une piste constituée d'une partie rectiligne AB inclinée d'un angle $\alpha = 60°$ par rapport à l'horizontale et d'une partie circulaire BC de centre I et de rayon $r = 0{,}5\ m$.

On donne $\theta = \pi/4\ rad$.

1. Le solide S est lance du point A une vitesse v_A=6m.s^{-1}.

Il arrive au point B avec une vitesse nulle.

Calculer la distance AB sachant que le point matériel est soumis à une force de frottement $\vec{f}$, d'intensité$f = 10^{-2}N$.

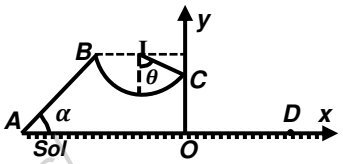
2. On néglige les frottements dur la partie circulaire BC.

Calculer la vitesse V_C de (S) au point C.

3. (S) quitte la piste en C avec cette vitessev_C.

a)) Etablir l'équation de la trajectoire de S dans (Ox,Oy).

b)) Déterminer les coordonnées du point D où le solide touche le sol.



EXERCICE 12

Au cours d'une compétition de basketball au Palais des Sports de Treichville, un basketteur A, tire en direction du panier constitué par un simple cercle métallique, dont le plan horizontal est situé à $H = 3{,}05m$ du sol. Lorsque le ballon est lancé par le joueur A : le centre G du ballon est à h= 2,00 m du sol ; la distance séparant les verticales passant par le centre C du panier et G est d= 7,10 m ; sa vitesse $\overrightarrow{v_0}$ fait un angle α = 45° avec l'horizontale.

Le panier est marqué ou réussi lorsque le centre du ballon passe par le centre du panier. On néglige l'action de l'air sur le ballon.

Données : g = 9.80 m.s^{-2} Masse du ballon : m = 0,60 kg ;

1. Montrer que l'équation de la trajectoire de G dans le repère (Ox ,Oy) est : $y = -\frac{9{,}8}{{V_O}^2}x^2 + x + 2$
2. Calculer la valeur de v_0, pour que le panier soit réussi.
3. Dans la suite de l'exercice, on prendra $v_0 = 9{,}03m.s^{-1}$.

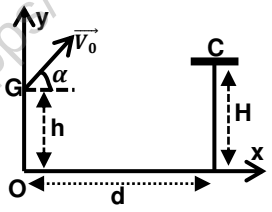
a)) Établir et calculer la durée nécessaire au ballon pour parvenir au centre du panier.

b)) En utilisant le théorème de l'énergie cinétique, calculer la valeur de la vitesse du ballon lorsque le panier est marqué.

c)) Un joueur B de l'équipe adverse, situé à 0,90 m du joueur A, entre celui-ci et le panier, tente maintenant d'empêcher le tir en levant verticalement les bras.

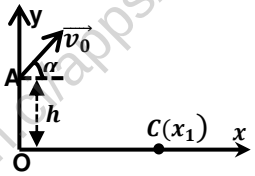
La hauteur atteinte par B est 2,70 m.

Si le ballon part avec la même vitesse que précédemment, le panier sera-t-il marqué ?



GRATUITS SUR ablanian.com
Téléchargez l'application Ablanian CI sur Play Store et App Store
TÉLÉCHARGEZ L'APPLICATION ABLANIAN CI
DISPONIBLE SUR Google Play
Télécharger dans l'App Store

EXERCICE 13



Au cours d'un championnat, un athlète remporte l'épreuve du lancement de poids avec un jet de $x_1 = 19{,}43m$. Le poids a une masse m=7,35kg.

La trajectoire part de A à une hauteur $h = 1{,}80m$ au-dessus du sol.

Le vecteur vitesse $\vec{v_0}$ fait un angle $\alpha = 45°$ avec l'horizontale.

On assimile le projectile à un solide ponctuel.

1. Etablir l'équation cartésienne de la trajectoire en fonction de h, tanα et g.
2. Déterminer la norme de $\vec{v_0}$ en fonction de h, α, g et x_1.
3. Calculer la hauteur maximale h_{max} atteinte par le projectile et les coordonnées du vecteur vitesse au sommet de la trajectoire.
4. Déterminer la norme du vecteur vitesse du projectile au point C.

EXERCICE 14

Un pendule simple est formé par un fil inextensible de longueur $l = 1m$ portant une masse $m = 100g$. On néglige tous les frottements et on prendra ; $g = 10m.s^{-2}$.

A/ Une bille de masse $m = 100g$ assimilable à un point matériel est reliée à un point fixe I par l'intermédiaire d'un fil inextensible de longueur $l = 1m$ et de masse négligeable. Le fil est écarté de sa position d'équilibre d'un angle θ_0=60°. La bille est lancée vers le bas avec un vecteur vitesse $\vec{v_1}$ perpendiculaire à (IA).

1. Calculer la vitesse v_0 de la bille quand elle passe à la position d'équilibre. A.N :$v_1 = 4m.s^{-1}$.
2. Pour une position quelconque de M de la bille sur la trajectoire circulaire, repéré par l'angle θ, établir les expressions :

a)) De la vitesse v de la bille en fonction de $v_1, g, l, \theta,$ et θ_0.

b)) De la tension T du fil en fonction de $m, v_1, g, l, \theta,$ et θ_0,

3. A partir de l'expression de la tension du fil, déterminer la valeur minimale de la vitesse v_1 pour que la bille fasse un tour complet, le fil reste tendu au cours du mouvement.

B/. Le pendule est lancé du point A avec une vites $v_1 = 6{,}25m.s^{-1}$, le fil casse au passage à la verticale à un instant pris comme origine des dates.

1. Calculer la vitesse de la bille quand elle passe en O.
2. Déterminer dans le repère (Ox, Oy) l'équation de la trajectoire de la bille après la rupture du fil.
3. La bille touche un plan situé à $h = 1m$ au-dessous de O, en point C. Déterminer l'abscisse de C.

C/. Le système est maintenant utilisé comme un pendule conique.

1. a)) Si la vitesse de rotation est N=1,5Hz , trouver la tension du fil et le demi angle au sommet I.

b)) Si la demi angle au sommet est θ_0=60°. Trouver la vitesse de rotation N en tr /s.

2. Le fil si écarté d'un angle de 60° par rapport à la verticale. La masse m est lancé avec une énergie cinétique de 0,028J et arrive à la position correspondante à l'angle θ_{max} ($\theta_{max} > \theta_0$).

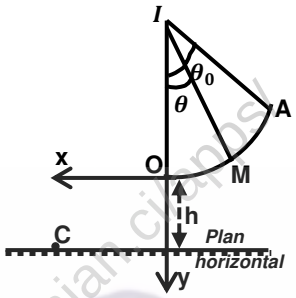
a)) Calculer cet angle d'écartement maximal θ_{max}.

b)) A ce moment le fil se casse.

Donner l'équation horaire de m après la rupture.

(On demande juste une application littéraire).

Données : m = 2 kg, g = 9,8$m.s^{-2}$; $h_0 = 1{,}60m$; $v_0 = 2m.s^{-1}$; $\alpha = 30°$.



GRATUITS SUR ablanian.com
Téléchargez l'application Ablanian CI sur Play Store et App Store
TÉLÉCHARGEZ L'APPLICATION ABLANIAN CI
DISPONIBLE SUR Google Play
Télécharger dans l'App Store

Champ Gravitationnel

gratuit sur ablanian.ci/apps/

GRATUITS SUR ablanian.com
Téléchargez l'application Ablanian CI sur Play Store et App Store
TÉLÉCHARGEZ L'APPLICATION ABLANIAN CI
DISPONIBLE SUR Google Play
Télécharger dans l'App Store

Rappel sur le champ Gravitationnel

1. Définition de quelques références

Choix d'un référentiel.

- Un référentiel est un objet matériel par rapport auquel on étudie le mouvement d'un autre objet appelé mobile.
- *Le référentiel Galiléen* : c'est un référentiel dans lequel le principe de l'Inertie est vérifié.
- Le référentiel terrestre ou référentiel du laboratoire.

- *Le référentiel géocentrique :* est un référentiel dont l'origine est le centre de la Terre et dont les trois axes pointent vers des étoiles lointaines qui apparaissent fixes.
- Ce référentiel est commode pour l'étude des satellites de la Terre.
- Ce référentiel n'est pas entraîné dans le mouvement de rotation de la Terre (ce référentiel est Galiléen) .
- Dans ce référentiel, la Terre est animée d'un mouvement de rotation uniforme de l'ouest vers l'est, autour de l'axe des pôles.

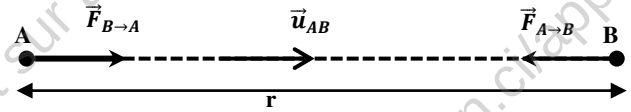
Le référentiel héliocentrique ou de Copernic :

Le référentiel de Copernic est le référentiel centré sur le centre de masse du système solaire et dont les axes pointent vers trois étoiles éloignées.

- Ce référentiel est commode pour l'étude des satellites du Soleil.
- Dans ce référentiel, la Terre décrit une orbite elliptique autour du Soleil en une année.

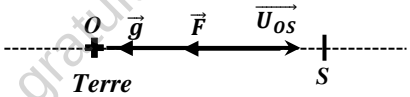
2. La loi de Gravitation (loi de l'attraction universelle)

« Deux corps ponctuels A et B de masses respectives m_A et m_B exercent l'un sur l'autre des forces d'attraction, directement opposées, dirigées suivant la droite (AB), de valeur proportionnelle aux masses et inversement proportionnelle au carré de leur distance r ».



$$\vec{F}_{A\to B} = -G\frac{m_A m_B}{r^2}\vec{u}_{AB} = -\vec{F}_{B\to A}$$

3. Champ gravitation crée en un point de l'espace



$$T.C.I:\ \vec{F} = m\vec{g} \Rightarrow \vec{F} = -G\frac{mM_T}{r^2}\overrightarrow{U_{OS}} = -G\frac{mM_T}{(R+h)^2}\overrightarrow{U_{OS}}$$

$$Or\quad \vec{F} = m\overrightarrow{g(h)} \Rightarrow \overrightarrow{g(h)} = -G\frac{M_T}{(R+h)^2}\overrightarrow{U_{OS}}$$

Vecteur champ gravitationnel :

$$\overrightarrow{g(h)} = -G\frac{M_T}{(R+h)^2}\overrightarrow{U_{OS}}$$

Au sol : $h = 0 \Rightarrow g_0 = \frac{GM_T}{{R_T}^2}$ $(champ\ gravitationnel\ au\ sol\ )$

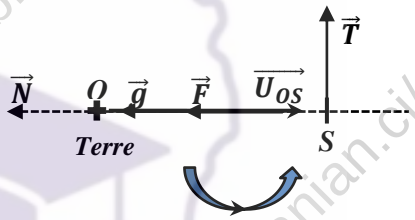
$$GM_T = g_0{R_T}^2 \Rightarrow \overrightarrow{g(h)} = -g_0\frac{{R_T}^2}{(R+h)^2}\overrightarrow{U_{OS}}$$

$$\Rightarrow g(h) = g_0\frac{{R_T}^2}{(R+h)^2}$$

champ gravitationnel à l'altitude h :

$$g(h) = g_0\frac{{R_T}^2}{(R+h)^2}$$

4. Comment démontrer que le mouvement du satellite dans le référentiel géocentrique est circulaire uniforme



En appliquant le théorème de centre d'inertie : (TCI)

$$\vec{F} = G\frac{mM_T}{(R+h)^2}\overrightarrow{u_{SO}} = m\vec{a} \Rightarrow \vec{a} = G\frac{M_T}{(R+h)^2}\overrightarrow{u_{SO}} = \overrightarrow{a_N}$$

Alors le vecteur accélération est radial (porté par le rayon SO) et centripète (même sens que $\overrightarrow{SO}$), il n'y a donc pas d'accélération tangentielle : $a_T = \frac{dv}{dt} = 0 \Rightarrow v = cste$:

alors : le mouvement est uniforme.

Et comme le mouvement du satellite est déjà circulaire, alors le mouvement du satellite est circulaire uniforme de rayon $r = R + h$.

5. *Comment établir les expressions de la vitesse v, de la période T et de la vitesse angulaire ω du satellite.*

- *Expression de la vitesse d'un satellite*

Comme le mouvement du satellite est C.U, alors :

$$a_N = \frac{v^2}{r} = \frac{v^2}{R_T+h} = G\frac{M_T}{(R_T+h)^2} \Rightarrow v = \sqrt{\frac{GM_T}{R_T+h}} = \sqrt{\frac{GM_T}{r}}$$

$$Or\ GM_T = g_0{R_T}^2 \Rightarrow v = \sqrt{\frac{g_0{R_T}^2}{R_T+h}} = R_T\sqrt{\frac{g_0}{R_T+h}}$$

- *Expression de la période T d'un satellite*

la période T du satellite est le temps nécessaire mis par ce satellite pour effectuer un tour complet autour de la terre.

TÉLÉCHARGEZ L'APPLICATION ABLANIAN CI
DISPONIBLE SUR Google Play
Télécharger dans l'App Store

$$T_S = \frac{2\pi r}{v} = \frac{2\pi(R_T + h)}{R_T} \times \sqrt{\frac{R_T + h}{g_0}} = \frac{2\pi}{R_T}\sqrt{\frac{(R_T + h)^3}{g_0}}$$

- *Expression de la vitesse angulaire ω_s du satellite*

$$T = \frac{2\pi}{\omega} \Rightarrow \omega = \frac{2\pi}{T} = R_T\sqrt{\frac{g_0}{(R_T + h)^3}}$$

6. Etablissement de *la 3ème loi de Kepler* :

$$T = \frac{2\pi r}{v} \Rightarrow v = \frac{2\pi r}{T} \Rightarrow v^2 = \frac{4\pi^2 r^2}{T^2} \ (1)$$

$$v = \sqrt{\frac{GM}{r}} \ soit \ v^2 = \frac{GM}{r} \ (2)$$

$$(1) = (2) \ alors: \ \frac{4\pi^2 r^2}{T^2} = \frac{GM}{r} \Rightarrow \frac{T^2}{r^3} = \frac{4\pi^2}{GM} = cste$$

$$\frac{T^2}{r^3} = \frac{4\pi^2}{GM} = cste \ (\text{ 3ème loi de Kepler })$$

T : la période de révolution du planète;

r : le rayon de l'orbite (r = R + z) ; M : la masse du planète.

G : la constante de gravitation universelle.

7. *Satellite géostationnaire*

Un satellite géostationnaire est un satellite qui paraît immobile par rapport à un point de référence à la surface de la Terre dont sa période de rotation est identique à celle de la Terre (T=24h).

Ce satellite est placé à une altitude environ z=36 000km.

Par un simple calcul :

$$T = \frac{2\pi}{R_T}\sqrt{\frac{(R_T + h)^3}{g_0}} \Rightarrow \frac{T^2 {R_T}^2}{4\pi^2} = \frac{(R_T + h)^3}{g_0}$$

$$soit : (R_T + h)^3 = \frac{T^2 {R_T}^2 g_0}{4\pi^2} \Rightarrow R_T + h = \sqrt[3]{\frac{T^2 {R_T}^2 g_0}{4\pi^2}}$$

- Le rayon de l'orbite d'un satellite géostationnaire est :

$$r = (R_T + h) = \sqrt[3]{\frac{T^2 {R_T}^2 g_0}{4\pi^2}}$$

- L'altitude d'un satellite géostationnaire :

$$h = \sqrt[3]{\frac{T^2 {R_T}^2 g_0}{4\pi^2}} - R_T \quad (h = 36\,000 km)$$

Remarque :

$r = R + z \ et \ GM = g_0 R^2$

GRATUITS SUR ablanian.com
Téléchargez l'application Ablanian CI sur Play Store et App Store
TÉLÉCHARGEZ L'APPLICATION ABLANIAN CI
DISPONIBLE SUR Google Play
Télécharger dans l'App Store

Exercices sur le Champ gravitation

$On\ Prendra\ G = 6{,}67.10^{-11} U.S.I\ ;$

$G_O = g_0 = 9{,}8 m.s^{-2}\ ;\ R = R_T = 6380 km$

EXERCICE 01

Lorsqu'un satellite est animé d'un mouvement circulaire autour d'une planète, le rayon *r* de son orbite et la période *T* de son mouvement vérifient la loi de Kepler:

$$T^2/r^3 = 4\pi^2/GM = cste$$

1. Les satellites géostationnaires de la Terre ont une orbite circulaire de rayon r = 42 164 km et une période T_G = 86 164 s. Calculer la masse M_T de la Terre.

2. Mars a deux satellites naturels, Phobos et Deimos. Phobos gravite9380 km du centre de Mars avec une période de 7 h 39 min. Deimos a une trajectoire quasi circulaire de rayon r_D = 23460 km et une période T_D = 30 h 18 min.

a)) Calculer la masse de la planète Mars à partir des caractéristiques du mouvement de Phobos, puis de Deimos.

b)) Comparer les valeurs obtenues.

3. Au cours de la mission APOLLO XVII en 1972, le module de commande en orbite circulaire autour de la Lune, à une distance de 2 040 km du centre de celle-ci, avait une période de 8 240 s dans le repère sélénocentrique. Calculer la masse de la Lune.

EXERCICE 02

Le 2 avril 1989, ARIANE V30 a été lancée depuis la base de Kourou (proche de l'équateur, en Guyane) pour placer en orbite le satellite de télévision directe TÉLÉ X. À l'issue du processus d'installation, le satellite est en orbite circulaire, dans un plan équatorial, à l'altitude h=35 782km.

La masse de la Terre $M_T = 5{,}975 kg$, la masse du satellite $m = 277 kg$ et 1jour sidéral correspond à $T_O = 86164 s$

Le télescope spatial HUBBLE a été mis sur une orbite circulaire autour du centre *T* de la Terre. Il évolue à une altitude *h* = 600 km . Ce télescope, considéré comme un objet ponctuel, est noté Het a une masse *m* = 12.10^3 kg.

Les images qu'il fournit, sont converties en signaux électriques et acheminées vers la Terre par l'intermédiaire de satellites en orbite circulaire à une altitude $h_G = 35\,800 km$.

1. a)) Appliquer la loi de l'attraction universelle de Newton au télescope situé à l'altitude *h*.

b)) Donner, en fonction de *m* , g_O, *R* et *h* , l'expression littérale de la valeur de la force de gravitation qu'il subit.

c)) Calculer la valeur de cette force pour *h* =h_H = 600 km.

2. Le mouvement du télescope est étudié dans le repère géocentrique dont l'origine est T.

a)) Montrer que son mouvement circulaire est uniforme.

b)) Exprimer littéralement sa vitesse v sur son orbite en fonction de $R, g_o\ et\ h$ puis la calculer en $m.s^{-1}\ et\ en\ km.h^{-1}$ quand $h = h_H = 600 km$.

c)) Déterminer sa période de révolution T.

EXERCICE 03

Le satellite américain d'observation Landsat-5 est assimilable à un point matériel décrivant une orbite circulaire d'altitude z=705km au tour de la terre. Sa masse vaut m_{sat}=2t.

I. 1. a)) Dans quel révérenciel cette trajectoire est-il définie ?

b)) Montrer que la vitesse du satellite est constante dans ce révérenciel.

c))) Exprimer la vitesse de Landsat-5 en fonction de g_O ,R_T et z (altitude de la trajectoire).

2. Le satellite Landsat-5 est géostationnaire.

a)) Définir ce terme.

b)) Calculer littéralement, puis numériquement le rayon de l'orbite de Landsat-5 , en fonction de $g_o, R_T\ et\ \omega_T$ (ω_T : vitesse angulaire de la terre autour de l'axe de pôles)

c)) A quelles utilisations pratiques peut être consacré un tel satellite.

II. 1. Calculer la vitesse du satellite et en déduire son énergie cinétique.

2. L'énergie potentielle du satellite dans le champ de gravitation terrestre s'exprime par :

$$E_P = -\frac{G.M_T.m_{sat}}{r}$$

en choisissant l'origine des énergies potentielles à distance infinie de la terre : calculer sa valeur dans le cas présent.

En déduire l'énergie mécanique du satellite.

3. a)) Quelle énergie minimale faut-il fournir à Landsat-5 pour qu'il s'éloigne définitivement de la terre.

b)) Calculer la vitesse de libération de ce satellite, supposé initialement sur son orbite autour de Terre.

Comparer avec la valeur habituelle.

EXERCICE 04

Dans un repère géocentrique supposé galiléen, on considère un satellite de centre d'inertie S dont la trajectoire' est un orbite circulaire située dans le plan équatorial à la l'altitude h=$7{,}8.10^5$m autour de la terre.

On considère la que la terre est sphérique et homogène de masse M_T , de centre d'inertie O et de rayon R_T.

I. 1. a)) Faire un schéma sur lequel apparaitra la force exercée par la Terre sur le satellite, le vecteur champ gravitationnel crée en S et le vecteur unitaire $\overrightarrow{U_{OS}}$.

b)) A partir de la loi de gravitation universelle, établir la

GRATUITS SUR ablanian.com
Téléchargez l'application Ablanian CI sur Play Store et App Store
TÉLÉCHARGEZ L'APPLICATION ABLANIAN CI
DISPONIBLE SUR Google Play
Télécharger dans l'App Store

valeur du vecteur champ gravitation g(h) à l'altitude h en fonction de G, M_T, R_T et h. En déduire que $g(h) = g_0 \frac{{R_T}^2}{(R_T+h)^2}$.

2. Montrer que le mouvement du satellite est uniforme.
3. Etablir l'expression de la vitesse V du satellite dans le référencie géocentrique en fonction de g_0, R_T et h, et celle de la période T et de vitesse angulaire ω.

II. On considère maintenant un satellite en orbite à basse altitude h

1. Calculer numériquement V, T et ω.
2. Le satellite se déplace dans le même sens que la terre. Déterminer la durée T' qui sépare deux passages successifs du satellite à la verticale d'un point donnée de l'Equateur. On rappelle que la période de rotation de la terre sur elle-même est T_O=8,6.10^{4}s.

III. On considère maintenant un satellite en orbite géostationnaire.

1. Quelle est la particularité d'un satellite géostationnaire?
2. Exprimer l'altitude h à laquelle évolue un tel satellite puis calculer sa valeur.

IV. On considère maintenant un satellite évoluant initialement à l'altitude h_o=780Km, perd de l'altitude à chaque tour sous l'influence d'actions diverses. La réduction d'altitude à la fin de chaque tour est supposée égale au millième de l'altitude au début en début de tour.

1. Etablir une relation entre l'altitude h_{n+1} en début du $(n+1)^{ème}$ tour et l'altitude h_o en début du $n^{ème}$ tour.
2. En déduire une relation entre h_n et h_o.
3. En déduire la valeur de n du nombre de tours effectués par le satellite quant il atteint l'altitude de 400Km.

EXERCICE 05

Soit un satellite de masse m tournant autour de la terre de masse M à distance r du centre de la terre. En supposant que sa trajectoire est circulaire :

1. Donner l'expression l'énergie potentielle correspondant à la force de gravitation entre le satellite et la terre, préciser l'origine choisie pour l'énergie potentielle.
2. Donner l'énergie mécanique totale en fonction de G, M, m et r.
3. Montrer que les trajectoires circulaires vérifient la troisième loi de Kepler $\omega^2 r^3 = GM$.
4. Si un satellite parait immobile dans le ciel, calculer sa hauteur, sa vitesse et son énergie totale.
5. Calculer la vitesse de libération de ce satellite. On donne : M = 5.98 1024 kg et m = 68 kg.

EXERCICE 06

Lancé, le 7aout 1997 à 10h41 depuis Kennedy Space Center, la navette spatiale américain Discovery. Pendant la phase de décollage La masse totale vaut $M = 2{,}041.10^7$kg, on admet que l'éjection des gaz par les moteurs a les mêmes effets qu'une force de poussée $F = 3{,}24.10^7 N$. On suppose que g_0 reste constante pendant toute la phase de départ.

I. Etude de la phase de lancement

1. Faire l'inventaire de toutes les forces s'exerçant sur la navette à l'instant de décollage et les représenter ces forces su un schéma.

(On néglige tous les frottements et la diminution de masse).

2. Calculer la valeur de l'accélération au décollage.
3. Calculer la distance parcourue pendant les 2 secondes qui suivent le décollage et on néglige la variation de l'accélération pendant cette durée.

II. Etude de Discovery en orbite autour de la Terre

Dix minutes après le décollage, la navette est en mouvement circulaire uniforme autour de la terre à l'altitude $h = 296km$. Sa masse vaut égale à $6{,}968.10^4 kg$.

1. On assimile la navette à un point matériel. Sur un schéma, représenter son accélération. Que peut-on dire de cette accélération ?
2. a)) Montrer que l'intensité du champ de gravitation à l'altitude h est donnée par : $g(h) = g_0(\frac{R_T}{R_T+h})^2$. b)) Calculer la valeur de g(h) à l'altitude de l'orbite de discovery.
3. Montrer que l'expression de la vitesse de la navette est : $V=\sqrt{g(h).(R_T+h)}$; faire son A.N.

III. Etude de la phase d'approche à, l'atterrissage

Discovery a atterri le 18 aout 1997,à la date t=7h07min. Dans cette phase d'approche, le moteur s'arrêt, la navette est soumis à son poids et aux forces de flottement de l'air. On retrouvera ci-dessous la valeur de sa vitesse à différentes dates : La masse de Discovery dans cette phase d'approche d'atterrissage vaut $69{,}68.10^3 kg$.

Date	Altitude(en km)	Vitesse(en m/s)
$T_1 = t - 8min$	54,86	1475
$T_2 = t - 3min$	11,58	223,5

1. Calculer le travail du poids entre les dates t_1 et t_2.
2. En utilisant le T.E.C, calculer le travail des forces de frottements de l'air sur l'orbiteur entre les instants t_1 et t_1 de cette phase d'approche.

GRATUITS SUR ablanian.com
Téléchargez l'application Ablanian CI sur Play Store et App Store
TÉLÉCHARGEZ L'APPLICATION ABLANIAN CI
DISPONIBLE SUR Google Play
Télécharger dans l'App Store

EXERCICE 07

On suppose que la Terre, de masse M_T, de rayon R_T et de centre O, est une sphère et qu'elle présente une répartition de masse à symétrie sphérique et que le satellite peut être assimilé à un point matériel. Le satellite artificiel S, de masse ms, décrit une orbite circulaire de rayon r autour de la Terre. On suppose que le satellite est soumis uniquement à la force gravitationnelle exercée par la Terre. On notera K, la constante de gravitation universelle.

1. Exprimer l'intensité du champ de gravitation terrestre G(h) en fonction de M_T , R_T , h et K.

$$Puis\ en\ fonction\ de\ R_T\ ,h\ et\ G_0$$

2. Montrer que le mouvement du satellite dans le référentiel géocentrique est uniforme.
3. En déduire l'expression de la vitesse vs du satellite en fonction de G_O, R_T et h puis celle de sa période de révolution T_S.
4. Calculer V_S et T_S sachant que :

$G_O = 9{,}8\ m.s^{-2}$; h = 200 km et R_T= 6400 km.

5. METEOSAT 8 : un satellite géostationnaire.

Les satellites météorologiques comme Météosat sont des appareils d'observation géostationnaires.

Ce satellite a été lancé par ARIANE 5 le 28 août 2002.

Il est opérationnel depuis le 28 janvier 2004. Il fournit de façon continue des informations couvrant une zone circulaire représentant environ 42% de la surface de la Terre.

a)) Préciser les conditions à remplir par METEOSAT 8 pour qu'il soit géostationnaire.

b)) En déduire, pour METEOSAT 8, la valeur du rayon $r = R_T + h$ de son orbite puis celle de son altitude h.

Donnée : $M_T = 5{,}98 \times 10^{24} kg$

EXERCICE 08

On considère une planète P de masse M. Le mouvement de l'un de ses satellites S, assimilé à un point matériel de masse m, est étudié dans un référentiel considéré comme galiléen, muni d'un repère dont l'origine coïncide avec le centre O de la planète P et les trois axes dirigés vers trois étoiles fixes. On admet que la planète a une distribution de masse à symétrie sphérique et que l'orbite de son satellite est un cercle de centre O et de rayon r.

1. Donner les caractéristiques de la force de gravitation exercée par la planète P sur le satellite S. Faire un schéma.
2. Donner l'expression du vecteur champ de gravitation créé par la planète P au point où se trouve le satellite S. Représenter ce vecteur champ sur le schéma précédent.
3. Déterminer la nature du mouvement du satellite S dans le référentiel d'étude précisé.
4. Exprimer le module de la vitesse linéaire v et la période de révolution T du satellite S en fonction de la constante de gravitation G, du rayon r de la trajectoire du satellite et de la masse M de la planète P.

Montrer que le rapport $\frac{T^2}{r^3}$ est une constante.

5. Sachant que l'orbite du satellite S a un rayon $r = 185500\ km$ et que sa période de révolution vaut $T = 22{,}6$ heures, déterminer la masse M de la planète P.
6. Un autre satellite S' de la planète P a une période de révolution $T' = 108{,}4$ heures. Déterminer le rayon r' de son orbite.

EXERCICE 09

Un satellite supposé ponctuel, de masse m, décrit une orbite circulaire d'altitude h autour de la Terre assimilée à une sphère de rayon RT. On fera l'étude dans un référentiel géocentrique considéré comme galiléen.

1. Etablir l'expression de la valeur g du vecteur champ de gravitation à l'altitude h en fonction de sa valeur g_o au niveau du sol, de R_T et de h.
2. Déterminer l'expression de la vitesse $V_S$du satellite, celle de sa période et celle de son énergie cinétique.

$$A.N:\ m_S = 1020kg, R_T = 6400km\ et\ h = 400km.$$

3. L'énergie potentielle du satellite dans le champ de pesanteur à l'altitude h est donnée par la relation :

$E_P = -\frac{G\, m_S M_T}{R_T + h}$ avec G constante de gravitation et M_T masse de la Terre et en convenant que $E_P = 0$ pour h = ∞.

a)) Justifier le signe négatif et exprimer $E_P$en fonction de $m_S, R_T,\ g_o\ et\ h$.

b)) Déterminer l'expression de l'énergie mécanique E du satellite puis comparer E_P à E_C et E à E_C.

4. On fournit au satellite un supplément d'énergie :

$\Delta E = +\ 5.10^8\ J$. Il prend alors une nouvelle orbite circulaire. En utilisant les résultats du 3, déterminer :

a)) sa nouvelle énergie cinétique et sa vitesse.

b)) sa nouvelle énergie potentielle et son altitude.

EXERCICE 10

La terre est assimilable à une sphère homogène de centre O, de masse M et de rayon R.

Le champ de gravitation créé par la terre en tout point A de l'espace situé à une distance r du point O est $\vec{g} = -\frac{GM}{r^2}\vec{u}$:

G la constante de gravitation universelle et $\vec{u} = \frac{\overrightarrow{OA}}{OA}$.

1. Un satellite S de masse m décrit d'un mouvement uniforme une orbite circulaire de rayon r autour de laTerre. Le mouvement est rapporté au repère géocentrique et on suppose que S est soumis à la seule action du champ de gravitation terrestre.

a)) Exprimer la vitesse v de S en fonction de g_o,R et r.

b)) Déduire l'expression de la période T du mouvement.

Calculer T. A.N. : r = 8000km.

GRATUITS SUR ablanian.com
Téléchargez l'application Ablanian CI sur Play Store et App Store
TÉLÉCHARGEZ L'APPLICATION ABLANIAN CI
DISPONIBLE SUR Google Play Télécharger dans l'App Store

2. A partir du travail élémentaire $dw = \vec{f}.\overrightarrow{dr}$ de la force de gravitation exercée par la terre sur le satellite, montrer que le travail de $\vec{f}$, lors de son déplacement du sol jusqu'à l'ordre de rayon r est donné par : $W=mg_oR^2\left(\frac{1}{r}-\frac{1}{R}\right)$.

3. En déduire l'expression de l'énergie potentielle du système terre - satellite en fonction de g_o, m, r et R.
On choisira le niveau du sol comme état de référence pour l'énergie potentielle.

4. Exprimer l'énergie cinétique de S en fonction de m, g_o, r et R. Déduire l'expression de l'énergie mécanique totale.

5. Il se produit une très faible variation dr du rayon, telle que la trajectoire puisse toujours être comme circulaire. Exprimer la variation dv de la vitesse qui en résulte et montrer que : $dv = -\frac{\pi}{T}dr$

EXERCICE 11 : (Problème)

Le premier lanceur Ariane est une fusée à trois étages dont la hauteur totale est de 47,4 m et qui pèse, avec sa charge utile (satellite), 208 tonnes au décollage. Le premier étage qui fonctionne pendant 145 secondes est équipé de 4 moteurs Viking V alimentés par du peroxyde d'azote N_2O_4 (masse de peroxyde emportée : 147,5 tonnes).

L'intensité de la force de poussée totale $\vec{F}$ de ces 4 réacteurs est constante pendant leur fonctionnement :
elle vaut F = 2445 kN.

Ce lanceur peut mettre en orbite circulaire basse de 200 km d'altitude un satellite de 4850 kg; il peut également placer sur une orbite géostationnaire un satellite de 965kg; il peut aussi être utilisé pour placer en orbite héliosynchrone des satellites très utiles pour des applications météorologiques.

I. L'ascension de la fusée Ariane

Le champ de pesanteur $\vec{g}$ est supposé uniforme :
son intensité est $g_0 = 9,8\ m.s^{-2}$.
On choisit un axe Oz vertical dirigé vers le haut.
On étudie le mouvement de la fusée dans le référentiel terrestre qu'on suppose galiléen.

1. a)) Représenter clairement, sur un schéma, en les nommant, les deux forces qui agissent sur la fusée Ariane lorsqu'elle s'élève verticalement. On néglige les frottements et la poussée d'Archimède dans l'air.

b)) A un instant quelconque, la masse de la fusée est m. Déterminer en fonction de m et des intensités des 2 forces précédentes la valeur de l'accélération a.

2. a)) On considère d'abord la situation au décollage.
La masse de la fusée vaut alors m_1.
Calculer la valeur de l'accélération a_1 à cet instant.

b)) On envisage la situation qui est celle immédiatement avant que tout le peroxyde d'azote ne soit consommé.
La masse de la fusée vaut alors m_2. Calculer la valeur de m_2 puis celle de l'accélération a_2 à cet instant.
Le mouvement d'ascension de la fusée est-il uniformément accéléré ?

3. La vitesse d'éjection $\overrightarrow{v_e}$ des gaz issus de la combustion du peroxyde d'azote est donnée par la relation :

$$\overrightarrow{v_e} = \frac{\Delta t}{\Delta m}.\vec{F}$$

où $\frac{\Delta t}{\Delta m}$ est l'inverse de la variation de masse de la fusée par unité de temps et caractérise la consommation des moteurs.

a)) Vérifier l'unité de v_e par analyse dimensionnelle.
Calculer la valeur numérique de v_e.

b)) Quel est le signe de $\frac{\Delta t}{\Delta m}$? En déduire le sens de $\overrightarrow{v_e}$.
Qu'en pensez-vous ?

c)) A l'aide d'une loi connue qu'on énoncera, expliquer pourquoi l'éjection des gaz propulse la fusée vers le haut.

II. Étude du satellite artificiel situé à basse altitude (h = 200 km)

On s'intéresse au mouvement d'un satellite artificiel S, de masse m_s, en orbite circulaire (rayon r)autour de la Terre de masse M_T, de rayon R_T et de centre O. On suppose que la Terre est une sphère et qu'elle présente une répartition de masse à symétrie sphérique et que le satellite peut être assimilé à un point.

1. a)) Préciser les caractéristiques du vecteur accélération $\vec{a}$ d'un point animé d'un mouvement circulaire uniforme de rayon r et de vitesse v.

b)) Enoncer la loi de la gravitation universelle. On appelle G la constante de gravitation universelle. Faire un schéma sur lequel les vecteurs-forces sont représentés.

2. Le satellite S est à l'altitude h : on a donc r = R + h.
On appelle $\overrightarrow{F_S}$ la force qu'exerce la Terre sur le satellite.
Cette force dépend de la position du satellite et on pose $\overrightarrow{F_S} = m_S\vec{g}(h)$. On note g(h) l'intensité de la pesanteur à l'endroit où se trouve le satellite:

a)) Exprimer g(h) en fonction de M_T, R_T, h et G puis g(h) en fonction de R_T, h et $g_0 = g(0)$.

b)) Appliquer le T.C.I au satellite en orbite circulaire.
En déduire l'expression de la vitesse v_S du satellite en fonction de g_0, R_T et h puis celle de sa période de révolution T_S.

c)) Application numérique.
Calculer v_S et T_S sachant que :
$g_0 = 9,8\ m.s^{-2}$; h = 200 km et R_T = 6400 km.

GRATUITS SUR ablanian.com
Téléchargez l'application Ablanian CI sur Play Store et App Store
TÉLÉCHARGEZ L'APPLICATION ABLANIAN CI
DISPONIBLE SUR Google Play
Télécharger dans l'App Store

Champ Electrostatique

gratuit sur ablanian.ci/apps/

GRATUITS SUR ablanian.com
Téléchargez l'application Ablanian CI sur Play Store et App Store
TÉLÉCHARGEZ L'APPLICATION ABLANIAN CI
DISPONIBLE SUR Google Play
Télécharger dans l'App Store

Résumé sur le champ Electrostatique

I. Champ électrostatique uniforme $\vec{E}$

- La force Electrostatique : $\overrightarrow{F_e} = q\vec{E}$

- Caractéristiques du vecteur champ électrique $\vec{E}$

direction : Perpendiculaire aux deux plaques

sens : Orienté de la plaque positive vers la plaque négative

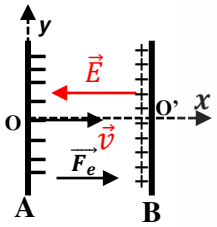
intensité : $E = \frac{U}{d}$, elle est exprimée en V/m.

Les 2 plaques soumises à la tension U (volt) sont distantes de d (mètre).

Généralité :

Considérons les particules d'hélium $^4He^{2+}$ de masse m et de charge q , animées d'une vitesse horizontale v_0.

1. Plaques Parallèles



1. Nature du mouvement sur les plaques A et B

La particule d'hélium est soumis à la force $\overrightarrow{F_e} = q\vec{E}$

$T.C.I : \overrightarrow{F_e} = q\vec{E} = m\vec{a} \Rightarrow \vec{a} = \frac{q}{m}\vec{E}$ *avec* $q = +2e$,

Projection sur le plan (x,y) :

$$\vec{E}\begin{vmatrix} E_x = -E \\ E_y = 0 \end{vmatrix} ; \quad \vec{a}\begin{vmatrix} a_x = -\frac{qE}{m} \\ a_y = 0 \end{vmatrix} \quad (MRUV)$$

Le mouvement- de la particule $^4He^{2+}$ entre les plaques A et B est rectiligne uniformément varié suivant Ox et rectiligne uniforme suivant Oy.

Nature de la trajectoire

Conditions initiales : à t=0,

$$\overrightarrow{v_0}\begin{vmatrix} v_{0x} = v_0 \\ v_{0y} = 0 \end{vmatrix} \text{ et } \overrightarrow{OM_0}\begin{vmatrix} x_0 = 0 \\ y_0 = 0 \end{vmatrix} \Rightarrow \overrightarrow{OM}\begin{vmatrix} x = \frac{eE}{2m}t^2 + v_0 t \\ y = 0 \end{vmatrix}$$

$y = 0$, alors la trajectoire est une droite mais son mouvement est uniformément décéléré suivant Ox.

2. Vitesse des particules en B

TCI :

$$E_C(B) - E_C(A) = W(\overrightarrow{F_e}) \Rightarrow \frac{1}{2}mv^2 - \frac{1}{2}mv_0{}^2 = |q|U$$

$$v = \sqrt{v_0{}^2 + \frac{2|q|U}{m}}$$

Pour nous les particules utilisées sont $^4He^{2+}$:

A.N : $m = Au = 4u$ *et* $q = +2e$

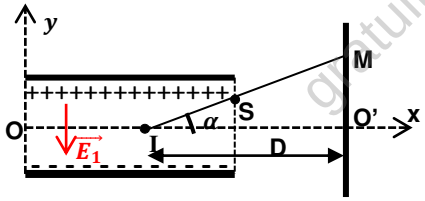
où $u = 1{,}67.10^{-27}kg$ *et* $e = 1{,}6.10^{-19}$

3. Temps mis par les particules pour atteindre B

Comme le mouvement suivant Ox est RUV, alors

$$a = \frac{\Delta v}{t} \Rightarrow t = \frac{\Delta v}{a} = \frac{v - v_0}{a}$$

II. Plaque plane



1. Equation de la trajectoire

Conditions initiales : à t=0,

$$\overrightarrow{v_0}\begin{vmatrix} v_{0x} = v_0 \\ v_{0y} = 0 \end{vmatrix} \text{ et } \overrightarrow{OM_0}\begin{vmatrix} x_0 = 0 \\ y_0 = 0 \end{vmatrix}$$

La particule d'hélium est soumis à la force $\overrightarrow{F_e} = q\vec{E}$

$T.C.I : \overrightarrow{F_e} = q\overrightarrow{E_1} = m\vec{a} \Rightarrow \vec{a} = \frac{q}{m}\overrightarrow{E_1}$

$$\overrightarrow{E_1}\begin{vmatrix} E_{1x} = 0 \\ E_{1y} = -E \end{vmatrix} ; \quad \vec{a}\begin{vmatrix} a_x = 0 \\ a_y = -\frac{qE}{m} \end{vmatrix} ; \quad \vec{v}\begin{vmatrix} v_x = v_0 \\ v_y = -\frac{qE}{m}t \end{vmatrix} \text{ et}$$

$$\overrightarrow{OM}\begin{vmatrix} x = v_0 t \\ y = -\frac{qE}{2m}t^2 \end{vmatrix}$$

$$y = -\frac{qE_1}{2mv_0{}^2}x^2 = \frac{qU_1}{2mdv_0{}^2}x^2$$

Alors la trajectoire des électrons à l'intérieur du condensateur est un arc de parabole.

2. Coordonnées du point de sorti S

$$S\begin{vmatrix} x_S = l \\ y_S = -\frac{qE_1}{2mv_0{}^2}l^2 = \frac{qU_1}{2mdv_0{}^2}l^2 \end{vmatrix}$$

Remarque :

$$Posons : \quad k = \frac{el^2}{2mdv_0{}^2} = cte$$

$y_S = kU$, *alors* y_S *est proportionnelle à* U_1

3. Vitesse au point de sortie S

$$\overrightarrow{v_S}\begin{vmatrix} v_{sx} = v_0 \\ v_{sy} = -\frac{qE}{m}t_S \end{vmatrix} \text{ où } x_S = v_0 t_S = l \Rightarrow t_S = \frac{l}{v_0}$$

$$\overrightarrow{v_S}\begin{vmatrix} v_{sx} = v_0 \\ v_{sy} = -\frac{qEl}{mv_0} \end{vmatrix} \Rightarrow v_S = \sqrt{v_0{}^2 + \left(\frac{qEl}{mv_0}\right)^2}$$

4. Condition sur la tension U_1 pour que la particule sorte du champ sans heurter les plaques

La particule sort du champ électrique sans heurter les plaques si pour $x_S = l$ *et* $y_S < \frac{d}{2}$

$$y_S = \frac{qU_1}{2mdv_0{}^2}l^2 < \frac{d}{2} \Rightarrow U_1 < \frac{md^2v_0{}^2}{ql^2}$$

TÉLÉCHARGEZ L'APPLICATION ABLANIAN CI
DISPONIBLE SUR Google Play
Télécharger dans l'App Store

5. *Valeur de l'angle α*

$$tan\,\alpha = \frac{y_S}{l/2} = \frac{2y_S}{l} = \frac{2}{l} \times \frac{-qE}{2mv_0^2} l^2 = -\frac{qEl}{mv_0^2}$$

6. Equation de la trajectoire au delà de S

Au-delà de S, les particules suivent une droite

$(T) : y = ax + b$

$où\ a = \left(\frac{dy}{dx}\right)_{x=l}\ avec\ y = -\frac{qE_1}{2mv_0^2}x^2 \Rightarrow a = -\frac{qE_1}{mv_0^2}l$

$Or\ S\epsilon\ (T) \Rightarrow y_S = -\frac{qE_1}{mv_0^2} l\, x_S + b \Rightarrow$

$b = y_S + \left(-\frac{qE_1}{mv_0^2}\right) x_S$

Entre S et M, le mouvement des particules est rectiligne uniforme car au-delà de S, le champ $\vec{E} = \vec{0}$.

7. Valeur de la déviation verticale y_M

$$\tan\alpha = \frac{y_M}{IO'} \Rightarrow y_M = IO' \tan\alpha$$

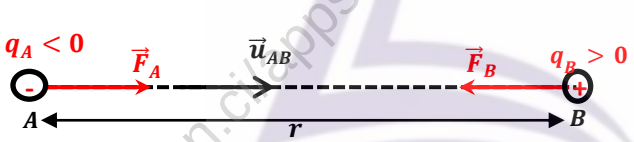
$$Avec\ \ tan\,\alpha = -\frac{qEl}{mv_0^2}\ \ et\ \ IO' = D$$

$$y_M = -\frac{qEl}{mv_0^2} D$$

Remarque :

La Loi de Coulomb

Deux charges électriques ponctuelles immobiles, q_A et q_B, placées en A et B, exercent l'une sur l'autre une force dirigée suivant la droite qui les joint, répulsive si les charges sont de même signe, attractive si les charges sont de signe contraire. Cette force varie comme le produit de leurs charges et comme l'inverse du carré de la distance qui les sépare.



$$\vec{F}_A = \vec{F}_B = -\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q_A \times q_B}{r^2}\vec{u}_{AB}$$

ε_0 : est la constante diélectrique (ou permittivité) du vide.

GRATUITS SUR ablanian.com
Téléchargez l'application Ablanian CI sur Play Store et App Store
TÉLÉCHARGEZ L'APPLICATION ABLANIAN CI
DISPONIBLE SUR Google Play
Télécharger dans l'App Store

Exercice sur le champ Electrostatique

EXERCICE 01

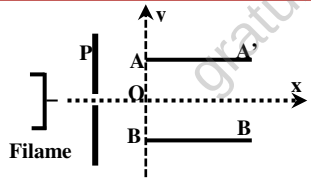
Un électron de masse m=9,1.10^{-31}kg quitte la cathode d'un et cathode est canon avec une vitesse de valeur négligeable. La tension entre anode U_{AC}=800V. La distance entre ces deux plaques parallèles est d=4cm. On donne : e=1,6.10^{-19}C.

1. a)) Représenter le vecteur champ électrique $\vec{E}$.
   b)) Calculer la valeur de ce champ.
2. a)) Représenter le vecteur force $\vec{F}$ agissant sur l'électron.
   b)) Caractériser le vecteur accélération $\vec{a}$ du mouvement.
3. Calculer, en joules puis en électronvolt, l'énergie cinétique de l'électron lorsqu'il arrive sur l'anode. En déduire la valeur de sa vitesse en ce moment.
4. a)) Etablir l'équation horaire du mouvement de l'électron entre la cathode et l'anode.
   b)) Calculer la durée de son passage entre la cathode et l'anode. c)) En déduire la valeur de sa vitesse à l'arrivée sur l'anode.

Indication : Faire le schéma du dispositif

EXERCICE 02

1. On considère un faisceau d'électron émis à partir du filament d'un canon à électrons d'un oscilloscope.
   Ces électrons sont émis avec une vitesse initiale nulle et sont accélérés par une tension U réglable établie entre le filament et l'anode du canon à électrons.
   On règle la tension U pour que les électrons atteignent l'anode P avec une vitesse v=16000km.s^{-1}.
   Calculer la valeur correspondante de U.
2. Le faisceau d'électrons obtenu pénètre entre les plaques horizontales AA' et BB' d'un condensateur à la vitesse de 16000km.s^{-1}. La longueur des plaques vaut $l = 8cm$.
   La tension entre les armature est $U_1 = V_{A'} - V_{B'} > 0$.
   La distance entre les armatures est d.
   a)) Etablir l'équation du mouvement d'un électron entre les armatures du condensateur.
   b)) Quelle est la relation d'émergence du faisceau d'électrons ? (Relation entre v, U_1, m, l et d pour que le faisceau ne rencontre pas l'une des armatures du condensateur).
   c)) Un écran est disposé à une distance D du milieu du condensateur. Montrer que la déviation verticale du faisceau d'électron sur l'écran est proportionnelle à la tension U_1
   d)) La sensibilité verticale s = $\frac{U_1}{y}$ vaut 10V.cm^{-1}.
   Quelle doit être la distance D, sachant que d = 2cm ?

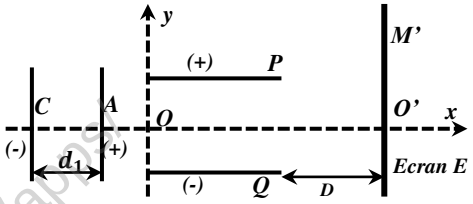


EXERCICE 03

On établit entre deux plaques parallèles verticales ; anode A et cathode C une différence de potentielle U_1=800V.
Un électron animé d'une vitesse V_e=1,5.10^5m.s^{-1} aux plaques, pénètre en C. A et C sont placés à une distance d_1=4cm.
Un galvanomètre placé dans le circuit anode-cathode indique un courant d'intensité I=7mA.

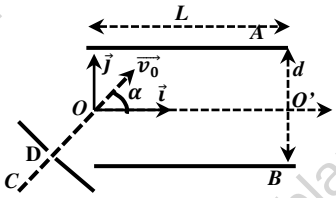
1. a)) Déterminer l'équation de la trajectoire suivie par les électrons entre A et C, et préciser sa nature.
   b)) Quelle est la vitesse v_A d'un électron lorsqu'il atteint l'anode A ?
   c)) Quel est le nombre d'électron capté par l'anode en 1s.
2. Les électrons traversent l'anode A et pénètre en O entre les armatures horizontales P et Q longueur l =10cm et équidistant de 4cm.
   La tension entre les deux plaques est U_2=V_P -V_Q=100V.
   a)) Quelle est la valeur de la vitesse V_O en A.
   b)) Etablir dans le repère (Ox ; Oy) l'équation cartésienne de la trajectoire suivie par les électrons à l'intérieur du condensateur et donner sa nature.
3. On place sur l'écran fluorescent perpendiculaire à l'axe Ox à une distance $D = 50cm$ de la sortie des plaques.
   Soit M le point de réception des électrons sur l'écran E.
   a)) Calculer l'ordonnée d'un électron lorsqu'il sort des plaques au point S.
   b)) Donner l'équation et la nature de la trajectoire de ces particules au-delà de S.
   c)) Montrer que cette trajectoire passe par un point I (5;0) en cm et en déduire la valeur de la déviation verticale sur l'écran.

Données : m_e=9,1.10^{-31}kg et $q = -e = -1{,}6.10^{-19}$C.



GRATUITS SUR ablanian.com
Téléchargez l'application Ablanian CI sur Play Store et App Store
TÉLÉCHARGEZ L'APPLICATION ABLANIAN CI
Google Play
l'App Store

EXERCICE 04



Un condensateur plan est constitué de deux plaques métalliques rectangulaires horizontales A et B de longueur L, séparées par une distance d.

Un faisceau homocinétique de protons, émis en C à vitesse nulle, est accéléré entre les points C et D, situés dans le plan (O, $\vec{\imath}$, $\vec{\jmath}$) ; il pénètre en O, en formant l'angle α avec $\vec{\imath}$, dans le champ électrique $\vec{E}$, supposé uniforme, du condensateur.

1. Indiquer en le justifiant, le signe de $V_D - V_C$.
   Calculer en fonction de $U = |V_D - V_C|$ la vitesse v_O de pénétration dans le champ électrique uniforme.
   On donne : U=10^3V ; m_p=1,6.10^{-27}kg
2. Indiquer en le justifiant, le signe de $V_A - V_B$ tel que le faisceau de protons puis passer par le point $O'(L, 0,0)$.
3. Etablir l'équation de la trajectoire des protons dans le repère (O, $\vec{\imath}$,$\vec{\jmath}$) en fonction de U, U'=$|V_A - V_B|$, α et d.
   Quelle est la nature du mouvement des protons ?
4. Calculer la valeur numérique de U' qui permet de réaliser la sortie en O' pour α=30°, L=20cm et d=7cm.
5. Dans le cas où la tension U' a la valeur précédente calculée, déterminer la distance minimale du plateau supérieur passe le faisceau de protons.

EXERCICE 05

Un dispositif de déflexion électrique est constitué par deux plaques P et P' d'un condensateur. Ces plaques ont une longueur l=8cm et son distances d=4cm. En O pénètre un faisceau homocinétique d'électron de masse m ; leur vitesse en O est $\overrightarrow{v_O}$=$v_O\vec{\imath}$ avec v_O=10^7m.s^{-1}. On applique une tension $U_{PP'}$= U>0 entre les deux plaques, vec U=500V.

1. a)) Dessiner le champ électrique $\vec{E}$ entre les deux plaques.
   b)) Exprimer la valeur du champ électrique E.
   Donner les coordonnées de $\vec{E}$ dans le repère (O, $\vec{\imath}$,$\vec{\jmath}$, $\vec{k}$).
2. Donner à la date t, les coordonnées :
   a)) du vecteur accélération $\vec{a}$;
   b)) du vecteur vitesse $\vec{v}$ et du vecteur position $\overrightarrow{OM}$.
   Déduire l'équation cartésienne de la trajectoire.
3. On s'intéresse aux caractéristiques de l'électron à la sortie du condensateur en S.
   a)) Déterminer les coordonnées du point de sortie S ; vérifier que la déviation Y_S est proportionnelle à U.
   b)) Déterminer les coordonnées du vecteur vitesse $\overrightarrow{v_S}$ en S, l'angle α que fait ce vecteur vitesse avec l'axe Ox et sa vitesse v_S en fonction de Y_S, v_O, e, m, l, E.
   c)) Calculer numériquement la durée t à l'intérieur du dispositif, ainsi que les valeurs de α, Y_S et v_S.
4. Le faisceau d'électron est reçu en I sur un écran placé perpendiculairement à l'axe Ox.
   a)) Quelle est la nature du mouvement des électrons entre S et I.
   b)) Etablir l'expression littérale donnant la distance h=IH en fonction de e, m, U, I, L, d, et v_O.
   c)) Calculer numériquement h.
   On donne : OH=L=0,3m ; e=1,6.10^{-19}C ; m_e=9,1.10^{-31}kg.
   Indication : la tangente en S à l'arc de parabole, décrit en O et S, coupe OO' en son milieu.

EXERCICE 06

1. Une bille de masse m=50g , supposée ponctuelle ,tombe en chute libre d'une hauteur h, sans vitesse initiale , sous la seule action du champ de pesanteur .
   Calculer sa vitesse après une chute de hauteur h.
2. La bille M porte une charge électrique q.
   On suppose au champ de pesanteur, un champ électrique uniforme $\vec{E}$ horizontal, de même direction et même sens que l'axe$\overrightarrow{Ox}$. (figure1)
   La bille est abandonnée sans vitesse initial en un point O de l'espace où règnent ces deux champs.
   Elle arrive en B, situé d'une hauteur h par rapport à O.
   a)) Quel est le signe de la charge porté par la bille M.
   b)) Etablir l'équation cartésienne de la trajectoire de M dans le repère ($\overrightarrow{Ox}$, $\overrightarrow{Oy}$) et donner sa nature.
   c)) Calculer la distance d.
3. On suppose que la bile M porte une charge q>0 et on l'abandonne ensuite sans vitesse initiale au point A milieu de deux plaques verticale distance de $d = 41cm$ et de longueur $l = h$ (fig2).
   a)) Etablir l'équation cartésienne de la trajectoire M dans le repère ($\overrightarrow{Ox}$; $\overrightarrow{Oy}$).
   b)) Calculer le temps mis par la bille pour passer sur l'axe Ox.
   c)) Quelle doit être la valeur de la tension U appliquer entre les deux plaques pour que la bille arrive au point B.

Données : h=0,5m ; E=10^5v.m^{-1} ;
|q|=4.10^{-7}C ;$g = 9{,}8m.s^{-2}$.

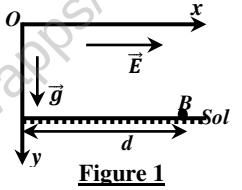


Figure 1

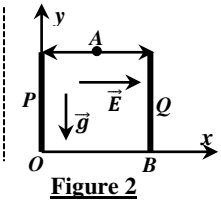


Figure 2

GRATUITS SUR ablanian.com
Téléchargez l'application Ablanian CI sur Play Store et App Store
TÉLÉCHARGEZ L'APPLICATION ABLANIAN CI
DISPONIBLE SUR Google Play
Télécharger dans l'App Store

EXERCICE 7

On dispose de deux plaques horizontales l'une au dessous de l'autre (la plaque positive en haut et la négative en bas).

Elles sont distantes de 5 cm et la différence de potentiel entre les deux est de 10^5 V. On place une goutte d'huile d'une masse $m = 0.1\,mg$ et portant une charge électrique de $q = -10^{-12}\ C$.

1. Déterminer l'intensité du champ électrique E qui est entre les deux plaques et en déduire l'intensité de la force électrique, F, que subit la goutte d'huile.
2. Faire un schéma de l'ensemble et représenter le champ $\vec{E}$ ainsi que les forces qui agissent sur la goutte d'huile.
3. D'après le bilan des forces, quel est le mouvement de la goutte ?

EXERCICE 8 (Problème)

Le mouvement dans l'air d'une goutte d'huile obtenue par pulvérisation et introduite entre les plaques horizontales ,équidistant de d, d'un condensateur plan auxquelles on peut appliquer une différence de potentielle réglable $V_B - V_A = U_0 > 0$ donnant un champ électrique uniforme $\vec{E}$. La pulvérisation a pour effet de charger plus ou moins les gouttes par frottement.

On appelle ρ la masse volumique de l'huile.

On observe le mouvement d'une goutte d'abord en absence de champ électrique puis en présence du champ électrique.

On constante qu'en absence du champ électrique, la goutte tombe verticalement et atteint très rapidement une vitesse constante v_1.

En présence du champ électrique, la goutte prend une vitesse v_2 constante de valeur supérieure à v_1, son mouvement reste verticale et ascendant. L'action de l'air sur la goutte la goutte est assimilée à une force unique $\vec{f}$ de même direction que le vecteur vitesse $\vec{v}$ de la goutte et de sens opposé, telle que $\vec{f} = -6\pi\eta r\vec{v}$, avec η coefficient de viscosité de l'air et r le rayon de la goutte.

On néglige la poussée d'Archimède.

I. Etude préliminaire

1. Lors des mesures, la goutte admet un mouvement vertical de vecteur vitesse $\vec{v}$ constante.

Que peut-on dire de l'ensemble des forces qu'elle subit ? Justifier.

2. Exprimer la masse de gouttelette supposée sphérique en fonction de ρ *et* r. En déduire l'expression de son poids.

II. Etude en l'absence du champ électrique

1. Dresser le bilan des forces subies par la goutte.
2. Sur un schéma soigné et légendé placer ces forces.
3. Etablir l'expression du rayon r en fonction de v_1 et des données utiles.

III. Etude en présence du champ électrique

1. Sur un schéma soigné et légendé, placer le champ électrique et les forces subies par la goutte. (On justifiera le sens de la force électrique et le sens du champ électrique).
2. En déduire le sens de la charge électrique q porté par la goutte.
3. Etablir l'expression de la charge électrique q en fonction de r, v_1, v_2 et des données utiles.

EXERCICE 9

Entre deux armatures, séparées d'une distance $d = 12cm$,d'un condensateur plan et horizontal est établie une atmosphère gazeuse par pulvérisation de gouttelette d'huile de rayon r.

L'atmosphère gazeuse se traduit par une constante de viscosité η.

A l'instant t=0, la vitesse est supposée nulle.

Le mouvement est supposé rectiligne et vertical.

1. Calculer la vitesse limite atteinte par la gouttelette à 0,01près, en absence du champ électrique.
2. En appliquant un champ électrique $\vec{E}$, vertical et dirigé vers le bas, avec un e d.d.p U une gouttelette s'immobilise ;

Calculer la charge électrique q porté par cette gouttelette.

3. Sous l'action d'un faisceau de R_X , la gouttelette remonte d'une distance $l = 1mm$ en un temps $t = 5{,}8s$.

Donner la nouvelle charge électrique de la gouttelette.

Données : $r = 1{,}6.10^{-6}m$; $\eta = 1{,}8.10^{-5}Pa.s$;

$\rho_{huile} = 880g.cm^{-3}$; $U = 3950V$; $g = 9{,}81m.s^{-2}$

EXERCICE 10

On dispose deux plaques métalliques verticalement, l'une en face de l'autre. Elles sont reliées à un générateur de manière à ce que le champ électrique entre les deux plaques ait une valeur de $E = 2.10^5 V/m$. Les deux plaques sont distantes de d= 20 cm.

Au bout d'un fil, une petite sphère de masse $m = 0.40\ g$ pend entre les deux plaques. Cette sphère est chargée électriquement, et le fil est incliné d'un angle de $\alpha = 20°$ par rapport à la verticale lorsqu'il est soumis au champ entre les deux plaques.

Le fil est incliné vers la plaque chargée négativement.

1. Déterminer la tension électrique aux bornes des deux plaques métalliques.
2. Déterminer le signe de la charge de la sphère.
3. Déterminer l'intensité du poids, P, de la sphère.
4. La sphère étant en équilibre, représenter sur un schéma l'ensemble des forces qui agissent sur la sphère et en déduire la condition d'équilibre.
5. D'après le schéma, la condition ci-dessus et les projections sur les axes Ox et Oy déduire la valeur de T (la tension du fil) puis celle de F l'intensité de la force électrique.
6. En déduire la charge électrique portée par la sphère.

GRATUITS SUR ablanian.com
Téléchargez l'application Ablanian CI sur Play Store et App Store
TÉLÉCHARGEZ L'APPLICATION ABLANIAN CI
DISPONIBLE SUR Google Play Télécharger dans l'App Store

Champ Magnétique

gratuit sur ablanian.ci/apps/

TÉLÉCHARGEZ L'APPLICATION ABLANIAN CI
DISPONIBLE SUR Google Play
Télécharger dans l'App Store

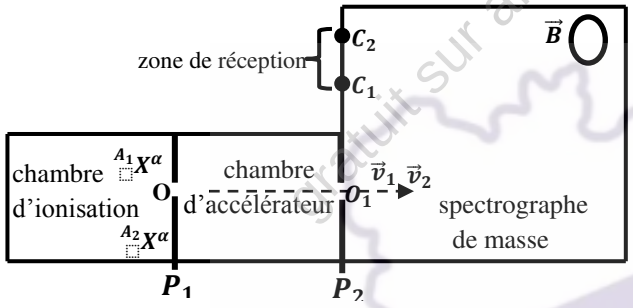
Cours sur le champ Magnétique

I. Etude d'un Spectrographe de masse

Le rôle de l'appareil est de séparer les différents isotopes d'un même élément. Il faut d'abord ioniser les atomes dans une chambre.

Les ions sont alors accélérés par un champ électrique puis déviés par un champ magnétique. Cette déviation est différente suivant l'isotope, ce qui permet de les séparer. Après séparation, les particules sont collectées. Un comptage électronique des impacts permet d'en déduire les proportions relatives de chaque isotope dans un échantillon donné.

Rappel :



- La masse d'un ion $^{A}X^{\alpha}$ est :

$$m(^{A}X^{\alpha}) = Au \quad avec \quad u = 1{,}67.10^{-27}kg$$

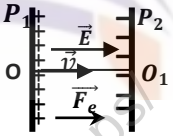
- La charge d'un ion $^{A}X^{\alpha}$ *est* : $q = \alpha e$ *avec* $e = 1{,}6.10^{-19}C$

on se propose de séparer les ions $^{A_1}X^{\alpha}$ *et* $^{A_2}X^{\alpha}$de même charge q et de masses respectives m_1 et m_2. En O, la vitesse des ions est pratiquement nulle ; ils sont accélérés par la tension $U=V_{P1}-V_{P2}$ appliquée entre les plaques P_1 et P_2. Ils pénètrent ensuite en O_1, dans un champ magnétique uniforme B perpendiculaire au plan de la figure.

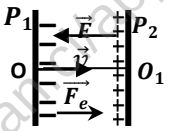
1. Préciser le sens de $\vec{E}$ et la force électrique $\vec{F_e}$.

Déduire le signe de la tension $U= V_{P1}-V_{P2}$

Comme les plaques sont parallèles, alors :



- *si* $q = \alpha e > 0 \Rightarrow \vec{E}$ *et* $\vec{v}$ *ont même sens donc* : $U = V_{P_1} - V_{P_2} > 0$



- *si* $q = \alpha e < 0 \Rightarrow \vec{E}$ *et* $\vec{v}$ *ont sens opposé* : $U = V_{P_1} - V_{P_2} < 0$

2. Montrer que les ions arrivant en O_1 ont même énergie cinétique.

En déduire qu' à la sortie de l'accélérateur $m_1 v_1^{\,2} = m_2 v_2^{\,2}$

Les ions sont soumis à la force électrostatique $\vec{F_e} = q\vec{E}$.

T.E.C : entre O et O_1

$$E_c(O_1) = |q|U = |\alpha|eU = cste$$

$\Rightarrow E_{C1} = E_{C2} = E_c(O_1) = |\alpha|eU = cste$, alors les ions arrivent en O_1 avec une même énergie cinétique ($E_c = |\alpha|eU = cste$).

$$On\ a : E_{C1} = E_{C2} \Rightarrow \frac{1}{2}m_1 v_1^{\,2} = \frac{1}{2}m_2 v_2^{\,2} \Rightarrow m_1 v_1^{\,2} = m_2 v_2^{\,2}$$

3. Exprimer les vitesses v_1 et v_2 des deux ions en O_2 en fonction de U, q et de leurs masses m_1 et m_2

T.E.C : entre O et O_1

$$E_c(O_1) = |q|U = cste \Rightarrow E_{C1} = E_{C2} = E_c(O_1) = |q|U = cste$$

$$Alors : E_{C1} = \frac{1}{2}m_1 v_1^{\,2} = |q|U \Rightarrow v_1 = \sqrt{\frac{2|q|U}{m_1}} \quad et\ v_2 = \sqrt{\frac{2|q|U}{m_2}}$$

En déduire que $\frac{V_1}{V_2} = \sqrt{\frac{m_2}{m_1}}$

$$v_1^{\,2} = \frac{2|q|U}{m_1} \quad et \quad v_2^{\,2} = \frac{2|q|U}{m_2} \Rightarrow \frac{v_1^{\,2}}{v_2^{\,2}} = \frac{m_2}{m_1} \Rightarrow \frac{v_1}{v_2} = \sqrt{\frac{m_2}{m_1}}$$

4. Préciser sur un schéma le sens de $\vec{B}$ pour que les ions puissent parvenir en C_1 et C_2.

La particule de masse m est soumise à la force magnétique $\vec{F_m} = q\vec{v_0}\Lambda\vec{B}$ (elle est toujours orientée vers la zone de réception)

Le sens de $\vec{B}$ est déteerminé par la règle de 3doigts de la main droite tel que le trièdre $(\vec{F_m},\ q\vec{v},\ \vec{B})$ soit direct.

- Si q>0, en utilisant la règle de 3doigts de la main droite le vecteur $\vec{B}$ es entrant (figure a).
- Si q<0, en utilisant la règle de 3doigts de la main droite le vecteur $\vec{B}$ es sortant (figure b).

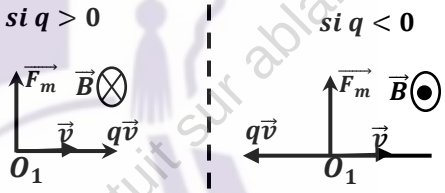


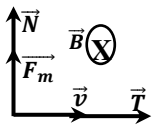
figure a *figure b*

5. Démontrer que les ions sont animés d'un mouvement circulaire uniforme des rayons respectifs R_1 et R_2

Les particules sont soumises à la force magnétique $\vec{F_m} = q\vec{v}\Lambda\vec{B}$

Ici on suppose q > 0 :

T. C. I: $\vec{F_m} = m\vec{a} \Rightarrow \vec{a} = \frac{\vec{F_m}}{m}$



Dans la base de Frenet $(\vec{T},\vec{N})$

$\vec{F_m} = |q|VB\vec{N}$ et $\vec{a} = \frac{\vec{F_m}}{m} = \frac{|q|VB}{m}\vec{N}$

$$\vec{a} = a_T\vec{T} + a_N\vec{N} = \frac{dv}{dt}\vec{T} + \frac{v^2}{R}\vec{N} = \frac{|q|vB}{m}\vec{N} \Rightarrow \frac{dv}{dt} = 0 \Rightarrow v = cte$$

$v = cte \Rightarrow$ le mouvement est uniforme

Par identification : $\frac{v^2}{R} = \frac{|q|vB}{m} \Rightarrow R = \frac{mv}{|q|B} = cte$

alors le mouvement est circulaire.

D'où le mouvement des particules est circulaire uniforme des rayons :

$$R_1 = \frac{m_1 v_1}{|q|B} \quad et \quad R_2 = \frac{m_2 v_2}{|q|B}$$

GRATUITS SUR ablanian.com
Téléchargez l'application Ablanian CI sur Play Store et App Store
TÉLÉCHARGEZ L'APPLICATION ABLANIAN CI
DISPONIBLE SUR Google Play
Télécharger dans l'App Store

6. Expression de R_1 et R_2 en fonction de m_1 *ou* m_2, q, U, B

$$R_1{}^2 = \frac{m_1{}^2 v_1{}^2}{|q|^2 B^2} = \frac{m_1{}^2}{|q|^2 B^2} \times \frac{2|q|U}{m_1} = \frac{2m_1 U}{|q|B^2} \Rightarrow R_1 = \frac{1}{B}\sqrt{\frac{2m_1 U}{|q|}}$$

$$et\ R_2 = \frac{1}{B}\sqrt{\frac{2m_2 U}{|q|}} \text{ on en déduit encore que } \frac{R_1}{R_2} = \sqrt{\frac{m_1}{m_2}}$$

7. Calcul de la distance MP

$$C_1C_2 = O_1C_2 - O_1C_1 = 2R_2 - 2R_1 = 2(R_2 - R_1) \Rightarrow$$

$$C_1C_2 = 2\left(\frac{1}{B}\sqrt{\frac{2m_2U}{|q|}} - \frac{1}{B}\sqrt{\frac{2m_1U}{|q|}}\right) = \frac{2}{B}\sqrt{\frac{2U}{|q|}}\left(\sqrt{m_2} - \sqrt{m_1}\right)$$

$$C_1C_2 = \frac{1}{B}\sqrt{\frac{8U}{|q|}}\left(\sqrt{m_2} - \sqrt{m_1}\right)$$

8. Temps mis par chaque ions pour atteindre leurs points d'impact

$T = \frac{\theta}{\omega}$, avec $\theta = \pi rad$ (pour une demi-circonférence)

$$R_1 = \frac{m_1 v_1}{|q|B} \text{ et } v_1 = R_1\omega_1 = \frac{m_1 v_1}{|q|B}\omega_1 \Rightarrow \omega_1 = \frac{|q|B}{m_1}$$

$$T_1 = \frac{\pi}{\omega_1} = \frac{\pi m_1}{|q|B} \quad et\ T_2 = \frac{\pi m_2}{|q|B}$$

9. Composition isotopique

La composition isotopique représente le pourcentage de ceux deux isotopes dans l'atome naturel et les pourcentage n_1 et n_2 sont proportionnelle à leurs intensités du courant ionique i_1 *et* i_2.

$$\frac{n_1}{n_2} = \frac{i_1}{i_2} \quad ou\ bien \quad n_1 = \frac{i_1}{i_1 + i_2} \times 100 \quad et \quad n_2 = \frac{i_2}{i_1 + i_2} \times 100$$

Remarque : $n_1 + n_2 = 1$

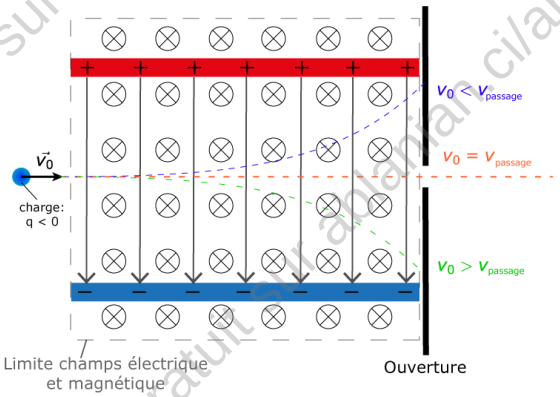
La masse molaire de l'atome naturel est :

$$M(X) = \frac{n_1A_1 + n_2A_2}{100} = \frac{1}{100}\sum_{i=1}^{n} n_iA_i$$

II. Etude d'un Filtre de vitesse

Sélecteur de vitesse (Filtre de Wien)

L'utilisation d'un filtre de Wien est un moyen facile de sélectionner des particules chargées à une vitesse spécifique.



Configuration:

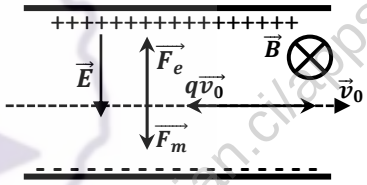
Le sélecteur de vitesse est un dispositif constitué par des champs électriques et magnétiques perpendiculaires. Un condensateur à plaques produisant un champ électrique, est placé dans un champ magnétique. Au bout de la plaque de condensateur se trouve une ouverture qui laisse passer les particules se trouvant au milieu du condensateur.

Le faisceau de particules entre dans le filtre de vitesse de telle sorte que la direction du mouvement des particules, le champ électrique et le champ magnétique sont deux à deux perpendiculaires..

Fonction:

En entrant dans le filtre de Wien les champ électrique et magnétique engendrent deux forces différentes (poids négligé).

- Le champ E engendre une force électrique $\vec{F_e} = q\vec{E}$
- Le mouvement de charge dans un champ magnétique engendre une force de Lorentz $\vec{F_m} = q\vec{v}\Lambda\vec{B}$ *et* $F_m = |q|vB$



Seules les particules dans lesquelles la force électrique F_e et la force de Lorentz F_m sont égales et de sens contraire, ne sont pas déviées dans le filtre. Pour ces particules on a:

$$\overrightarrow{F_m} + \overrightarrow{F_e} = \vec{0} \Rightarrow F_m = F_e \Rightarrow |q|v_0B = |q|E \Rightarrow v_0 = \frac{E}{B}$$

La vitesse des particules devant passer le filtre de Wien estt :

$$v_{passage} = v_0 = \frac{E}{B}$$

Remarque

- Si les particules ont une vitesse $v_1 < v_0$, la force électrique F_e est plus grande que la force magnétique F_m. En effet :

$$F_m = |q|v_1B < |q|v_0B = |q|E = F_e \Longrightarrow F_m < F_e$$

Alors les particules seront déviées vers la plaque sur laquelle la force électrique $\vec{F_e}$ est orientée.

- Si les particules ont une vitesse $v_1 > v_0$, la force de Lorentz F_m est plus grande que la force électrique F_e. En effet :

$$F_m = |q|v_1B > |q|v_0B = |q|E = F_e \Longrightarrow F_m > F_e$$

Alors les particules seront déviées vers la plaque sur laquelle la force magnétique $\vec{F_m}$ est orientée

Limites:

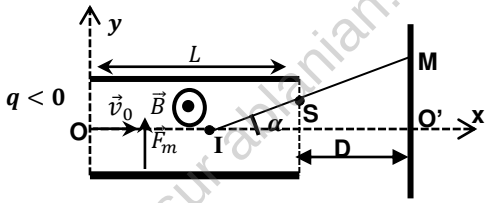
Ni la masse des particules, ni leur charge des sont importantes pour ce filtre de vitesse. Toutes les particules à vitesse v_0 passent le filtre de Wien quelque soit leur masse et leur charge.

Aussi toutes les particules non chargées passent le filtre, quelque soit leur vitesse.

TÉLÉCHARGEZ L'APPLICATION ABLANIAN CI
DISPONIBLE SUR Google Play
Télécharger dans l'App Store

III. Déflexion magnétique

Considérons les particules de masse m et de charge < 0, animées d'une vitesse horizontale v_0.



1. Equation de la trajectoire

Conditions initiales : à t=0,

$$\vec{v_0}\left|\begin{matrix}v_{0x}=v_0\\ v_{0y}=0\end{matrix}\right. \quad et \quad \overrightarrow{OM_0}\left|\begin{matrix}x_0=0\\ y_0=0\end{matrix}\right.$$

La particule d'hélium est soumis à la force $\overrightarrow{F_m} = q\vec{v}_0 \Lambda \vec{B}$

$$T.C.I : \overrightarrow{F_m} = m\vec{a} \Rightarrow \vec{a} = \frac{1}{m}\vec{F}_m \text{ et } F_m = |q|v_0B$$

$$\overrightarrow{F_m}\left|\begin{matrix}F_{mx}=0\\ F_{my}=F_m\end{matrix}\right. ; \ \vec{a}\left|\begin{matrix}a_x=0\\ a_y=\frac{|q|Bv_0}{m}\end{matrix}\right. ; \ \vec{v}\left|\begin{matrix}v_x=v_0\\ v_y=\frac{|q|Bv_0}{m}t\end{matrix}\right. et$$

$$\overrightarrow{OM}\left|\begin{matrix}x=v_0t\\ y=\frac{qBv_0}{2m}t^2\end{matrix}\right. \Rightarrow y=\frac{|q|B}{2mv_0}x^2$$

2. Coordonnées du point de sorti S

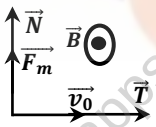
$$S\left|\begin{matrix}x_S=L\\ y_S=\frac{|q|B}{2mv_0}L^2\end{matrix}\right.$$

3. Vitesse au point de sortie S

$$\vec{v_s}\left|\begin{matrix}v_{sx}=v_0\\ v_{sy}=-\frac{|q|Bv_0}{m}t_S\end{matrix}\right. \text{ où } x_S=v_0t_S=L \Rightarrow t_S=\frac{L}{v_0}$$

$$\vec{v_s}\left|\begin{matrix}v_{sx}=v_0\\ v_{sy}=-\frac{|q|BL}{m}\end{matrix}\right. \Rightarrow v_S=\sqrt{{v_0}^2+\left(\frac{qBL}{m}\right)^2}$$

4. Montrons que le mouvement dans le champ magnétique $\vec{B}$ est circulaire uniforme



T. C. I: $\overrightarrow{F_m} = m\vec{a} \Rightarrow \vec{a} = \frac{\overrightarrow{F_m}}{m}$

Dans la base de Frenet $(\vec{T}, \vec{N})$

$$\overrightarrow{F_m} = |q|v_0B\vec{N} \text{ et } \vec{a} = \frac{\overrightarrow{F_m}}{m} = \frac{|q|v_0B}{m}\vec{N}$$

$$\vec{a} = a_T\vec{T} + a_N\vec{N} = \frac{dv}{dt}\vec{T} + \frac{{v_0}^2}{R}\vec{N} = \frac{|q|v_0B}{m}\vec{N}$$

$\Rightarrow a_T = \frac{dv}{dt} = 0 \Rightarrow v = cte$: le mouvement est uniforme

Par identification :

$\frac{{v_0}^2}{R} = \frac{|q|B}{m} \Rightarrow R = \frac{mv_0}{|q|B} = cte$ alors le mouvement est circulaire.

D'où le mouvement des particules est circulaire uniforme de rayon : $R = \frac{mv_0}{|q|B}$

5. Valeur de l'angle α

$$\tan\alpha = \frac{y_S}{L/2} = \frac{2y_S}{L} = \frac{2}{L}\times\frac{|q|B}{2mv_0}L^2 = \frac{|q|B}{mv_0}L$$

6. Equation de la trajectoire au delà de S

Au-delà de S, les particules suivent une droite

$$(T) : y = ax + b$$

$$où\ a = \left(\frac{dy}{dx}\right)_{x=L} \ avec \quad y = \frac{|q|B}{2mv_0}x^2 \Rightarrow a = \frac{|q|B}{mv_0}L$$

$$Or\ S\epsilon\ (T) \Rightarrow y_S = \frac{|q|B}{mv_0}L\,x_S + b \Rightarrow b = y_S + \frac{|q|B}{mv_0}L^2$$

Entre S et M, le mouvement des particules est rectiligne uniforme car au-delà de S, le champ $\vec{B} = \vec{0}$.

7. Valeur de la déflexion magnétique y_M

$$\tan\alpha = \frac{y_M}{IO'} \Rightarrow y_M = IO'\tan\alpha$$

$$Avec\ \tan\alpha = \frac{|q|B}{mv_0}L, \quad IO' = \frac{L}{2} + D \text{ et } R = \frac{mv_0}{|q|B}$$

$$y_M = \frac{|q|B}{mv_0}L\left(\frac{L}{2}+D\right) = \frac{L}{R}\left(\frac{L}{2}+D\right)$$

III. Etude d'un cyclotron

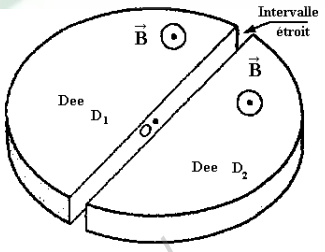
Un cyclotron sert à accélérer des particules chargées, des protons par exemple. Ces particules permettent de réaliser des expériences de Physique nucléaire dans le but d'explorer le noyau atomique.

Le cyclotron est formé de deux demi cylindres conducteurs creux D_1 *et* D_2 dénommés "dées" et séparés par un intervalle étroit.

Un champ magnétique uniforme $\vec{B}$ règne à l'intérieur des "dées", sa direction est parallèle à l'axe de ces demi-cylindres.

Un champ électrostatique $\vec{E}$ variable peut être établi dans l'intervalle étroit qui sépare les dées.

Il permet d'augmenter la vitesse des protons à chaque fois quels pénètrent dans cet intervalle. On l'obtient en établissant une tension alternative sinusoïdale de valeur maximale U_m et de fréquence N entre les "dées".



1. Nature de mouvement des particules entre les Dee

Dans l'intervalle étroite, il existe une un champ électrique uniforme E constant pendant la durée courte de la traversée.

La particule est soumise à la force électrique $\vec{F} = q\vec{E} = Cste$

T.C.I : $\vec{F} = q\vec{E} = m\vec{a} \Rightarrow a = \frac{q\vec{E}}{m} = cste$

La vitesse initiale étant nulle, alors la particule est animée d'un mouvement rectiligne uniformément accéléré.

GRATUITS SUR ablanian.com
Téléchargez l'application Ablanian CI sur Play Store et App Store
TÉLÉCHARGEZ L'APPLICATION ABLANIAN CI
DISPONIBLE SUR Google Play
Télécharger dans l'App Store

2. Comment montrer que le mouvement des particules dans un D est circulaire uniforme.

La particule est soumis à la force $\overrightarrow{F_m} = q\vec{v}\Lambda\vec{B}$

La force $\overrightarrow{F_m}$ est centrale donc $\overrightarrow{F_m} = |q|vB\vec{N}$

T.C.I : $\overrightarrow{F_m} = m\vec{a} \Rightarrow \vec{a} = \frac{\vec{F}_m}{m} = \frac{|q|vB}{m}\vec{N}$

Donc l'accélération de la particule est donc centrale :

$$\vec{a} = \frac{v^2}{R}\vec{N} + \frac{dv}{dt}\vec{T} = \frac{|q|vB}{m}\vec{N} \Rightarrow \frac{dv}{dt} = 0 \Rightarrow v = ste$$

D'où le mouvement est uniforme.

Expression du Rayon R

$$a = \frac{v^2}{R} = \frac{|q|vB}{m} \Rightarrow R = \frac{mv}{|q|B} = cste$$

Le mouvement est donc circulaire uniforme sur un trajectoire de rayon R tel que : $R = \frac{mv}{|q|B}$

3. La durée du parcours d'un particule dans un dee

La durée du parcours dans un dee vaut une demi-période de rotation T dans le champ magnétique $\vec{B}$; cette rotation s'effectue à à vitesse constante v le long d'une trajectoire circulaire de rayon R R

$$v = \frac{Longueur\ du\ trajectoire}{Durée\ de\ rotation} = \frac{2\pi R}{T}\ soit\ T = \frac{2\pi R}{v}$$

$$or\ R = \frac{mv}{|q|B} \Rightarrow T = \frac{2\pi}{v}.\frac{mv}{|q|B} = \frac{2\pi m}{|q|B}$$

D'où de passage dans un dee est :

$$t_P = \frac{T}{2} = \frac{\pi m}{|q|B}$$

Ce temps ne dépend pas de la vitesse v acquise par la particule et ceci permettra la synchronisation des accélérations successives.

Fréquence du générateur

La fréquence d'oscillation de cette tension u (t) permettant d'obtenir une accélération de la particule à chaque passage dans l'intervalle entre les deux « D ».

À chaque intervalle de temps t_P, le champ électrique doit être inversé et cela doit donc correspondre à une demi-période d'oscillation :

$$t_P = \frac{T}{2} = \frac{1}{2f} \Rightarrow f = \frac{1}{2t_P} = \frac{|q|B}{2\pi m}$$

4. Un ion est injecté dans la zone d'accélération avec une vitesse nulle. Quelle est sa vitesse v_1 au moment de la pénétration dans le premier « D » :

$$T.E.C : \frac{1}{2}mv_1^2 = |q|U\ \ soit\ \ v_1 = \sqrt{\frac{2|q|U}{m}}$$

Le rayon de la première trajectoire semi-circulaire est donc :

$$R_1 = \frac{mv_1}{|q|B} = \frac{1}{B}\sqrt{\frac{2mU}{|q|}}$$

5. Expression de R_n de la $n^{ième}$ trajectoire demi-circulaire en fonction de R_1

T.E.C : entre D_1 et D_2

- Pour le 2ème passage la particule traverse avec une vitesse v_2

$$\frac{1}{2}mv_2^2 - \frac{1}{2}mv_1^2 = |q|U\ \ soit\ v_2^2 - v_1^2 = \frac{2|q|U}{m}$$

$$Or\ \ v_1^2 = \frac{2|q|U}{m} \Rightarrow v_2^2 - v_1^2 = v_1^2 \Rightarrow v_2^2 = 2v_1^2$$

- Pour le 3ème passage la particule traverse avec une vitesse v_3

$$\frac{1}{2}mv_3^2 - \frac{1}{2}mv_2^2 = |q|U\ \ soit\ v_3^2 - v_2^2 = \frac{2|q|U}{m}$$

$$v_2^2 = 2v_1^2 \Rightarrow v_3^2 - 2v_1^2 = v_1^2 \Rightarrow v_3^2 = 3v_1^2$$

- Pour le 4ème passage la particule traverse avec une vitesse v_4

$$\frac{1}{2}mv_4^2 - \frac{1}{2}mv_3^2 = |q|U\ \ soit\ v_4^2 - v_3^2 = \frac{2|q|U}{m}$$

$$Or\ \ v_3^2 = 3v_1^2 \Rightarrow v_4^2 - 3v_1^2 = v_1^2 \Rightarrow v_4^2 = 4v_1^2$$

- Pour le n ème passage la particule traverse avec une vitesse v_n

$$v_n^2 = nv_1^2 \Rightarrow v_n = v_1\sqrt{n}$$

À chaque demi-tour, l'énergie cinétique est incrémentée de $|q|U$:

$$E_{C(n)} = \frac{1}{2}mv_n^2 = \frac{1}{2}mv_1^2 \times n = n|q|U \Rightarrow \frac{1}{2}mv_n^2 = n|q|U$$

Expression de R_n

$$R_n = \frac{mv_n}{|q|B} = \frac{mv_1}{|q|B}\sqrt{n} = R_1\sqrt{n} \Rightarrow R_n = R_1\sqrt{n}\ \ et\ n = \left(\frac{R_n}{R_1}\right)^2$$

Nombre de tours effectués par la particule

Comme il y a deux passages par tours le nombre de tours est :

$$n' = \frac{n}{2} = \frac{1}{2}.\left(\frac{R_n}{R_1}\right)^2 \quad où\ n' = nombre\ de\ tour\ effectués$$

GRATUITS SUR ablanian.com
Téléchargez l'application Ablanian CI sur Play Store et App Store
TÉLÉCHARGEZ L'APPLICATION ABLANIAN CI
DISPONIBLE SUR Google Play
Télécharger dans l'App Store

Exercices sur le champ magnétique uniforme

Données : $e = 1{,}6 \times 10^{-19} C$ *et* $u = 1{,}67 \times 10^{-27} kg$

EXERCICE 01

1. Une chambre d'ionisation produit des ions $^{20}Ne^+$ et $^{22}Ne^+$ de masses respectives $m_1$et m_2. Leur poids est négligeable devant les forces électromagnétiques qu'ils subissent et leur mouvement a lieu dans le vide. Les ions produits pénètrent, avec une vitesse initiale négligeable, dans un accélérateur où ils sont soumis à un champ électrique uniforme $\overrightarrow{E_O}$ créé par une tension U=$V_M - V_N$ établie entre deux plaques conductrices M et N selon le schéma ci-après. On désigne par v_1 et v_2 les vitesses respectifs, en O_1, des ions $^{20}Ne^+$ et $^{22}Ne^+$.

a)) Représenter sur un schéma le vecteur champ électrique $\overrightarrow{E_O}$ et déterminer le signe de U_O.

b)) Exprimer v_1, la- vitesse de l'isotope $^{20}Ne^+$ en O_1, sortie de l'accélérateur, en fonction de U_O, e, et m_1.
Calculer sa valeur pour U_O=2.10⁴V.

c)) Montrer que qu'en O_1 : $m_1 {v_1}^2 = m_2 {v_2}^2$.
En déduire la valeur de v_2.

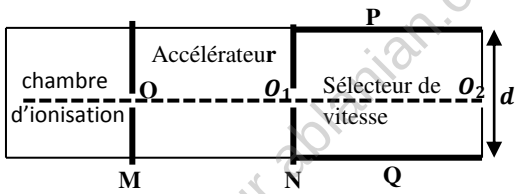
2. Arrivée en O_1, les ions entrent dans un sélecteur de vitesse limité par les plaques P et Q. Dans cette région, ils sont soumis à l'action simultanée de deux champs : champ électrique uniforme $\vec{E}$ créé par une tension positive U=$V_Q - V_P$ et un champ magnétique uniforme $\vec{B}$ *perpendiculaire* aux vecteurs $\overrightarrow{v_1}$ et $\overrightarrow{v_2}$ et au vecteur champ électrique $\vec{E}$.

a)) Représenter $\vec{E}$ et $\vec{B}$, sur un schéma, pour que la force électrique $\overrightarrow{F_e}$ et la force magnétique $\overrightarrow{F_m}$ soient opposées.
On règle U de façon que le mouvement des ions $^{20}Ne^+$ soit rectiligne uniforme de la trajectoire O_1O_2.

b)) Représenter sur un autre schéma les forces agissant sur un ion $^{20}Ne^+$ ainsi que le vecteur $\overrightarrow{v_1}$.

c)) Exprimer U, en fonction de v_1, d (distance entre les plaques P et Q) et de B. Calculer U pour B=0,1T et d=5cm.

d)) Dans quelle direction seront déviés les ions $^{22}Ne^+$?



EXERCICE 02

Une chambre d'ionisation produit des ions potassium $^{39}K^+$; $^{40}K^+$ et $^{41}K^+$, de masses respectives m_1, m_2 *et* m_3.
On néglige les forces de pesanteur. Ils pénètrent en S sans vitesse initiale, dans un accélérateur linéaire où ils sont soumis à l'action d'un champ électrique uniforme $\overrightarrow{E_O}$ créé par une différence de potentiel $U_O = V_A - V_B$. On désigne par $\overrightarrow{v_1}$, $\overrightarrow{v_2}$ et $\overrightarrow{v_3}$ les vecteurs vitesses en O des ions $^{39}K^+$; $^{40}K^+$ et $^{41}K^+$ respectivement.

1. Représenter sur un schéma le vecteur champ électrique $\overrightarrow{E_O}$ et en déduire le signe de U_O.

2. a)) Montrer que les ions arrivant en O ont même énergie cinétique
b)) En déduire qu'en O, à la sortie de l'accélérateur,
on a : $m_1 {v_1}^2 = m_2 {v_2}^2 = m_3 {v_3}^2$.

c)) Calculer la vitesse v_3 des ions $^{40}K^+$.
On donne : $m_3 = 66{,}4.10^{-27} kg$ et U_O=5.10⁴V.

3. Arrivée en O, les isotopes pénètrent entre les plaques Q et P distantes de longueur l, entre lesquelles règne un champ électrique $\vec{E}$ créé par une différence de potentiel U=$V_P - V_Q$>0.

a)) Déterminer l'équation de la trajectoire entre les plaques P et Q pour chaque isotope en fonction de E, e
m_1, m_2 *ou* m_3, v_1, v_2 *ou* v_3 . Conclure.

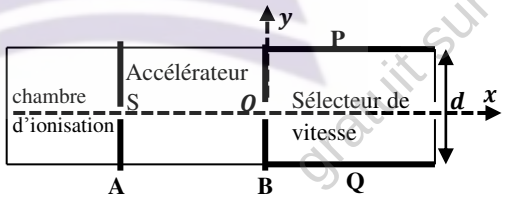
b)) Calculer la déviation angulaire de l'isotope ^{40}K à la sortie des plaques. On donne : $d = 5cm\,;\, l = 2cm\,;\, U = 1000V$.

4. On superpose au champ électrique $\vec{E}$ précédemment, un champ magnétique uniforme $\vec{B}$ perpendiculaire au vecteurs vitesses $\overrightarrow{v_1}$, $\overrightarrow{v_2}$, $\overrightarrow{v_3}$ et au champ électrique $\vec{E}$.

a)) Quelle doit être l'orientation du vecteur champ magnétique $\vec{B}$ pour que les forces électrique et magnétique appliquées à un ion soient de sens contraires.

b)) On ajuste la valeur du champ magnétique $\vec{B}$ pour que le mouvement de l'isotope ^{40}K soit rectiligne uniforme.
Déterminer alors la valeur du champ magnétique B.

c)) Comment seront déviés les ions $^{39}K^+$ et $^{41}K^+$.



EXERCICE 03

Une chambre d'ionisation produit des ions d'hélium $^3_2He^+$, $^4_2He^+$, $^6_2He^+$de masses respectives m_1, m_2, m_3. Leur poids est négligeable devant les forces électromagnétiques qu'ils subissent.
Ils pénètrent en S sans vitesse initiale dans un accélérateur linéaire où ils sont soumis à l'action d'un champ électrique uniforme $\vec{E}_0$ créé par une différence de potentiel $U_0 = V_M - V_N$.
On désignera par $\vec{v}_1, \vec{v}_2, \vec{v}_3$ les vecteurs vitesse en O des ions $^3_2He^+$, $^4_2He^+$, $^6_2He^+$.
On notera e la charge électrique élémentaire.

GRATUITS SUR ablanian.com
Téléchargez l'application Ablanian CI sur Play Store et App Store
TÉLÉCHARGEZ L'APPLICATION ABLANIAN CI
DISPONIBLE SUR Google Play
Télécharger dans l'App Store

1. a)) Déterminer le signe de U_0 et représenter le champ électrique $\vec{E}_0$ dans l'accélérateur.

b)) Exprimer l'accélération d'un ion $^4_2He^+$ en fonction de U_0, d_o, e et m_2 ; préciser la nature de son mouvement.

2. Montrer qu'en O, à la sortie de l'accélérateur,

$$m_1{v_1}^2 = m_2{v_2}^2 = m_3{v_3}^2$$

3. Les ions pénètrent ensuite dans un sélecteur de vitesse limité par les plaques P et Q. Ils sont alors soumis à l'action simultanée de deux champs: un champ électrique uniforme $\vec{E}$, créé par une différence de potentiel positive $U = V_Q - V_p$, et un champ magnétique uniforme $\vec{B}$ perpendiculaire à $\vec{v}_1, \vec{v}_2, \vec{v}_3, \vec{E}$.

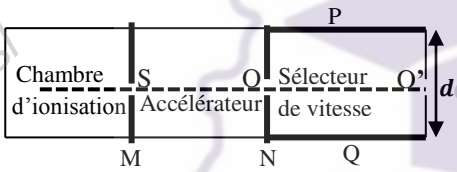
a)) Représenter le champ magnétique $\vec{E}$ pour que la force électrique et la force magnétique aient même direction, mais des sens contraires.

b)) On règle la valeur de U de façon que le mouvement des ions $^4_2He^+$ soit rectiligne uniforme de trajectoire OO'.

Exprimer U en fonction de B, v_2 et d.

4. Comment seront déviés les ions $^3_2He^+$, $^6_2He^+$?

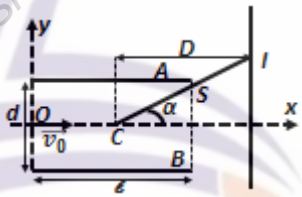
On se contentera de donner l'allure des trajectoires sans préciser leur nature et sans faire de calcul.



EXERCICE 04

I. Deux plaques métalliques rectangulaire et horizontales A et B, de longueur l et distantes de d, sont soumises à un différence de potentiel positive $U=V_A - V_B = 100V$.

On donne : d=4cm ; l=10cm.



1. Représenter le vecteur champ $\vec{E}$ à l'intérieur des plaques et calculer sa norme E.

2. Un électron pénètre dans le champ électrostatique au point O avec une vitesse initiale v_o parallèle aux plaques.

a)) En négligeant le poids de l'électron devant la force électrostatique, établir l'équation de cartésienne de la trajectoire de cet électron. En déduire les coordonnées du point S et la vitesse v_s de la particule à la sortie en S.

b)) Montrer que le mouvement de la particule au-delà de S est rectiligne uniforme et en déduire l'équation de la trajectoire la caractérisant.

On donne : $m_e = 9{,}1.10^{-31}kg$; $v_o = 10^7 m.s^{-1}$.

3. On place un écran à la distance D =50cm du centre des plaques, perpendiculaire à Ox.

a)) Calculer la valeur de l'angle α en degré.

b)) Déterminer les coordonnées du point d'impact I.

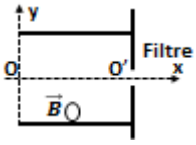
c)) Calculer la durée totale mise par la particule de O à I.

II. On superpose au champ électrostatique précédent, un champ magnétique uniforme $\vec{B}$ perpendiculaire au plan xOy, et on place à la distance I du point O un filtre qui ne laisse passer les particules que par le trou O' situé sur l'axe Ox

1. Quelle doit être l'orientation du vecteur champ $\vec{B}$ pour que les forces électromagnétiques se décomposent exactement.

2. Quelle condition doit remplir un électron pour traverser le filtre ?

Qu'arrive-t-il aux électrons qui ne remplissent pas cette condition ?



3. Proposer un nom pour ce dispositif. .

On donne : $B = 3{,}33.10^{-4}T$.

EXERCICE 05

1. Un faisceau d'électrons, émis d'une cathode par l'effet thermoélectrique est accéléré au moyen d'une anode OA. La différence de potentiel entre l'anode et la cathode vaut U_O=285V. En admettant que les électrons sont émis par la cathode avec une vitesse négligeable, calculer la vitesse v_o des électrons lorsqu'ils traversent le trou A.

2. Le faisceau d'électrons pénètre ensuite dans une région où règne un champ magnétique $\vec{B}$, dans laquelle il décrit un quart de cercle de rayon R=20cm.

a)) Préciser sur un schéma le sens du champ magnétique $\vec{B}$ pour que le faisceau puisse parvenir en C.

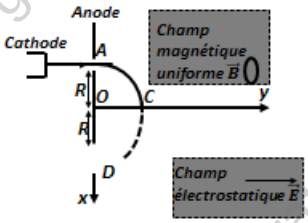
Montrer que les trajectoires des particules sont planes.

b)) Montrer que le mouvement de ces particules est circulaire.

c)) Calculer littéralement (en fonction de U_O et de R) puis numériquement, la norme B du champ magnétique.

b)) Caractériser le vecteur vitesse $\vec{v}$ des électrons (direction et norme) à la du trou C.

3. Le faisceau d'électron est enfin dévié par un champ électrique uniforme $\vec{E}$ parallèle à l'axe (Oy) régnant dans le dièdre xOy.



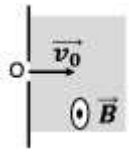
a)) Etablir les équations horaires du mouvement projeté sur les axes (Ox) et (Oy).

c)) En déduire l'équation et la nature de la trajectoire.

d)) Calculer la valeur à donner à la norme E du champ électrique pour que le faisceau d'électrons traverse le trou D à une distance R du point O, on exprimera E en fonction de E_O et de R.

EXERCICE 06

On se propose de mesurer la charge massique $^{e}/_{m}$ de l'électron, c'est-à-dire le rapport de la valeur absolue de sa charge à sa masse. On néglige le poids de l'électron devant les autres forces.



On envoie un pinceau d'électron dans un champ magnétique uniforme $\vec{B}$. Tous les électrons du pinceau entent dans un champ magnétique en même point O avec la même vitesse $\vec{v_0}$ perpendiculaire au vecteur vitesse $\vec{B}$.

1. Démontrer que chaque électron du pinceau prend, dans le champ magnétique un mouvement circulaire uniforme (de rayon R à préciser) dans un plan que l'on précisera.
2. On superpose au champ magnétique uniforme $\vec{B}$ un champ électrostatique uniforme $\vec{E}$ perpendiculaire à la fois à $\vec{v_0}$ et à $\vec{B}$ de telle sorte que le mouvement des électrons soit rectiligne.

a)) Démontrer que le mouvement rectiligne des électrons est nécessairement uniforme.

b)) Préciser le sens de $\vec{E}$, le sens de $\vec{B}$ étant celui indiqué sur la figure. Trouver une relation entre v_0, E et B.

3. a)) Exprimer $^{e}/_{m}$ en fonction de E, R et B.

Evoluer numériquement $^{e}/_{m}$.

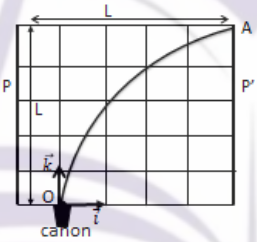
b)) En déduire la masse m de l'électron.

Données $B = 10^{-3}T\ ; E = 2{,}65.10^{4}V.m^{-1}$;

$on\ mesure\ R = 15cm\ et\ e = 1{,}6.10^{-19}C.$

EXERCICE 07

Dans tout l'exercice, le poids des électrons est négligeable devant les autres forces mises en jeu. Dans un tube où règne le vide, on dispose un canon émettant en un point O un pinceau homocinétique d'électrons de vitesse $\vec{v_o} = v_o\vec{k}$. Pour visualiser la trajectoire des particules, un écran fluorescent est placé dans le plan orthonormé (O, $\vec{i}$, $\vec{j}$, $\vec{k}$)



1. Entre deux plaques P et P', de longueur L, parallèle au plan (O, $\vec{i}$, $\vec{k}$), on crée un champ électriqu9e uniforme $\vec{E}$ tel que la trajectoire des électrons, donnée en vraie grandeur passe exactement par le point A(L, 0, L).

a)) Préciser la direction et le sens du champ électrique.

b)) En prenant pour origine des dates celle de l'émission d'un électron en O, établir les équations paramétriques du mouvement entre O et A. En déduire l'équation de la trajectoire.

c)) Montrer que la charge massique de l'électron $^{e}/_{m}$ est donnée par la relation : $^{e}/_{m} = 2v_o^2/EL$.

2. Dans une deuxième expérience, on remplace le champ électrique par un champ magnétique uniforme $\vec{B}$ tel que la trajectoire des électrons émis à la vitesse $\vec{v_0}$ soit un quart de cercle dans le plan de l'écran.

a)) Préciser la direction et le sens de $\vec{B}$.

Montrer que la valeur de la vitesse est constante.

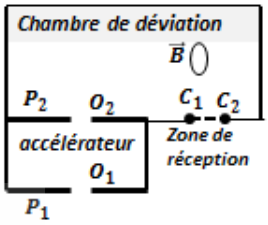
b)) Etablir la relation : $^{e}/_{m} = {}^{v_o}/_{BL}$.

c)) A l'aide des deux expériences précédentes, déterminer la vitesse d'émission v_o ainsi que la charge massique $^{e}/_{m}$.

A.N : L = 4cm; E = $4.10^4 V.m^{-1}$ et B = $1{,}69.10^{-3}$T

EXERCICE 08

A l'aide du spectrographe de masse, on se propose de séparer les ions $^{107}Ag^{+}$et $^{109}Ag^{+}$ de même charge q et de masses respectives m_1 et m_2. En O_1, la vitesse des ions est pratiquement nulle ; ils sont accélérés par la tension U=$V_{P_1} - V_{P_2} = 6.10^4 V$ appliquée entre les plaques P_1 et P_2, distantes de 10cm. Ils pénètrent ensuite en O_2, dans un champ magnétique uniforme $\vec{B}$ perpendiculaire au plan de la figure.



1. a)) Préciser le sens de $\vec{E}$ et la force électrique $\vec{F_e}$.

b)) Exprimer les vitesses v_1 et v_2 des deux ions en O_2 en fonction de U, q et de leurs masses m_1 *et* m_2 .

c)) En déduire que $\frac{V_1}{V_2} = \sqrt{\frac{m_2}{m_1}}$.

2. a)) Préciser la direction et le sens de champ magnétique $\vec{B}$ pour que les ions arrivent en C_1.

b)) Démontrer que les ions sont animés d'un mouvement circulaire uniforme des rayons respectifs R_1 et R_2.

c)) Montrer que : $\frac{R_1}{R_2} = \sqrt{\frac{m_1}{m_2}}$.

En déduire la valeur numérique de $\frac{R_1}{R_2}$.

d)) Exprimer les rayons R_1 et R_2 de leurs trajectoires en fonction de U, q, B et de leurs masses m_1 et m_2.

Calculer numériquement les distances O_2C_1 et O_2C_2.

En déduire la distance C_1C_2.

3. a)) Calculer le temps de parcours de chaque types de particules entre l'entrée en O_2 et le point d'impact sur l'écran.

b)) A leur sortie d'un champ magnétique, les ions sont captés par un fil métallique F relié à la terre par l'intermédiaire d'un galvanomètre G. le fil F reçoit successivement les ions $^{107}Ag^{+}$ et $^{109}Ag^{+}$ en C_1 et C_2.

Le galvanomètre indique I_1=$61{,}62.10^{-6}$A et I_2=$58{,}38.10^{-6}A$.

Quelle est la composition isotopique d'argent.

En déduire la masse molaire atomique d'argent naturel.

Données : $M_1 = 107g.mol^{-1}$; $M_2 = 109g.mol^{-1}$;

$N = 6.10^{23}mol^{-1}$; B=1T.

GRATUITS SUR ablanian.com
Téléchargez l'application Ablanian CI sur Play Store et App Store
TÉLÉCHARGEZ L'APPLICATION ABLANIAN CI
DISPONIBLE SUR Google Play
Télécharger dans l'App Store

EXERCICE 09

1. Mouvement dans le champ électrique

Une source radioactivité émet des particules α (noyaux d'hélium He^{2+}). Elles sortent par l'ouverture O_1 avec une vitesse négligeable à l'instant t=0s. Chaque particule est ensuite accélérée entre deux plaques métalliques parallèles P_1 et P_2 séparée par une distance d=10cm.

La tension d'accélération est U_O=1,0.10^{3}V.

a)) Donner les caractéristiques de la force électrostatiques $\overrightarrow{F_E}$ qui s'exerce sur la particule α entre P_1 et P_2 et en déduire la plaque de potentiel le plus élevé.

b)) Le mouvement d'une particule α entre les ouvertures O_1 et O_2 est rectiligne, uniformément accéléré.

Calculer la valeur de l'accélération a_1.

c)) Etablir les équations horaires du mouvement $v_1(t)$ et x(t).

d)) Calculer le temps t_1 mis par la particule α pour aller de O_1 à O_2. Quelle est sa vitesse à la sortie du champ électrique.

2. Mouvement dans le champ magnétique

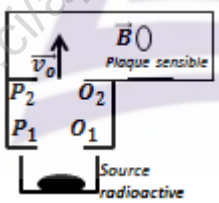
La particule α pénètre ensuite dans une région où règne un champ magnétique uniforme $\vec{B}$ d'intensité B=0,2T orthogonal au plan de la figure. a)) Quel doit être le sens de $\vec{B}$ pour que la particule α soit déviée vers la plaque sensible ?

b)) Montrer que le mouvement de la particule α est circulaire uniforme.

c)) Déterminer le rayon R de sa trajectoire, son accélération a_2 et le temps t_1 mis pour atteindre la plaque sensible.

3. Diagrammes du mouvement

Représenter graphiquement l'accélération a(t), la vitesse v(t) et la distance parcourue d(t) par la particule au cours de deux phases du mouvement.



EXERCICE 10

On se propose de déterminer le nombre de masse de l'un des isotopes du potassium, élément chimique, mélange de deux types d'isotopes: ^{39}K *et* ^{x}K. L'isotope ^{39}K est plus abondant.

On utilise alors un spectrographe de masse constitué essentiellement de trois compartiments . Dans le premier compartiment, les atomes de potassium sont ionisés en cations dans le deuxième compartiment, les ions sont accélérés, leurs vitesses initiales étant négligeables et dans le troisième compartiment, les ions sont soumis à l'action d'un champ magnétique ; en fin de course, ils atteignent un écran luminescent.

Données : le mouvement des particules a lieu dans le vide ; le poids d'un ion est négligeable devant la force électrique et la force magnétique. la tension U établie entre les plaques A et C a pour valeur $U = V_A - V_C = 1{,}0kV$; champ magnétique régnant dans la zone 3 est B = 100 mT ; la masse d'un nucléon est $m_0 = 1{,}6710^{-27}kg$; la masse de l'ion $^{39}K^+$ est $m_1 = 39m_0$, la masse de l'ion $^{x}K^+$ est $m_2 = xm_0$.

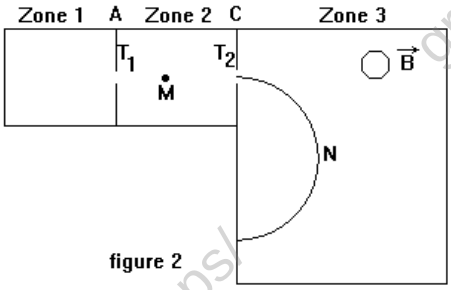


figure 2

1. Entre les plaques A et C, les ions sont accélérés par un champ électrique uniforme.

Leur vitesse au point T1 de la plaque A est supposée nulle.

a)) Reproduire la figure et représenter la force électrique s'exerçant sur un ion potassium se trouvant en M.

b)) Montrer que, arrivés au niveau de la plaque C, en T2, tous les ions potassium ont la même énergie cinétique.

c)) Montrer alors qu'en T2, la vitesse de chaque ion $^{39}K^+$ a pour expression : $v_1 = \sqrt{\frac{2eU}{39m_0}}$. En déduire, sans démonstration, l'expression de la vitesse v_2 des isotopes $^{x}K^+$ en T2.

2. A partir de T2, les ions pénètrent dans la zone 3 avec des vitesses perpendiculaires à la plaque C.

Chaque type d'isotope effectue, dans le plan de la figure, un mouvement circulaire uniforme.

a)) En un point N de l'une des trajectoires, représenter sur la figure déjà reproduite, la vitesse d'un ion potassium et la force magnétique qui s'exerce sur cet ion.

b)) Compléter la figure en représentant le sens du champ magnétique régnant dans la zone 3.

c)) Montrer que le rayon de la trajectoire des ions $^{39}K^+$a pour expression $R_1 = \frac{1}{B}\sqrt{\frac{78m_0U}{e}}$. En déduire l'expression du rayon R_2

d)) Déterminer, par calcul, la valeur du rayon R_1.

3. Les deux types d'isotopes rencontrent l'écran luminescent en deux points d'impact I_1 *et* I_2 ; le point d'impact I_1 étant plus lumineux. a)) Préciser, en justifiant, le point d'impact de chaque type d'isotopes.

b)) Montrer que le rapport des rayons des trajectoires des isotopes du potassium dans la zone 3 est : $\frac{R_1}{R_2} = \sqrt{\frac{39}{x}}$.

c)) La distance entre les points d'impact est d = 1,5 cm.

Déterminer la valeur du nombre de masse x de l'isotope $^{39}K^+$.

GRATUITS SUR ablanian.com
Téléchargez l'application Ablanian CI sur Play Store et App Store
TÉLÉCHARGEZ L'APPLICATION ABLANIAN CI
DISPONIBLE SUR Google Play
Télécharger dans l'App Store

EXERCICE 11

Par l'intermédiaire d'un orifice O situé à l'extrémité d'un tube incliné, un faisceau d'ions $^{40}Ca^{2+}$, ayant même vecteur vitesse $\vec{v}_o$ faisant un angle α_o =15° avec l'horizontale, pénètrent dans l'espace situé entre deux plaques horizontales, distance de d=2cm, où règne un champ électrique uniforme $\vec{E}$ d'intensité E= 10^4V/m. Le faisceau peut ressortir par l'orifice S situé à la distance D=5cm de O et dans le même plan horizontal.

1. a)) Appliquer la R.F.D et démontrer que le mouvement des particules a lieu dans le plan vertical Oxy contenant le vecteur vitesse $\vec{v_o}$ et le vecteur champ électrique $\vec{E}$.

b)) En déduire, en fonction de q, charge de l'ion, de m, E, v_o et α_o, les équations horaires, les équations des vitesses et l'équation de la trajectoire d'un ion du faisceau.

Démontrer qu'en S on a $V_S = V_O$ et $|\alpha_S| = |\alpha_O|$.

2. a)) Donner l'expression de l'énergie cinétique des particules qui sortent en S en fonction de q, E, α_o et D.

Calculer l'énergie cinétique E_C, des ions $^{40}Ca^{2+}$sortant en S.

b)) Quelle est la valeur de la tension accélératrice qu'il a fallu utiliser pour communiquer cette énergie cinétique à des ions $^{40}Ca^{2+}$ initialement au repos.

4. Les particules pénètrent ensuite en S' dans un espace où règne un champ magnétique uniforme d'intensité B=0,116T perpendiculaire au plan Oxy. Donner l'expression du rayon R en fonction de l'énergie cinétique E_C, de la masse m, de la charge q, et du champ magnétique B.

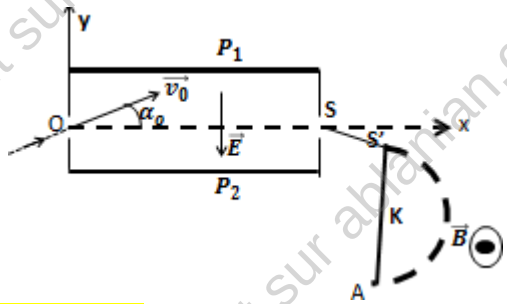
Calculer le rayon R pour les ions $^{40}Ca^{2+}$.

Déterminer l'impact du faisceau sur l'écran K : calculer la distance L=S'A.

5. Pour des ions $^{X}Ca^{2+}$ on trouve expérimentalement L'=S'A'=1,049L comme valeur de la distance correspond au point d'impact .

Quelle est la masse atomique de ces ions $^{X}Ca^{2+}$?

On donne : N_A=6,0221.$10^{23}mol^{-1}$; e=1,6.10^{-19}C.



EXERCICE 12

Le bore naturel est un mélange de deux nucléides isotopes $^{10}_{19}B^+$et $^{11}_{5}B^+$. On se propose de déterminer le pourcentage n_1 *et* n_2 de ces deux nucléides constituant le bore naturel.

1. On vaporise du bore dans une chambre d'ionisation.

Les atomes s'ionisent en perdant un électron et on obtient deux sortes d'ions $^{10}_{5}B^+$ et $^{11}_{5}B^+$ des masses respectives m_1 et m_2.

Ces ions pénètrent dans une chambre d'accélération avec une vitesse négligeable où ils sont soumis à l'action d'un champ électrique uniforme $\vec{E}$, obtenu en appliquant une différence de potentiel U=$V_A - V_C = 1200V$.

a)) Montrer que l'énergie cinétique est la même pour tous les ions arrivant en O, quel que soit l'isotope ionisé.

Calculer la valeur numérique de cette énergie cinétique.

b)) Exprimer les valeurs de v_1 et v_2 de vecteurs vitesses en fonction de e, m_1 ou m_2 et U. Calculer la vitesse v_1 de l'ion $^{10}_{5}B^+$.

c)) Montrer que les vitesses v_1 et v_2 de deux sortes d'ions en O sont liées à leurs masses par la relation $\frac{V_1}{V_2} = \sqrt{\frac{m_2}{m_1}}$.

2. A leur sortie de la chambre d'accélération, les ions pénètrent dans un chambre de séparation magnétique, où règne un champ magnétique uniforme $\vec{B}$ (B=0,125T), normal au plan de la figure.

a)) Préciser sur un schéma le sens de $\vec{B}$ pour que les ions puissent parvenir en M et P.

b)) Montrer que le mouvement de ces ions est plane, circulaire et uniforme de rayon R= $\frac{mv}{eB}$.

c)) Exprimer littéralement R_1 et R_2 en fonction de e, m_1 ou m_2, U et B. En déduire une relation entre R_1 , R_2 , m_1 et m_2.

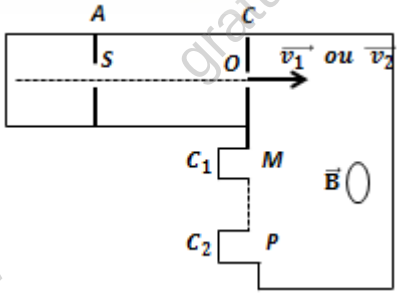
d)) Calculer la distance MP qui sépare les points d'impact des ions en M et P.

3. Ces ions sont reçus en M et en P dans des collecteurs C_1 et C_2. Ces collecteurs fournissent des courants ioniques dont les intensités i_1 et i_2 sont proportionnelles à n_1 et n_2.

On trouve $\frac{i_2}{i_1} = 4{,}32$.

Déterminer les valeurs de n_1 et n_2 déduite de cette expérience.

Calculer alors une valeur approchée de la masse atomique molaire du bore naturel.



EXERCICE 13

Dans le spectrographe de masse schématisé à la figure, des ions positifs de masse m, de charge q, sorte en M d'une chambre d'ionisation avec une vitesse négligeable. Ils sont accéléré entre M et N par une tension U=$|V_M - V_N|$ continue et réglable. Ils sont ensuite déviés entre A et B par un champ magnétique uniforme $\vec{B}$. Ils sont enfin recueillis à l'entrée fixe C d'un collecteur.

GRATUITS SUR ablanian.com
Téléchargez l'application Ablanian CI sur Play Store et App Store
TÉLÉCHARGEZ L'APPLICATION ABLANIAN CI
DISPONIBLE SUR Google Play Télécharger dans l'App Store

Dans cet appareil tous les ions que l'on veut recueillir en C doivent suivre la même trajectoire MNABC.

D'autre part, le vide est réalisé dans l'appareil et l'effet de pesanteur sur les ions est négligeable.

La portion AB est un arc de cercle de centre O et de rayon R.

1. a)) Donner le signe U suivant le signe de la charge q.

b)) Etablir en fonction de q, m et U, la vitesse v avec laquelle un ion du faisceau parvient en A.

Dans la suite de l'exercice on supposera q>0.

2. a)) Démontrer que la trajectoire imposée sur un ion sur la portion AB est circulaire uniforme

b)) Déduire des questions précédentes, l'exprimer de la tension U en fonction q, B, m et R.

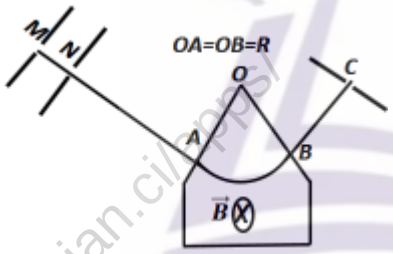
3. On utilise ce spectrographe de masse pour identifier les isotopes du strontium ; les atomes de strontium s'ionisent sous forme d'ion Sr^{2+}. a)) On se place d'abord dans la chambre d'ionisation du strontium 88.

Calculer la valeur à donner à la tension U pour que les ions du strontium 88 soient collectés en C.

b)) On place maintenant dans chambre d'ionisation un mélange d'isotopes du strontium. Pour les recueillir successivement en C, il faut donner à U différentes valeurs comprises entre 13 930V et 14 440V. Entre quelles valeurs se situent les nombres de masse de ces isotopes ?

Données : $R = 70cm$; $B = 160m$T ;

masse d'un atome de strontium 88 : 87,6u



EXERCICE 14

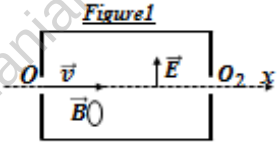
Dans l'exercice on néglige l'action de la pesanteur.

On utilise un spectrographe de masse formé de deux parties : un filtre de vitesse et une chambre de déviation.

1. Une source d'ions émet les deux isotopes $^6Li^+$ et $^7Li^+$.

Les ions pénètrent en O_1 dans une zone où règnent simultanément un champ électrique uniforme vertical $\vec{E}$ et un champ magnétique uniforme horizontal $\vec{B}$. Les vitesses d'entrées des ions en O_1 ont des valeurs différentes mais les vecteurs vitesses ont tous la même direction O_1x (figure1).

Figure1



a)) Donner les caractéristiques de la force électrostatique $\overrightarrow{F_E}$ s'exerçant sur un ion de charge q.

b)) Donner les caractéristiques de la force magnétique $\overrightarrow{F_M}$ s'exerçant en O_1 sur un ion possédant un vecteur vitesse $\vec{v}$.

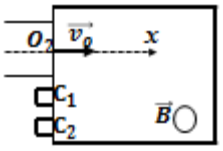
En déduire le sens du vecteur champ $\vec{B}$.

c)) Montrer que seuls les ions pénétrant en O_1 avec la vitesse v_o sortiront en O_2 en n'ayant subi aucune déviation.

Calculer v_0.

d)) Que deviennent les ions ayant une vitesse $v_1 > v_o$ et ceux ayant une vitesse $v_2 < v_o$?

Figure2



2. Les ions $^6Li^+$ et $^7Li^+$ sortant en O_2 parallèle à O_2x, pénètrent dans une chambre de déviation où règne un champ magnétique uniforme $\vec{B}$ (figure2).

a)) Montrer que le mouvement des ions est circulaire uniforme.

b)) On place deux collecteurs C_1 et C_2 chargés de récupérer respectivement les ions $^6Li^+$et $^7Li^+$.

Calculer les distances O_2C_1 et O_2C_2.

c)) En une minute, la quantité d'électricité reçue par C_1 est $q_1 = 6{,}60.10^{-8}$C et celle reçue par C_2 est $q_2 = 8{,}14.10^{-7}$C.

Déterminer le pourcentage du lithium $^6Li^+$ et celui du lithium $^7Li^+$ dans le lithium naturel.

En déduire la molaire moyenne de lithium naturel.

Données : $B=0{,}2T$ *et* $E=1{,}2.10^4 V.m^{-1}$. $m(^6Li^+)=10^{-26}kg$; $m(^7Li^+)=1{,}17.10^{-26}kg$; $e = 1.{,}6.10^{-19}C$.

EXERCICE 15

A l'intérieur d'une chambre d'ionisation, on produit des ions des $^aZn^{2+}$ et $^bZn^{2+}$de masse respectives m_1 et m_2.

I. Ces ions pénètrent dans l'accélérateur par le trou S avec une vitesse nulle ; ils sont accélérés sous l'action d'une tension $U=V_P - V_{P'}$, établie entre P et P'.

Ils parviennent au trou S' qui les conduit vers le filtre de vitesse.

1. Montrer que les énergies cinétiques des particules sont égales.

2. Déterminer le rapport $^{v_1}/_{v_2}$en fonction de a et b.

Calculer sa valeur pour a=68 ; b=70.

3. Déterminer la valeur de la tension U permettant d'obtenir $v_1 = 10^5 m.s^{-1}$. Quelle est alors la valeur de v_2.

II. Les deux isotopes pénètrent ensuite à l'intérieur du filtre de vitesse avec les vitesses horizontales $\overrightarrow{v_1}$ et $\overrightarrow{v_2}$.

Le faisceau d'ions Zn^{2+} est soumis à l'action simultanée d'un champ magnétique uniforme $\vec{B}$ perpendiculaire à la fois à $\overrightarrow{v_1}$ et $\overrightarrow{v_2}$ et un champ électrique uniforme $\vec{E}$ perpendiculaire à $\overrightarrow{v_1}$ et $\overrightarrow{v_2}$.

On règle E à la valeur $E_1 = 4000V.m^{-1}$ pour que le mouvement des ions $^aZn^{2+}$ soit, dans le filtre de vitesse, rectiligne uniforme.

Calculer la valeur du champ magnétique B.

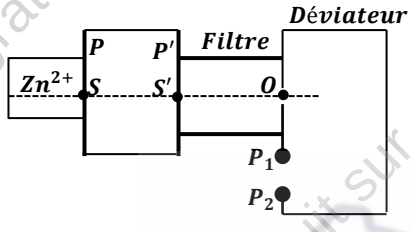
GRATUITS SUR ablanian.com
Téléchargez l'application Ablanian CI sur Play Store et App Store
TÉLÉCHARGEZ L'APPLICATION ABLANIAN CI
DISPONIBLE SUR Google Play
Télécharger dans l'App Store

III. Ces ions sélectionnés au point O pénètrent dans le déviateur magnétique où règne un champ magnétique uniforme $\overrightarrow{B'}$, perpendiculaire aux vecteurs vitesses des ions.

1. Montrer que dans le déviateur le mouvement des ions est circulaire uniforme.

2. Soient P_1 et P_2 les points d'impact des ions sur l'écran. Calculer la valeur du champ B' pour $OP_1 = 2000mm$.

3. Déterminer le rapport $^{OP_1}/_{OP_2}$ en fonction de a et b puis calculer la distance P_1P_2.



EXERCICE 16

Des ions positifs (isotopes $^{68}Zn^{2+}$ et $^{x}Zn^{2+}$ du zinc) de masses respectives m_1=68u et m_2 =xu avec u=1,67.10^{-27}kg , émis à partir du point O_1 avec une vitesse initiale négligeable, sont accélérés entre O_1 et O_2 par la tension $|U_{P_1P_2}| = |U_O| = 5kV$ existant entre les plaques P_1 et P_2 Ils se déplacent dans le vide selon la direction O_1x.

1. Accélération des ions :

a)) Quel est le signe de la tension U_O ?

Calculer la vitesse des ions $^{68}Zn^{2+}$ au point O_2.

b)) Si v_1 et v_2 désignent respectivement les vitesses en O_2 des deux sortes d'ions, donner la relation entre v_1, v_2, m_1 et m_2.

Le rapport $\frac{v_2}{v_1}$=1,03 ; en déduire la valeur entier de x du nombre de masse de l'ion $^{x}Zn^{2+}$.

2. Filtre de vitesse :

Arrivée en O_2, les ions pénètrent dans un filtre de vitesse constitué par :

- deux plaques horizontales M et N distantes de d=20cm entre lesquelles on établit une différence de potentiel U=U_{MN}>0.
- un dispositif du type bobine de Helmholtz (non représenté sur la figure) qui crée dans l'espace inter plaques un champ magnétique uniforme $\vec{B}$=B.$\overrightarrow{u_z}$de direction $\overrightarrow{O_2Z}$ perpendiculaire à $\overrightarrow{v_1}$ ou $\overrightarrow{v_2}$ et au champ électrique $\vec{E}$ existant entre M et N.
- une plaque verticale P_3 percée au point O aligné avec O_1 et O_2.

a)) Quel doit être le sens du champ magnétique $\vec{B}$ pour que les ions $^{68}Zn^{2+}$arrive en O_2 avec la vitesse v_1 traversent le dispositif en ligne droite ?

b)) Exprimer B en fonction de v_1, U et d.

A.N : de B en mT pour U=1,68kV.

c)) Les ions $^{x}Zn^{2+}$, arrivent en O_2 avec la vitesse v_2 sont-ils déviés vers la plaque N ?

d)) Calculer la valeur du champ magnétique B' pour que les ions $^{x}Zn^{2+}$ traversent le dispositif sans subir de déviation?

3. Spectrographe de masse :

En faisant varier valeur du champ magnétique dans le filtre de vitesse, on peut faire sortir par le point O l'un ou l'autre des isotopes. Les ions pénètrent alors dans un champ magnétique $\overrightarrow{B_O}$=$B_O\overrightarrow{u_z}$ avec B_O=500mT.

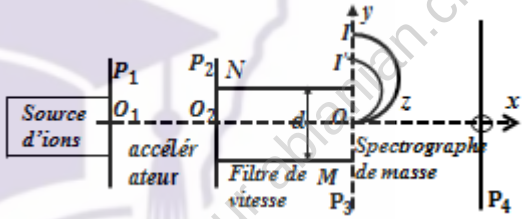
a)) Quel doit être le sens de $\overrightarrow{B_O}$ pour que les ions soient déviés vers les y positifs ?

b)) Donner l'expression de rayon R de la trajectoire d'un ion de masse m, de charge q et de vitesse v.

c)) En posant $R_1 = OI$ et $R_2 = OI'$, exprimer la différence de $R_1 - R_2$ des trajectoires que décrivent les deux sortes d'ions en fonction de R_1 et x.

d)) La distance entre les points d'impact I et I' sur la plaque P_3 est II'= a=7,20mm.

Exprimer le nombre de masse x de l'ion $^{x}Zn^{2+}$en fonction de a et de R_1 puis calculer sa valeur numérique. Conclure.



EXERCICE 17

Des ions $^{204}Pb^{2+}$ et $^{206}Pb^{2+}$ sont émis sans vitesse initiale par une source, puis accéléré par une tension U appliquée aux plaques P_1 et P_2. Ils passent ensuite dans un filtre de vitesse où règnent un champ magnétique $\overrightarrow{B_1}$ et un champ électrique $\overrightarrow{E_1}$ créé par une tension U_1 entre deux plaques P_3 et P_4 distantes de d=58mm.

Les ions sectionnées rentrent alors en O dans un spectrographe de masse où le champ magnétique est $\overrightarrow{B_2}$. Ils décrivent une demi-circonférence avant de frapper la plaque photographique.

On néglige l'effet de la pesanteur sur les ions.

1. Reproduire le schéma du dispositif et y indiquer la direction et le sens du champ électrique $\vec{E}$. Dans l'accélérateur, du champ magnétique $\overrightarrow{B_1}$ dans le filtre de vitesse et du champ magnétique $\overrightarrow{B_2}$ dans le spectrographe de masse.

2. Les champs magnétiques sont réglés à B_1=0,225T etB_2=0,249T. On désire que la trajectoire des ions $^{204}Pb^{2+}$ dans le spectrographe de masse ait un diamètre D_1=2R_1=64,0cm.

a)) Quelle est la vitesse de ces ions dans le spectrographe?

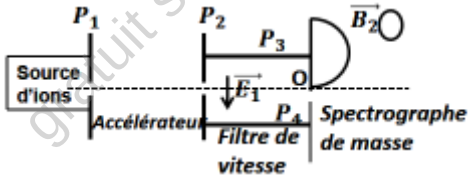
b)) Calculer les tensions U_1 et U.

GRATUITS SUR ablanian.com
Téléchargez l'application Ablanian CI sur Play Store et App Store
TÉLÉCHARGEZ L'APPLICATION ABLANIAN CI
DISPONIBLE SUR Google Play
Télécharger dans l'App Store

3. On règle maintenant la tension d'accélération, soit U' pour que la vitesse v_2 des ions $^{206}Pb^{2+}$ devienne égale à celle qui était obtenue avant pour les ions $^{204}Pb^{2+}$. a)) Calculer U'.

b)) Etablir la relation donnant le rayon de courbure R_2 de la trajectoire des ions $^{206}Pb^{2+}$ dans le spectrographe de masse en fonction de R_1 et respectivement m_1 et m_2 des deux ions. Calculer R_2.

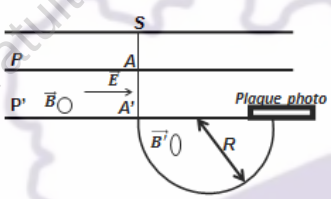
c)) Quelle est la distance des deux points d'impact ?



EXERCICE 18

On néglige l'effet de pesanteur sur les ions.

1. On considère les ions de deux isotopes $^{200}_{80}Hg^{2+}$ et $^{202}_{80}Hg^{2+}$. Ils ont émis sans vitesse par la source S, puis accélérés par la différence des potentiels U_{SP}=U



a)) Déterminer l'expression littérale de la vitesse en A d'un ion de masse m et de charge q.

b)) Montrer que les deux espèces ions émis par la source S arrivent en ce point avec des vitesses différentes.

2. Ils traversent la fente A du plan P, puis passent entre P et P' dans un filtre de vitesse constitué par un champ électrique uniforme $\vec{E}$ (E=6.10$^4 V/m$) et un champ magnétique uniforme $\vec{B}$ (B=0,1T) perpendiculaire au plan de la feuille.

a)) Préciser sur un schéma clair le sens le sens du vecteur $\vec{B}$.

b)) Montrer que seuls les ions qui ont une vitesse telle que $v_O=\frac{E}{B}$ parviennent en A'. Que peut-on conclure de la trajectoire de ces isotopes dans le filtre de vitesse ?

3. Ces ions pénètrent en A' dans une capsule où règne un champ magnétique uniforme $\vec{B'}$ (B'=0,2T) perpendiculaire au plan de la figure, qui leur impose une trajectoire circulaire de rayon R, puis ils impressionnent une plaque photographique.

On donne : masse d'un ion : m=Au=A.1,66.10^{-27}kg

a)) Etablir l'expression de R en fonction de m, q, v_O, B' puis en fonction de m, q, E, B et B'.

b)) On réalise les réglages des valeurs de $\frac{E}{B}$ permettant successivement le passage en A' de ces deux espèces d'ions. En déduire la distance entre les deux points d'impact, sur la plaque photo, des ions de deux isotopes de mercure Hg^{2+}.

EXERCICE 19

Dans un tube cathodique, des électrons sont émis sans vitesse initiale par une cathode C, puis accélérés par l'anode ; ils pénètrent en O avec une vitesse horizontale $\vec{v_0}$ dans un champ magnétique $\vec{B}$, orthogonal au plan de la figure.

Le champ $\vec{B}$ n'existe que sur une zone de longueur L.

1. Calculer la tension U_{AC}=U entre l'anode et la cathode.

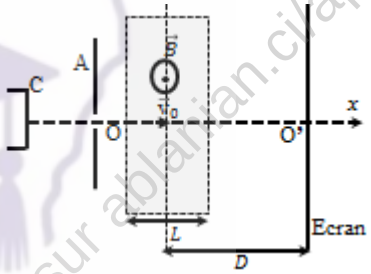
2. Etudier la nature du mouvement d'un électron dans le champ $\vec{B}$ et calculer la grandeur caractéristique de la trajectoire.

3. Un écran E, placé à une distance D de O, reçoit le faisceau d'électrons. Calculer la déviation d'électrons provoquée par le champ magnétique B sachant que la longueur L est supérieur à D.

4. Dans l'espace de longueur L, on fait agir simultanément le champ magnétique précédent et un champ électrique $\vec{E}$ afin de ne plus observer de déviation sur l'écran.

Calculer l'intensité du champ électrique, représenter sur le schéma les vecteurs $\vec{E}$ et $\vec{B}$, et les forces appliquées à l'électron.

Données : $D=50cm$; $L=1m$; $B=10^{-3}T$; $e=1{,}6.10^{-19}C$; $m_e=9{,}1.10^{-31}kg$; $v_O=10^7 m.s^{-1}$.



EXERCICE 20

D = 40 cm ; ℓ = 1 cm ; d = 10 cm ; $m = 9{,}1 \times 10^{-31}kg$; $E = 5 \times 10^4 V.m^{-1}$.

Dans tout l'exercice, on négligera le poids de l'électron devant les autres forces qui agissent sur lui.

1. Des électrons de masse m et de charge q sont émis sans vitesse initiale par la cathode (C). Ils subissent sur la longueur d, l'action du champ électrique uniforme $\vec{E}$.

a)) Quelle est la nature du mouvement de l'électron entre la cathode (C) et l'anode (A)?

b)) Que vaut la vitesse v0 d'un électron au point O_1 ?

2. Arrivés en O1, les électrons subissent sur la distance l l'action d'un champ magnétique uniforme B perpendiculaire au plan de la figure (le domaine où règne ce champ B est hachuré). Quel doit être le sens du vecteur B pour que les électrons décrivent l'arc de cercle O_1N? Justifier la réponse.

Établir l'expression du rayon R = O'O_1 = O'N de cet arc de cercle. A.N: Calculer R pour $B = 2 \times 10^{-3}T$.

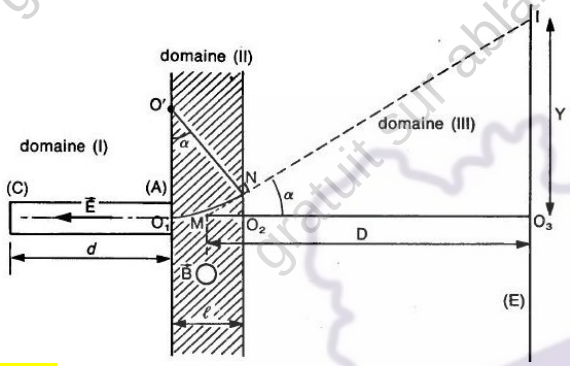
3. Quelle est la nature du mouvement de l'électron dans le domaine III où n'existe aucun champ ?

4. Le domaine III est limité par un écran (E) sur lequel arrivent les électrons. Exprimer en fonction de m, e, B, D, ℓ et v_0 la déflexion magnétique $O_3I = Y$ subie par un électron à la traversée du système II +III. La droite IN coupe l'axe O_1O_2 au point M. L'écran E est à la distance D de ce point M.

On fera les hypothèses simplificatrices suivantes :

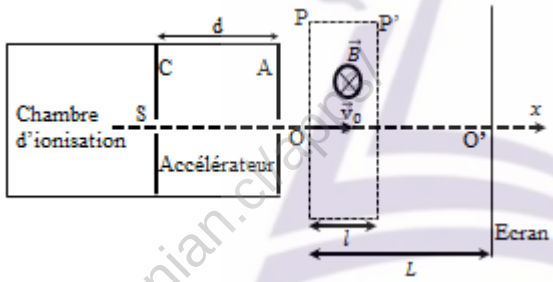
- dans le domaine II de l'espace, on peut confondre la longueur de l'arc avec la longueur O_1O_2= ℓ où règne le champ $\vec{B}$.
- on supposera que la déviation angulaire est faible.

Sachant que Y= 3,35 cm, retrouver la valeur v_0 de la vitesse de l'électron au point O_1.



Exercice 21

1. Des protons H^+ de masse $m = 1{,}67.10^{-27}kg$ sont produits par une chambre d'ionisation. On néglige les forces de pesanteur. Ces protons pénètrent en S sans vitesse initiale dans un accélérateur linéaire où ils sont soumis à un champ électrique uniforme E créé par une tension $U = V_C - V_A$.



a)) Exprimer l'accélération d'un proton en fonction de U, d, m et la charge élémentaire e. b)) Ecrire l'équation horaire du mouvement d'un proton dans l'accélérateur.

2. Les protons pénètrent ensuite en O avec une vitesse $v_0$dans un domaine limité par deux plans P et P' où règne un champ magnétique uniforme B orthogonal à la vitesse v.

a)) Donner les caractéristiques de la force magnétique subie par un proton en O. Représenter graphiquement cette force.

b)) Montrer que le mouvement des protons est uniforme et circulaire entre P et P'.

Exprimer le rayon de leur trajectoire en fonction de m, B, e et U.

3. On admet que la distance l entre les plans P et P' est négligeable devant L (distance entre O et l'écran et que les protons sortent par P' et viennent heurter l'écran en M.

a)) Quelle est la nature du mouvement des protons après leur sortie du champ magnétique ?

b)) Exprimer la déflexion magnétique O'M en fonction de L, B, e, U, d et m.

c)) Pour empêcher les protons d'atterrir sur l'écran, on augmente la largeur du champ magnétique.

Quelle valeur minimale L_1faudrait-il donner à pour que les protons ressortent par le plan P ?

Données : U = 10 kV ; B = 0,5 T

Exercice 22

Dans tout l'exercice, on négligera le poids de la pesanteur.

1. Un faisceau d'électrons pénètrent dans un région où règne un champ électrostatique uniforme $\vec{E}$, avec un vecteur vitesse $\overrightarrow{v_o}$ perpendiculaire au vecteur champ $\vec{E}$ (figure1).

a)) Etablir les lois horaires du mouvement d'un électron dans le champ $\vec{E}$. Donner l'équation de sa trajectoire.

b)) Déterminer les coordonnées du point de sortie S.

c)) Un écran placé à une distance D du milieu des plaques, reçoit le faisceau électronique.

Déterminer la déflexion électrostatique Y_E.

2. On remplace le champ électrostatique précédent par un champ magnétique uniforme $\vec{B}$ perpendiculaire à $\overrightarrow{v_o}$ (figure2).

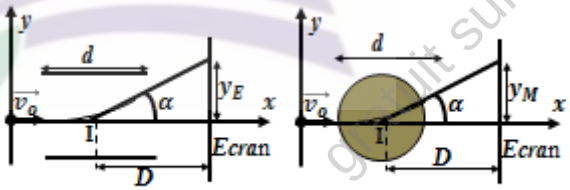
a)) Préciser le sens de $\vec{B}$ pour que les électrons soient déviés vers le haut.

b)) Montrer que le mouvement des électrons est uniforme.

c)) Montrer que le mouvement est circulaire. En déduire le rayon de la trajectoire.

d)) Déterminer la déflexion magnétique Y_M.

3. Comparer les deux dispositifs des déviations des particules.



EXERCICE 23

Une particule, de masse m et de charge q, pénètre en C avec une

GRATUITS SUR ablanian.com
Téléchargez l'application Ablanian CI sur Play Store et App Store
TÉLÉCHARGEZ L'APPLICATION ABLANIAN CI
DISPONIBLE SUR Google Play
Télécharger dans l'App Store

vitesse négligeable, dans un espace où règne un champ électrique $\vec{E}$. Cet espace est limité par deux grilles planes P_1 et P_2, assimilables à deux plaques métalliques distantes de d .

On applique entre ces plaques une tension électrique $U_{P_1P_2}$ positive. La particule se déplace de C en K où elle arrive avec une vitesse $\vec{v}_0$. De part et d'autre des grilles règne un champ magnétique $\vec{B}$ uniforme et constant, perpendiculaire au plan de la figure. La particule pénètre au point K dans la région 1 avec la vitesse $\vec{v}_0$ précédente.

Elle décrit alors une trajectoire circulaire (C_1).

1. a)) Exprimer l'énergie cinétique de la particule K' en fonction de m et v_0 . Quel est le rôle du champ magnétique $\vec{B}$?

b)) Exprimer le rayon R_1 de (C_1) en fonction de m, q, v_0 et B.

2. Lorsque la particule est dans l'espace I, le signe de la tension $U_{P_1P_2}$ change. Exprimer son énergie cinétique en L en fonction de m, q., $v_0, U_{P_1P_2}$.

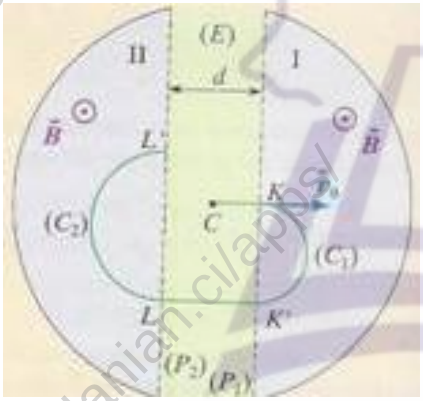
Quel est l'intérêt du passage particule dans la zone (E)?

3. La particule décrit ensuite la trajectoire (C_2)

a)) Exprimer le rayon R_2 de la trajectoire (C_2) en fonction de m , q, v_0, B et U . Vérifier que R_2 est supérieur à R_1

b)) Exprimer la durée du demi-tour LL' et la comparer à la durée du demi-tour KK' .

c)) En déduire la fréquence de la tension alternative $U_{P_1P_2}$.



EXERCICE 24

Un cyclotron est constitué par deux demi-boites cylindriques D et D' à l'intérieur desquels on établit un champ magnétique $\vec{B}$. Dans l'espace compris entre les deux, on établit une tension $U_{DD'}$, alternative sinusoïdale de valeur maximale U. Des ions positifs de charge q, de masse m sont injectés en O' avec une vitesse négligeable.

I. 1. Quelle est le rôle du champ magnétique $\vec{B}$ uniforme.

2. Donner l'expression de la force subie par une particule chargée dans le champ magnétique.

Pourquoi l'action du champ magnétique ne peut-elle pas faire varier l'énergie cinétique d'une particule chargée ?

3. Quelle est la cause de l'augmentation de la valeur de la vitesse d'une particule chargée dans un accélérateur comme le cyclotron ? Pourquoi faut-il changer le signe de la tension appliquée entre les électrodes après chaque demi-tour d'une particule chargée ?

II. 1. Sachant que $U_{DD'}>0$, établir l'expression littérale de l'énergie cinétique E_{C1} et de la vitesse v_1 de ses ions à leur premier arrivée en D' en fonction de q, U et m.

Calculer E_{C1} en joule puis en Méga-volt ainsi que la vitesse v_1.

2. Ces ions pénètrent alors dans D'.

a)) Montrer que, dans le Dee D' le mouvement d'ion est circulaire uniforme.

b)) Exprimer le rayon R_1 de leur trajectoire en fonction de B, q, U et m. Calculer la valeur de R_1.

c)) Exprimer littéralement le temps t mis par un ion pour effectuer un demi-tour. Ce temps dépend-il de sa vitesse? Calculer sa valeur numérique et conclure.

d)) En déduire la valeur de la fréquence N de la tension.

3. Les ions ressortent de D'.On inverse alors la tension $U_{DD'}$,en le gardant la même valeur U. Etablir les expressions littérales :

a)) de leur vitesse V_2 à l'entrée de D et leur énergie cinétique ;

b)) du rayon R_2 de leur trajectoire dans D.

c)) du rayon de la trajectoire des ions en fonction de n, nombre de tours de passage entre D et D' et de R_1.

4. a)) Après chaque passage dans l'intervalle entre les deux «D», la vitesse de la particule ainsi que le rayon R de sa trajectoire dans un « D » augmentent. Déterminer les suites v_k et R_k, l'indice k étant incrémenté d'une unité à chaque demi-tour.

b)) Lorsque ce rayon finit par atteindre le rayon R_D d'un « D », l'ion est alors éjecté du cyclotron.

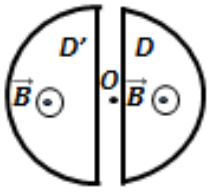
Exprimer en fonction de m, q, B et R_D l'énergie cinétique E_{Ck} de l'ion lors de son éjection. A.N : $R_D = 40cm$.

5. Les particules chargées extraites lorsqu'elles parviennent à l'extrémité de l'enceinte de rayon R_{max}.

Montrer que l'énergie maximale est donnée par :

$$E_{Cmax} = {q^2B^2{R_{max}}^2}/{2m}$$

.Données : $q=3{,}2.10^{-19}C$; $m=0{,}33.10^{-26}kg$; $U=10^5V$; $B=1T$.



GRATUITS SUR ablanian.com
Téléchargez l'application Ablanian CI sur Play Store et App Store
TÉLÉCHARGEZ L'APPLICATION ABLANIAN CI
DISPONIBLE SUR Google Play
Télécharger dans l'App Store

EXERCICE 25

Un cyclotron est un dispositif constitué de deux demi-cylindre D_1 *et* D_2 , appelés Dees, séparés par une distance très faible d devant leur diamètre. Le tout est placé dans le vide. Un champ magnétique uniforme $\vec{B}$ perpendiculaire au plan de la figure est créé dans D_1 *et* D_2 . Entre les Dees et sur la distance d agit un champ électrique uniforme $\vec{E}$. Ce champ $\vec{E}$ est constamment nul à l'intérieur de deux dees. On suppose que la d.d.p U entre D_1 *et* D_2 est constante.

Données : masse de proton $m) = 1{,}67.10^{-27}kg\,;d = 1cm$

1. Au voisinage immédiat de D_2 une source S émet des protons avec une vitesse initiale négligeable.

a)) Préciser la nature du mouvement du proton entre D_2 *et* D_1 .

b)) Etablir l'expression de la vitesse v_1 du proton au moment où il pénètre dans entre D_1 en fonction e, m et U. Calculer v_1.

2. Le proton pénètre dans D_1, sa vitesse $\vec{v}_1$ est perpendiculaire à $\vec{B}$.

a)) Montrer que le mouvement du proton dans D_1 est circulaire uniforme. Donner l'expression du rayon R_1 du demi-cercle décrit par le proton en fonction de e, m, B et U.

b)) Exprimer littéralement le temps de transit τ mis par le proton pour décrire ce demi-cercle ; montrer qu'il est indépendant de la vitesse donc non modifiée par la présence du champ électrique accélérateur. A.N : B=1T.

3. Au moment de précis où le proton quitte D_1, on inverse le sens de $\vec{E}$, le proton pénètre ainsi dans D_2 avec une vitesse v_2.

a)) Etablir l'expression de la vitesse v_2 du proton et donner l'expression du rayon R_2 de la trajectoire décrite dans D_2.

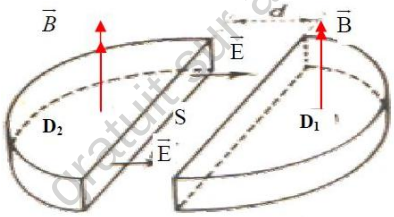
b)) Exprimer le temps de transit dans D_2. Le comparer à τ.

4. Quand le proton quitte D_2, on inverse à nouveau le sens de $\vec{E}$. La particule, accélérée par la même tension U, pénètre dans D_1 avec une vitesse v_3, y décrit un demi-cercle de rayon R_3, ainsi de suite…

a)) Exprimer le rayon R_n de la n^{ième} trajectoire en fonction de R_1 de la première trajectoire.

b)) Donner la valeur de n pour $R_n = 0{,}14m$. Calculer la vitesse correspondante v_n du proton.

c)) Quelle serait la d.d.p constante qui aurait donné cette vitesse au proton initialement émis sans vitesse initiale ? Commenter.



GRATUITS SUR ablanian.com
Téléchargez l'application Ablanian CI sur Play Store et App Store
TÉLÉCHARGEZ L'APPLICATION ABLANIAN CI
DISPONIBLE SUR Google Play
Télécharger dans l'App Store

Auto Induction

gratuit sur ablanian.ci/apps/

GRATUITS SUR ablanian.com
Téléchargez l'application Ablanian CI sur Play Store et App Store
TÉLÉCHARGEZ L'APPLICATION ABLANIAN CI
DISPONIBLE SUR Google Play
Télécharger dans l'App Store

Cours sur l'Auto Induction

1. Loi de modération de Lenz

Le phénomène d'induction électromagnétique est tel que par ses effets il s'oppose à la cause qui lui a donné naissance.

(Par ses effets, le courant induit s'oppose à la cause qui lui a donné naissance).

2. Loi de Faraday

a)) Flux magnétique Φ

Soit une surface orientée S (grâce à la règle de la main droite) , soit un champ magnétique $\vec{B}$ qui traverse cette surface.

Alors le flux du champ $\vec{B}$ à travers la surface S s'écrit:

$$\Phi = \vec{B}.\vec{n}S \quad (Le\ flux\ s'exprime\ en\ Weber\ (Wb))$$

b)) Expression de la loi de Faraday

Cette loi exprime le fait que le courant induit apparaît par l'intermédiaire d'une force électromotrice induite.

Et celle-ci provient de la variation du flux magnétique à travers la surface orientée constituée par le circuit électrique.

$$On\ écrira\ donc: e = -\frac{d\Phi}{dt}$$

$$\begin{cases} e: force\ électromotrice\ induite\ en\ Volt\ (V) \\ \Phi: \text{flux du champ magnétique à traversla surface du circuit en Weber (Wb)} \end{cases}$$

Si c'est la variation du flux magnétique qui permet la création d'un courant induit, pour créer celui-ci, on peut faire varier S (en déformant le circuit) ou bien $\vec{B}$ (en approchant ou éloignant la source du champ, ou bien en changeant sa direction, en changeant sa valeur).

Orientation du circuit, f.é.m. et courant induit

L'orientation du circuit, qui permet de définir la surface orientée S, donne son orientation à la f.é.m. et ainsi le sens du courant induit dans le circuit.

Remarque

Le signe (−) qui apparaît dans la loi de Faraday montre qu'il y a opposition entre la f.é.m. induite et la variation de flux, ceci est la traduction de la loi de Lenz : les effets s'opposent aux causes.

3. Auto-induction et inductance d'une bobine

a)) Phénomène d'auto-induction

Un courant qui passe dans une spire créé un champ magnétique. Si ce courant varie, le champ magnétique varie également. Ainsi, on est en présence d'un champ magnétique variable à l'intérieur d'un conducteur, la bobine elle-même!

Il y a donc phénomène auto-induction.

b)) Caractéristique de $\vec{B}$ au centre du solénoïde

- direction : parallèle à l'axe du solénoïde
- sens : de la face sud vers la face nord
- intensité :

$$B = \mu_0 \frac{Ni}{l} \quad où \begin{cases} N: nombre\ de\ spire\ du solénoïde \\ i: le\ courant\ qui\ la\ traverse\ et \\ l:\ sa\ longueur \end{cases}$$

c)) Flux propre et inductance L

Le flux propre à travers toute la bobine est:

$$\Phi_P = NBS\ \ avec\ \ B = \mu_0 \frac{N}{l} i \ \Rightarrow\ \Phi_P = \mu_0 \frac{N^2 S}{l} i$$

- par définition : $\Phi_P = Li$

$$\Phi_P = Li \ \Rightarrow Li = \mu_0 \frac{N^2 S}{l} i \ \Rightarrow L = \mu_0 \frac{N^2 S}{l}$$

$$Or\ S = \pi r^2 \ \Rightarrow\ L = \mu_0 \frac{N^2 \pi r^2}{l}$$

$$L = \mu_0 \frac{N^2 S}{l}\ \ or\ \frac{N}{l} = n \Rightarrow N = nl \Rightarrow L = \mu_0 \frac{(nl)^2 S}{l} = \mu_0 n^2 l \pi r^2$$

$$D'où :\ L = \mu_0 \frac{N^2 S}{l} = \mu_0 \frac{N^2 \pi r^2}{l} = \mu_0 n^2 l \pi r^2$$

L'inductance s'exprime en Henry (H)

4. Relation entre u et i pour une bobine

a)) La fem auto-induite

La fem auto-induite s'écrit donc :

$$e = -\frac{d\Phi_P}{dt} = -\frac{d(Li)}{dt} = -L\frac{di}{dt} \Rightarrow e = -L\frac{di}{dt}$$

b)) Bobine idéale

Une bobine idéale est une bobine dont la résistance est nulle.

La relation entre u et i pour une bobine idéale est :

$$u = -e \Rightarrow u = L\frac{di}{dt}$$

Conséquences :

En régime continu la dérivée de i par rapport au temps est nulle et donc la tension aux bornes de la bobine est nulle aussi :

La bobine idéale se comporte comme un court-circuit.

c)) Loi d'Ohm pour une bobine réelle

Bobine munie d'une résistance interne r.

$$u = u_L + u_r = ri + L\frac{di}{dt}$$

5. Energie emmagasinée par une bobine

La bobine parfaite ne produit pas de chaleur, pas d'effet Joule.

En régime variable elle absorbe de l'énergie qu'elle stocke Sous forme magnétique et qu'elle peut ensuite restituer.

L'énergie emmagasinée dans une bobine a pour expression:

$$E_B = \frac{1}{2}LI^2$$

TÉLÉCHARGEZ L'APPLICATION ABLANIAN CI
DISPONIBLE SUR Google Play
Télécharger dans l'App Store

Exercice sur l'Auto Induction

Donnée : la perméabilité du vide : $\mu_0 = 4\pi.10^{-7}H.m^{-1}$

EXERCICE 01

1. Une bobine de longueur ℓ=40cm, de rayon r=2cm et d'inductance L, comportant 250spires et parcourue par un courant d'intensité I= 5A.
   Cette bobine est considère comme un solénoïde.
   a)) Déterminer les caractéristiques du vecteur champ magnétique $\vec{B}$ créé au centre du solénoïde par le passage du courant I.
   b)) Calculer l'inductance L du solénoïde.
   c)) Calculer le flux propre du champ $\vec{B}$ à travers ce bobine.
2. On fait alors tourner la bobine autour d'un axe perpendiculaire à (Δ) avec une fréquence N=50Hz.
   a)) Donner l'expression du flux Φ(t) sachant que à l'instant t=0, $\Phi(t=0)= \Phi_{max}$.
   b)) Montrer que la bobine est le siège d'une f.é.m. d'auto-induction. Donner son expression e(t).
   c)) En déduire la valeur efficace cette f.é.m. et en déduire la période T de ce mouvement.

EXERCICE 02

On considère une bobine de longueur l=12cm, de rayon r=1cm, comportent n=2500 spires par mètre. Cette bobine est un solénoïde long par rapport au rayon des spires.

1. La bobine est traversée par un courant d'intensité I.
   Le champ magnétique $\vec{B}$ au centre de la bobine est $B=10^{-2}$ T.
   a)) Calculer l'inductance L de la bobine.
   b)) Calculer le courant I et le flux d'induction magnétique à travers la bobine.
2. La bobine est maintenant en circuit Ouvert, dans le champ magnétique uniforme $\vec{B}$, un dispositif permet de faire tourner librement la bobine autour d'un axe vertical passant par son centre, avec une vitesse angulaire $\omega=4\pi$rad. s^{-1}.
   a)) A l'instant t=0, l'axe de la bobine est parallèle à $\vec{B}$.
   La normale aux spires étant orientée dans le sens de $\vec{B}$.
   Calculer le flux Φ_0 à travers la bobine.
   b)) A l'instant t, la bobine a tourné d'un angle α.
   Exprimer le flux Φ(t) à travers la bobine.
   c)) Calculer le flux Φ(t) à travers la bobine à la date t=0,25s.
3. a)) Montrer que la bobine est siège d'un phénomène d'induction électromagnétique.
   b)) Donner l'expression de la force électromotrice induit e(t) à la date t. Calculer sa valeur efficace.

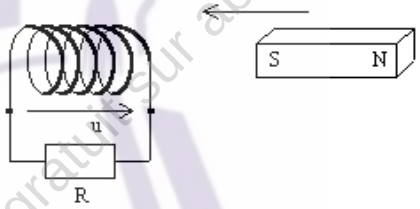
EXERCICE 03

Une bobine de section circulaire est constituée par un fil de longueur λ bobiné régulièrement. On suppose que les spires sont pratiquement situées dans un plan perpendiculaire à l'axe du solénoïde. La longueur de la bobine vaut l=1000mm, son inductance est L=85mH.

1. Calculer la longueur λ du fil de cuivre.
2. Cette bobine est montée en série avec un conducteur ohmique aux bornes d'un générateur de tension continue.
   Lorsqu'on ferme le circuit par l'intermédiaire d'un interrupteur K, l'intensité du courant passe de 0 à sa valeur maximale $I_{max} = 2A$ une durée t=50ms. Calculer la valeur moyenne de la force électromotrice f.é.m. d'auto-induction.
3. On ouvre maintenant l'interrupteur K.
   a)) Que peut-on observer ?
   b)) Comment annuler cet inconvénient en utilisant une diode et un conducteur ohmique. c)) Quel est le rôle du conducteur ohmique dans cette modification ?
4. Calculer l'énergie électromagnétique libérée dans le circuit lors de l'ouverture de l'interrupteur.

EXERCICE 04

Une bobine a une résistance R à ses bornes.
On approche le pôle sud d'un aimant droit comme indiqué sur la figure ci- contre.



1. Quel est le phénomène qui se produit dans la bobine ?
2. Quelle face la bobine présentera-t-elle devant le pôle Sud de l'aimant (refaites un dessin sur votre copie) ?
   En déduire le sens de i dans la bobine, puis le signe de la tension u comme représentée ci-dessus.
3. Nommez et citez les deux lois d'électromagnétisme se rapportant à l'expérience.
4. Lorsque l'aimant se sera immobilisé tout près de la bobine, que vaudra la tension u ?
5. Si on refait l'expérience sans connecter la résistance à la bobine, qu'est-ce qui change ?

EXERCICE 05

Un solénoïde, de longueur l très grande devant son rayon, comporte N spires enroulée sur un cylindre de section.

1. Rappeler la définition de l'inductance propre L de ce solénoïde, puis établir son expression en fonction de N, S et l .
   On donne N=10.000spires ; l=0,5m ;S=40cm^2.

GRATUITS SUR ablanian.com
Téléchargez l'application Ablanian CI sur Play Store et App Store
TÉLÉCHARGEZ L'APPLICATION ABLANIAN CI
DISPONIBLE SUR Google Play Télécharger dans l'App Store

2. Ce solénoïde est parcouru par un courant dont l'intensité varie de 0 à10A en une durée t=5s.

a)) Etablir, en fonction du temps l'expression du champ magnétique créé à l'intérieur du solénoïde.

b)) On place à l'intérieur du solénoïde une bobine de 500spires ayant même axe, de résistance r=20**Ω**, constitué par un fil conducteur enroulé sur un cylindre de rayon R=1cm.

Calculer l'intensité du courant induit dans la bobine intérieur1.

Exercice 06

Le courant i dans une bobine est de forme triangulaire, et varie entre –80 mA et + 80 mA, en 250 µs. A t= 0, i est égal à –80 mA.

1. Représentez l'évolution du courant i en fonction du temps, pour t variant de 0 à 500 µs.
2. La bobine possède une inductance L= 220 mH et une résistance interne r = 0.5Ω . Donnez l'expression de la tension u aux bornes de cette bobine, en fonction de L, r,i et $\frac{di}{dt}$ si on adopte la convention récepteur.
3. Que devient cette expression si on considère la bobine idéale ?

Pour la suite, on considère la bobine idéale.

4. Représentez l'évolution de la tension u en fonction du temps, pour t variant de 0 à 500 µs. Interpréter .

EXERCICE 07

Un solénoïde AB de résistance négligeable, de longueur l=2m, comportant 100spires, de rayon r=5cm.

Il est traversé par un courant d'intensité I=2A.

a)) Le solénoïde est –il le siège d'une f.é.m. d'auto-induction ? Justifier votre réponse.

b)) Faire un schéma et donner les caractéristiques du vecteur champ $\vec{B}$ créé par le passage du courant.

c)) Etablir l'expression de l'inductance L du solénoïde puis calculer sa valeur.

2. Le solénoïde est représenté par un courant dont l'intensité i varie avec le temps comme l'indique la figure ci- dessous.

On prendra L=5mH.

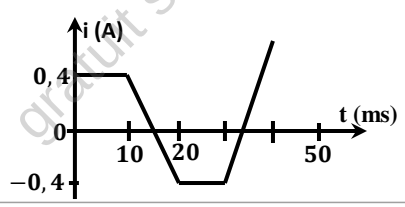
a)) Pour quels intervalles de temps y a-t-il phénomène d'auto-induction ?

b)) Donner l'expression i(t) du courant électrique traversant la bobine sur chaque intervalle de temps.

c)) En déduire e(t) et u(t) sur chaque intervalle de temps.

d)) Déterminer l'expression de l'énergie emmagasinée dans le solénoïde pour chacun des intervalles de temps

.



EXERCICE 08

On considère un solénoïde de longueur l comportant N spires de surface S.

1. Le solénoïde est parcourue par un courant continu I=5A.

Déterminer les caractéristiques du champ magnétique créé à l'intérieur du solénoïde.

On donne l=0,4m ; N=400 ; S=10cm^2.

2. Le solénoïde est parcouru par un courant d'intensité

$$i(t) = 2t^2 - 2t.$$

a)) Calculer l'inductance L du solénoïde.

b)) Quelle est l'expression de la f.é.m. d'auto- induction et quelle est sa valeur 5s après la fermeture du circuit ?

c)) Quelle est l'énergie magnétique emmagasinée dans la bobine précédente pendant les 5 premières secondes ?

3. Le solénoïde est maintenant parcouru par un courant dont l'intensité varie en fonction du temps selon la loi

$$i(t) = 2\sqrt{2}\cos(100\pi t)$$

a)) Déterminer l'expression de la f.é.m. d'auto- induction en fonction du temps.

b)) En déduire la valeur efficace de cette tension alternative sinusoïdale.

EXERCICE 09

Dans un laboratoire de recherche, une bobine servant à créer des champs magnétiques très intenses est assimilés à un solénoïde de longueur l=1m et comportant N=1000spires et de rayon R=20cm.

On appellera A et B les deux bornes de la bobine et on l'orientera de A vers B.

1. Donner les caractéristiques du champ magnétique dans la bobine créé par le passage du courant d'intensité i=200A.
2. a)) Etablir l'expression de l'inductance L en fonction de N, l et R ; et calculer sa valeur numérique.

b)) Comment augmenter L.

c)) Calculer le flux propre du circuit.

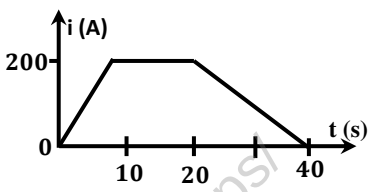
3. La bobine de résistance r=10Ω est parcourue par un courant dont l'intensité varie avec le temps, comme l'indique le schéma ci-contre.

a)) Donner le schéma électrique équivalent de la bobine.

b))Sur le chaque intervalle de temps, donner : la f.é.m. induite et la tension $U_{AB}(t)$ aux bornes de la bobine.

c)) Représenter graphiquement $U_{AB}(t)$ en fonction du temps.

4. Calculer l'énergie magnétique maximale emmagasinée.

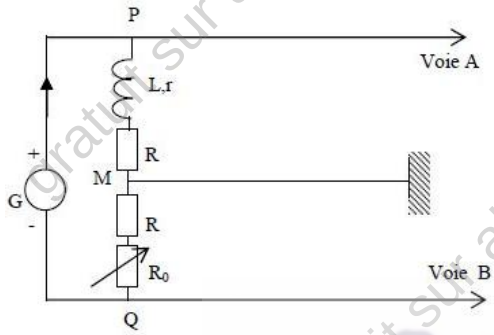


GRATUITS SUR ablanian.com
Téléchargez l'application Ablanian CI sur Play Store et App Store
TÉLÉCHARGEZ L'APPLICATION ABLANIAN CI
DISPONIBLE SUR Google Play
Télécharger dans l'App Store

EXERCICE 10

Le montage représenté sur la figure ci-dessous comporte :

- un générateur approprié faisant circuler un courant d'intensité variable i(t) entre P et Q ;
- une bobine d'inductance L et de résistance r ;
- deux conducteurs ohmiques de résistance R=100 Ω ;
- un conducteur ohmique de résistance variable R_0.



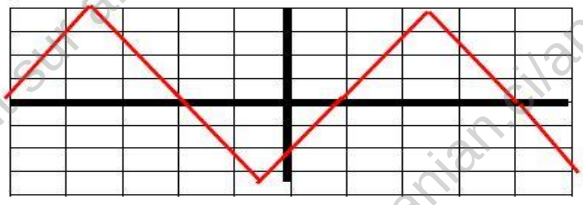
L'oscilloscope bi-courbe utilisé comporte une touche « ADD » permettant lorsqu'elle est actionnée, d'observer sur l'écran la tension u_{ADD} somme des tensions reçues sur les voies A et B :

$$U_{ADD} = u_{PM} + u_{QM}$$

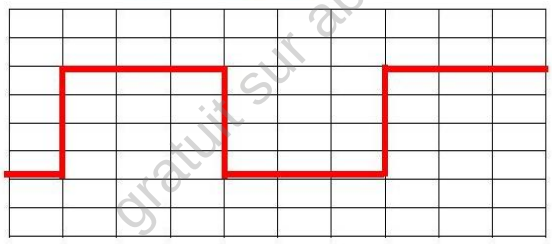
1. Etablir les expressions de u_{PM} et u_{QM} en fonction de l'intensité i du courant. En déduire l'expression de u_{ADD}.
2. La touche « ADD » étant actionnée, montrer qu'il existe une valeur R_0 pour laquelle la courbe observée sur l'écran est la représentation de la fonction $L\frac{di}{dt}$.
3. La condition de la question 2. étant réalisée, on mesure R_0 avec un ohmmètre et on trouve $R_0 = 9\Omega$.

Les figures ci-dessous représentant respectivement $u_{QM}(t)$ et $u_{ADD}(t)$ sont observées successivement sur l'écran de l'oscilloscope avec les réglages suivants :

- Sensibilité sur les deux voies : 1V/division .
- Base de temps : 0,2 ms/division .
- En l'absence de tension sur les deux voies les traces horizontales sont au centre de l'écran .



Courbe 1 : $u_{QM}(t)$



Courbe 2 : $u_{ADD}(t)$

a))) Justifier sans calcul la forme de $u_{ADD}(t)$ à partir de $u_{QM}(t)$.

b)) Calculer la période et la fréquence du courant débité par le générateur.

c)) Montrer que l'on a :

$$u_{ADD} = \frac{L}{R + R_0}\frac{du_{QM}}{dt}$$

Calculer la valeur numérique de l'inductance L de la bobine.

Dipôle (R.L)

gratuit sur ablanian.ci/apps/

GRATUITS SUR ablanian.com
Téléchargez l'application Ablanian CI sur Play Store et App Store
TÉLÉCHARGEZ L'APPLICATION ABLANIAN CI
DISPONIBLE SUR Google Play
Télécharger dans l'App Store

Cours sur le dipôle (R.L)

I. Rappels

1. Tension aux bornes de la bobine

Soit une bobine d'inductance L et de résistance interne r :

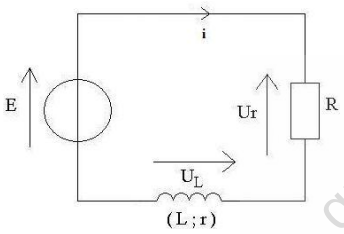
$$U_L = L\frac{di}{dt} + ri$$

2. Constante du temps du dipôle (R.L)

La constante de temps τ, en seconde (s), représente le temps nécessaire pour que l'intensité du circuit atteigne 63 % de sa valeur maximal : $\tau = \frac{L}{R_T}$ où $R_T = Résistance\ totale\ du\ circuit$

II. Réponse du dipôle (R.L) à un échelon de tension

1. Installation du courant



a)) Equation différentielle

A la date t=0, on ferme l'interrupteur K.

D'après la loi de maille :

$$E = U_R + U_L \ or\ U_R = Ri\ \ et\ U_L = L\frac{di}{dt} + ri$$

$$Donc : E = Ri + L\frac{di}{dt} + ri \Rightarrow E = L\frac{di}{dt} + (R + r)i$$

$$Posons\ R_T = R + r \ \Rightarrow\ E = L\frac{di}{dt} + R_T i\ (1)$$

C'est l'équation différentielle de l'installation du courant i dans le dipôle (R.L).

b)) Solution de l'équation différentielle

L'équation différentielle à l'établissement du courant admet comme solution : $i(t) = Ae^{-\alpha t} + B$

$\frac{di}{dt} = -\alpha Ae^{-\alpha t}$: dans (1) on a : $E = -L\alpha Ae^{-\alpha t} + R_T(Ae^{-\alpha t} + B)$

$$\Rightarrow E - BR_T - A(L\alpha - R_T)e^{-\alpha t} = 0$$

$$E - BR_T = 0\ et\ \ A(L\alpha - R_T)e^{-\alpha t} = 0$$

$$E - BR_T = 0\ et\ L\alpha - R_T = 0\ car\ Ae^{-\alpha t} \neq 0$$

$$soit\ B = \frac{E}{R_T}\ et\ \alpha = \frac{R_T}{L}\ \ or\ \tau = \frac{L}{R_T}$$

$$i(t) = Ae^{-\frac{R_T}{L}t} + \frac{E}{R_T}\ \ or\ à\ t = 0\ on\ a : i = 0$$

$$A + \frac{E}{R_T} = 0 \Rightarrow A = -\frac{E}{R_T}$$

$$D'où :\ i(t) = \frac{E}{R_T}\left(1 - e^{-\frac{R_T}{L}t}\right) = \frac{E}{R_T}\left(1 - e^{-\frac{t}{\tau}}\right)$$

Expression de $U_L(t)$

$$U_L = L\frac{di}{dt} + ri\ or\ \frac{di}{dt} = \frac{E}{L}e^{-\frac{t}{\tau}} \Rightarrow U_L = Ee^{-\frac{t}{\tau}} + \frac{rE}{R_T}\left(1 - e^{-\frac{t}{\tau}}\right)$$

$$U_L(t) = \frac{rE}{R_T} + E\left(1 - \frac{r}{R_T}\right)e^{-\frac{t}{\tau}}$$

2. Rupture du courant

Quand l'intensité a atteint son seuil maximal, on ouvre l'interrupteur K et on considère l'ouverture de l'interrupteur comme la date t=0.

1. Equation différentielle de la rupture du courant

La loi d'additivité de tensions

$$U_R + U_L = 0\ \ or\ U_R = Ri\ \ et\ U_L = L\frac{di}{dt} + ri$$

$$soit\ \ \ Ri + L\frac{di}{dt} + ri = 0 \Rightarrow L\frac{di}{dt} + (R + r)i = 0$$

$$Posons\ R_T = R + r\ \Rightarrow\ \frac{di}{dt} + \frac{R_T}{L}i = 0\ (1)$$

2. Solution de l'équation différentielle : $i(t) = Ae^{\alpha}t$

$\frac{di}{dt} = \alpha Ae^{\alpha t}$: dans (1) on a : $\alpha Ae^{\alpha t} + \frac{R_T}{L}Ae^{\alpha t} = 0$

$$\Rightarrow A\left(\alpha + \frac{R_T}{L}\right)e^{\alpha t} = 0 \Rightarrow \alpha + \frac{R_T}{L} = 0 \Rightarrow \alpha = -\frac{R_T}{L}$$

$$i(t) = Ae^{-\frac{R_T}{L}t}\ or\ à\ t = 0\ on\ a : i = I_0 = \frac{E}{R_T}$$

$$i(0) = A = \frac{E}{R_T} = 0 \Rightarrow A = \frac{E}{R_T}$$

$$D'où :\ i(t) = \frac{E}{R_T}e^{-\frac{R_T}{L}t} = \frac{E}{R_T}e^{-\frac{t}{\tau}}$$

Tension aux bornes de la bobine :

$$U_L = L\frac{di}{dt} + ri\ or\ \frac{di}{dt} = -\frac{E}{L}e^{-\frac{t}{\tau}} \Rightarrow U_L = -Ee^{-\frac{t}{\tau}} + \frac{rE}{R_T}e^{-\frac{t}{\tau}}$$

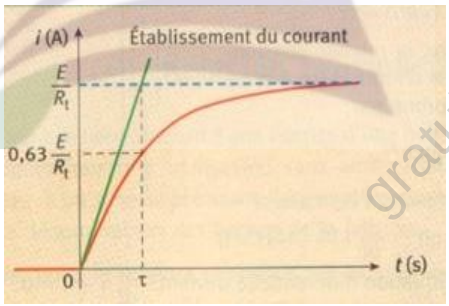
$$U_L(t) = E\left(\frac{r}{R_T} - 1\right)Ee^{-\frac{t}{\tau}}$$

III. Energie emmagasinée dans la bobine

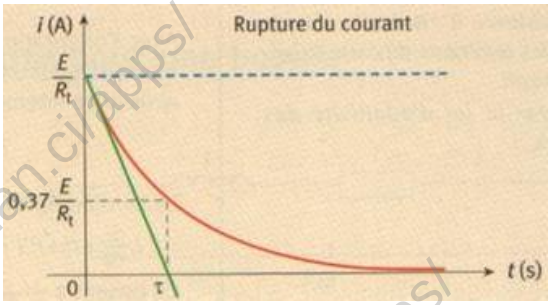
L'énergie emmagasinée par une bobine est donnée par la relation suivante : $E_B = \frac{1}{2}Li^2$

IV. Etude graphique

Courbe de l'établissement du courant



Courbe de rupture du courant

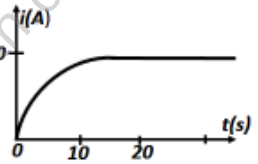


TÉLÉCHARGEZ L'APPLICATION ABLANIAN CI
DISPONIBLE SUR Google Play
Télécharger dans l'App Store
gratuit sur ablanian.ci/apps/

Exercices Sur le Dipôle (R.L)

EXERCICE 01

On branche en série un générateur continu de f.é.m. E et de résistance r', une bobine de résistance r et d'inductance L, ainsi qu'un interrupteur K.



1. Faire un schéma du montage.
2. a)) Etablir la relation qui relie i et $\frac{di}{dt}$ aux grandeurs caractérisant le circuit. On posera R = r + r'.

   b)) En déduire : la relation donnant I_0, l'intensité du courant en régime permanent et la valeur de $\frac{di}{dt}$ à l'instant t=0.
3. Rappeler l'expression de la constante de temps du circuit et donner sa signification physique.
4. On relie i(t) dans le circuit (schéma ci-contre).

   Déterminer, à partir du graphique :

   a)) La valeur de la résistance totale du circuit, sachant que E=6V ;

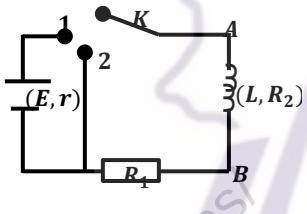
   b)) La constante du temps et la valeur de l'inductance L.

EXERCICE 02

Une bobine d'inductance L=40mH est monté en série avec une résistance R_1 selon le schéma ci-dessous :

On admet que la bobine possède une résistance interne R_2.

Un générateur de f.é0m. E=12V et le résistance interne r=1Ω.



I. Établissement du courant

A l'instant t=0, K est à la position1.

1. Quel est le rôle de l'interrupteur K sur le circuit.
2. Quel est phénomène physique se produit-il dans le circuit ? Expliquer pourquoi.
3. Le circuit étudié peut être caractérisé par sa constante du temps τ. Pour le circuit (R ;L) on pose $\tau = \frac{L}{R}$ où R est la résistance équivalente du circuit. Donner l'expression de R et calculer sa valeur numérique si l'intensité du courant en régime permanente est 1,5A. En déduire τ.
4. a)) Etablir l'équation différentielle liant E, R et i.

   b)) Soit $i(t) = \alpha e^{-kt} + \beta$, solution de cette équation différentielle. En déduire les constantes α, β et k.

   Donner alors l'expression de i(t) en fonction de I_{max} et τ.

   c)) Déterminer l'expression de la tension $U_{AB}(t)$ au borne de la bobine. Que devient cette expression en régime permanent.

   Quelle est l'influence de la bobine dans le circuit ?

   d)) Tracer l'allure des courbe $U_{AB}(t)$ et i(t). A partir de ces deux courbes décrire le comportement de la bobine.

II. Rupture du courant

On place l'interrupteur K à la position 2.

1. Etablir l'équation différentielle liant R, L et i..
2. On propose comme solution de l'équation différentielle $i(t) = Ae^{-\beta t}$. Etablir les expressions de A et β.
3. En déduire alors l'expression de $U_{AB}(t)$.

   Tracer l'allure des courbe $U_{AB}(t)$ et i(t).
4. a)) Quelle est la variation du flux dans le circuit le circuit lorsque K est à la position 2.

   b)) En supposant que cette variation se produit en 20ms, calculer la valeur moyenne de la f.é.m. d'auto induction. Comment se manifeste-t-elle ?

EXERCICE 03

On considère une bobine d'inductance L=30mH monté en série avec une résistance $R = 4,00\Omega$. On établie à ces bornes, à la date t=0,une tension U=20V.

1. A la date t=0 , l'inverseur K est fermé.

   a)) Décrire brièvement ce qui va se passer. Quel est le phénomène responsable du retard à l'installation du courant ?

   b)) Etablir l'équation différentielle reliant l'intensité i du courant à la date t. Vérifier que $i = \frac{U}{R}(1 - e^{\frac{-t}{\tau}})$ est la solution de cette équation différentielle.? Où $\tau = \frac{L}{R}$ la constante de temps, la calculer.
2. a)) Etablir les expressions, en fonction du temps de u_R et de u_L.

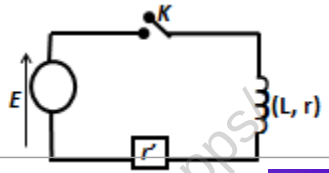
   b)) Calculer la valeur de l'intensité du courant i aux dates 0 ; 0,5s ;τ ; 5τ ; pour $t \to \infty$ en régime permanent) et le temps au bout duquel $u_R = u_L$.

   Tracer les courbes i(t), $u_R(t)$ et $u_L(t)$ en fonction du temps.

   c)) Montrer que la constante de temps τ égale à la date pour laquelle la tangente à la courbe, tracée à l'origine des dates, coupe l'asymptote horizontale dans chacune des trois figures tracées précédemment.
3. Calculer l'énergie magnétique "stockée" dans la bobine à la date t = 0 puis en régime permanent.

EXERCICE 04

Dans le montage schématisé ci-dessous, on souhaite étudier le comportement de la bobine lors de l'interruption du courant dans le circuit. Pour cela, on ferme l'interrupteur K, puis on l'ouvre à nouveau. Cet instant est choisi comme instant initial.



GRATUITS SUR ablanian.com
Téléchargez l'application Ablanian CI sur Play Store et App Store
TÉLÉCHARGEZ L'APPLICATION ABLANIAN CI
DISPONIBLE SUR Google Play
Télécharger dans l'App Store

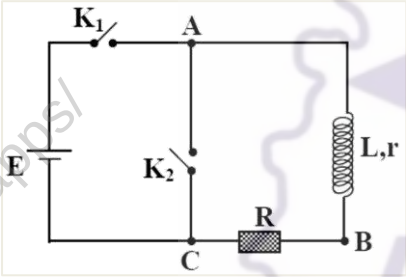
1. Pourquoi doit-t-on attendre un « un certains temps » avant d'ouvrir l'interrupteur K ?
2. Donner l'expression de la tension $U_{L,r}$ aux bornes de la bobine ?
3. En déduire l'équation différentielle du première ordre, vérifier par l'intensité i du courant traversant la bobine lorsqu'on ouvre l'interrupteur K.
4. La solution de cette équation différentielle est de type $i(t) = Ae^{-kt}$. Déterminer les expressions des constantes A et k.
5. a)) Donner l'expression de i(t) en faisant apparaitre les grandeurs I_0(intensité du courant lorsque le régime permanente est établi avec K fermé) et $\tau = L/R$ (constante du temps du circuit).

b)) En déduire l'expression de $U_{L,r}(t)$ en fonction du temps.

Représenter graphiquement i(t) *et* $U_{L,r}(t)$.

EXERCICE 5

Le montage représenté par la figure ci-dessous est constitué d'un générateur idéal de tension de f.é.m E=12V , d'une bobine de résistance $r = 10\Omega$ et d'inductance $L = 40mH$, d'un conducteur ohmique de résistance $R = 40\Omega$ et de deux interrupteurs K_1 *et* K_2.



A./ À l'instant $t_0 = 0$, on ferme l'interrupteur K_1 et on laisse K_2 ouvert. À une date t, le circuit est parcouru, en régime transitoire, par un courant d'intensité i_1.

1. Quel est le phénomène physique responsable du retard de l'établissement du courant dans le circuit? Expliquer brièvement.
2. Établir l'équation différentielle qui décrit l'évolution de i_1 en fonction du temps.
3. Soit I_0 l'intensité du courant en régime permanent. Déterminer de I_0 en fonction de $E, r, et\ R$ et calculer sa valeur.
4. La solution de l'équation différentielle est de la forme :

$$i_1 = I_0(1 - e^{\frac{-t}{\tau}})$$

a)) Déterminer l'expression de τ en fonction de $L, r\ et\ R$ et calculer sa valeur numérique.

b)) Donner la signification physique de τ

5. a)) Déterminer l'expression de la f.é.m. d'auto-induction e_1 en fonction du temps.

b)) Calculer la mesure algébrique de e_1 à l'instant t_0.

B/ Après quelques secondes, le régime permanent étant établi, on ouvre et on ferme au même instant K_2 .

On considère la date de la fermeture de K_2 comme une nouvelle origine des temps $t_0 = 0$. À une date t , le circuit (L, R, r) est alors parcouru par un courant induit d'intensité i_2.

1. Déterminer le sens de i_2.
2. Établir l'équation différentielle qui décrit l'évolution de i_2 en fonction du temps.
3. Vérifier que $i_2 = I_0 e^{-\frac{t}{\tau}}$ est solution de cette équation.
4. Calculer la mesure algébrique de la f.é.m. d'auto-induction e_2 à la date $t_0 = 0$.

C/ Comparer $e_1\ et\ e_2$, et déduire le rôle de la bobine dans chacun des deux circuits précédente.

gratuit sur ablanian.ci/apps/

Dipôle (R.C)

gratuit sur ablanian.ci/apps/

GRATUITS SUR ablanian.com
Téléchargez l'application Ablanian CI sur Play Store et App Store
TÉLÉCHARGEZ L'APPLICATION ABLANIAN CI
DISPONIBLE SUR Google Play
Télécharger dans l'App Store

Cours sur le dipôle RC

I. Généralité

1. Relation entre la charge et l'intensité du courant

L'intensité électrique correspond à la quantité de charges électriques qui traverse une section de conducteur par unité de temps : $i = \frac{dq}{dt}$

La charge q s'exprime en coulomb (C), l'intensité i en ampère (A) et le temps en seconde (s).

L'intensité est une grandeur algébrique. Selon le sens du courant, elle peut être positive (charge) ou négative (décharge).

2. Relation entre charge, capacité du condensateur et tension à ses bornes : $q = CU_C$

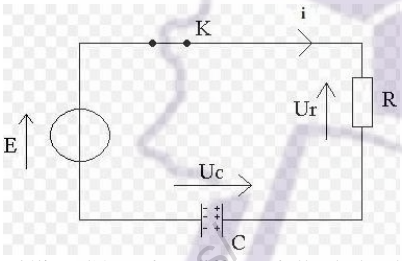
3. Constante du temps

La constante du temps représente le temps nécessaire pour que le condensateur atteint 63% de sa charge totale. Elle dépend de la valeur de la résistance R du conducteur ohmique et de la valeur de la capacité C du condensateur. $\tau = RC$

II. Réponse du dipôle RC à un échelon de tension: établissement des équations différentielles

1. Cas de la charge d'un condensateur :

On réalise le circuit RC suivant (le condensateur est initialement déchargé) :



On cherche à modéliser l'équation différentielle de la charge du condensateur. A t=0, on ferme l'interrupteur K

On a la relation : $U_C + U_R = E$

$$U_R = Ri \;\; or\; i = \frac{da}{dt} \; et \; q = CU_C \Rightarrow i = C\frac{dU_C}{dt} \Rightarrow U_R = RC\frac{dU_C}{dt}$$

$$On\; a : U_C + U_R = E \Longrightarrow U_C + RC\frac{dU_C}{dt} = E$$

$$D'où : \frac{dU_C}{dt} + \frac{U_C}{RC} = \frac{E}{RC}$$

Solution de l'équation différentielle

La solution de cette équation différentielle est :

$$U_C(t) = E\left(1 - e^{-\frac{t}{RC}}\right)$$

Vérification : $\frac{dU_C}{dt} = \frac{E}{RC}e^{-\frac{t}{RC}}$

$$\Longrightarrow \frac{dU_C}{dt} + \frac{U_C}{RC} = \frac{E}{RC}e^{-\frac{t}{RC}} + \frac{E}{RC} - \frac{E}{RC}e^{-\frac{t}{RC}} = \frac{E}{RC}$$

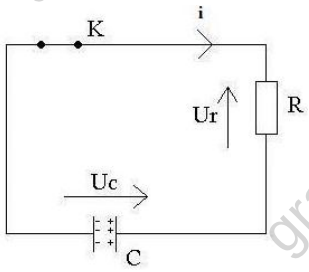
La solution est juste.

Intensité du courant : $i = C\frac{dU_C}{dt} = \frac{E}{R}e^{-\frac{t}{RC}}$

En régime permanente ($t \to \infty$) : $U_C = E \; et \; i = 0$

2. Cas de la décharge d'un condensateur :

On réalise le circuit suivant (le condensateur est initialement chargé) :



On a : $U_C + U_R = 0$

Or $U_R = RC\frac{dU_C}{dt}$

D'où l'équation différentielle de la décharge est:

$$U_C + RC\frac{dU_C}{dt} = 0 \Longrightarrow \frac{dU_C}{dt} + \frac{U_C}{RC} = 0$$

Solution de l'équation différentielle :

La solution de cette équation différentielle est : $U_C(t) = Ee^{-\frac{t}{RC}}$

Vérification : $\frac{dU_C}{dt} = -\frac{E}{RC}e^{-\frac{t}{RC}}$

$$\frac{dU_C}{dt} + \frac{U_C}{RC} = -\frac{E}{RC}e^{-\frac{t}{RC}} + \frac{E}{RC}e^{-\frac{t}{RC}} = 0$$

La solution est juste.

Intensité du courant :

$$i = -\frac{dq}{dt} = -C\frac{dU_C}{dt} \Longrightarrow i(t) = \frac{E}{R}e^{-\frac{t}{RC}} = I_0e^{-\frac{t}{RC}} \; où \; I_0 = \frac{E}{R}$$

En régime permanent ($t \to \infty$) : $U_C = 0$ et i = 0

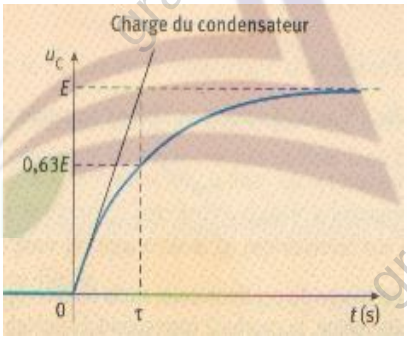
III. Energie emmagasiné dans le condensateur

L'énergie E emmagasiné dans un condensateur de capacité C et de tension U à ses bornes est donné par la relation :

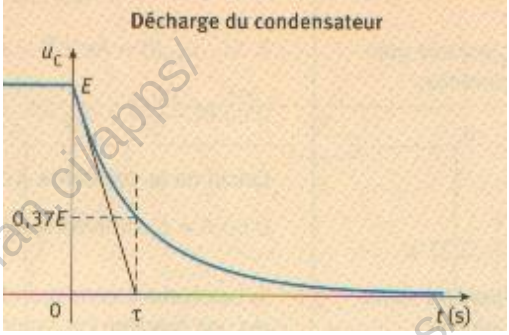
$$E_C = \frac{1}{2}CU^2 = \frac{1}{2}\frac{q^2}{C}$$

IV. Etude graphique

Courbe de la charge



Courbe de la décharge

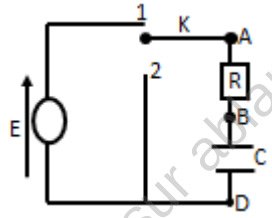


TÉLÉCHARGEZ L'APPLICATION ABLANIAN CI
DISPONIBLE SUR Google Play
Télécharger dans l'App Store

Exercices sur le dipôle (R.C)

EXERCICE 01

On considère le circuit ci-dessous où E=5V, R=10kΩ et C=100nF.



I. *Etude de la charge*

On s'intéresse à ce qui se passe quand l'interrupteur est en position 1.

1. a)) Etablir l'équation liant la tension U_{BD}, et sa dérivée par rapport aux temps.

b)) Soit $U_{BD} = A + Be^{-\beta t}$ est solution de l'équation précédente. En déduire les valeurs de A, B et β.

c)) Qu'appelle –t-on constante du temps τ du circuit ? Que représente τ ? Calculer sa valeur numérique.

2. a)) Donner l'expression de i(t) en faisant apparaitre les grandeurs I_O(intensité du courant lorsque le régime est permanent et τ.

b)) Donner les allures des courbes U_{BD}(t) et i(t).

3. Sous quelle forme l'énergie emmagasiné dans le condensateur est- t-elle dissipée. Calculer sa valeur numérique.

II. *Etude de la décharge*

Lorsque le condensateur est chargé, à une date choisie comme nouvelle origine des dates, on bascule l'interrupteur en position 2.

1.Etablir l'équation différentielle liant U_{BD}(t).

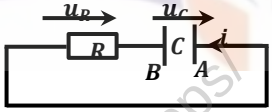
2. Soit $U_{BD}(t)=Ae^{-1/\tau}$solution de cette équation différentielle. Etablir les expressions de A et τ.

3. a)) Déterminer l'expression de i(t) en fonction de I_O et τ.

b)) Tracer l'allure des courbes U_{BD}(t) et i(t).

EXERCICE 02

Un condensateur chargé depuis un temps très long sous une tension E=6,0V est placé dans le circuit ci-contre. A l'instant t=0, on ferme l'interrupteur (non représenter sur le schéma).



On donne : R=2000Ω ; C=200µF.

1. a)) Quelle est la valeur de la charge initialement emmagasinée par l'armature A du condensateur. Placer sur le schéma, les signes des charges déposées sur les armatures.

b)) Calculer l'énergie initialement emmagasinée par le condensateur.

2. a)) Etablir une relation entre u_C et u_R, et i et u_C à partir des relations charge- intensité et charge –tension.

b)) Etablir l'équation différentielle vérifiée par $u_C(t)$.

On propose comme solution de l'équation différentielle

$$u_C(t) = Ae^{(-1/\tau)}$$

Etablir les expressions de A et τ en fonction de R, C et E.

c)) Calculer la constante du temps τ du dipôle RC.

Donner l'expression de i(t) en fonction du temps t, R, C et E.

d)) Quelle est en mA, la valeur de i(0) ?

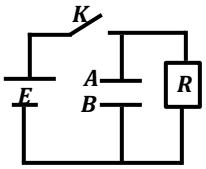
Interpréter le signe de i(0) ?

3. a)) Quelles sont les limites de u_C et de i lorsque $t \to \infty$.

b)) Tracer les allures des courbes représentant $u_C(t)$ et i(t) pour t variant entre $-\infty$ et $+\infty$.

c)) Déterminer l'énergie dissipée par le condensateur.

EXERCICE 03



Le circuit (figure) comprend un générateur de f.é.m. E et de résistance négligeable, un interrupteur K , un condensateur C d'armature A et B, et une résistance pure R. On donne E=15V et C=47µF.

1. L'interrupteur étant fermé, déterminer :

a)) La tension U_{AB} aux bornes du condensateur et la charge Q du condensateur.

b)) L'énergie E emmagasinée dans le condensateur.

c)) La résistance R pour que l'intensité du courant en régime permanent dans le conducteur ohmique soit $I_0 = 30{,}0\mu A$.

2. A l'instant t=0, on ouvre l'interrupteur. Le condensateur se décharge alors dans la résistance R.

a)) Etablir l'équation différentielle qui régit la charge q_A de l'armature A du condensateur en fonction du temps t.

b)) Montrer que cette équation différentielle admet une solution de la forme $q_A = Ke^{-\beta t}$ et exprimer littéralement les constantes K et β en fonction de Q, R et C.

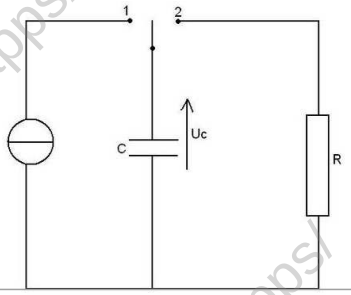
c)) Donner l'expression de la tension U_{AB} aux bornes du condensateur en fonction du temps.

d)) Déterminer la valeur qu'il faut donner à R pour que : U_{AB}=1V à t=1mn.

e)) Donner l'expression de l'intensité du courant i(t) et déduire sa valeur maximale.

EXERCICE 04

Le montage représenté permet de charger et de décharger un condensateur dans une résistance R



GRATUITS SUR ablanian.com
Téléchargez l'application Ablanian CI sur Play Store et App Store
TÉLÉCHARGEZ L'APPLICATION ABLANIAN CI
DISPONIBLE SUR Google Play
Télécharger dans l'App Store

1. a)) Pour chacune de ces deux opérations, quelle doit être la position de l'interrupteur ?

b)) Des deux graphes proposés ci-dessous, lequel correspond à la charge du condensateur ? lequel correspond à la décharge ?

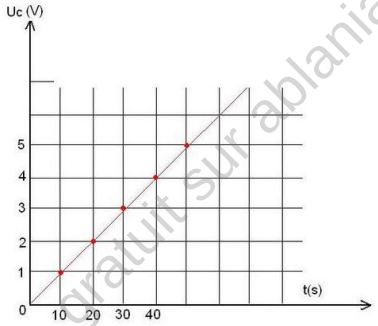


Figure 1

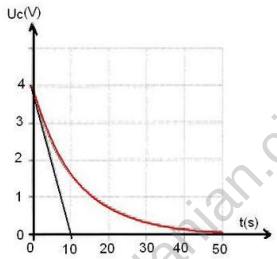


Figure 2

2. Un générateur de courant permet une charge, à intensité constante, d'un condensateur. La charge dure 40s et l'intensité du courant a pour valeur 10µA

a)) A la fin de la charge du condensateur, quelle est la valeur de la charge du condensateur ?

b)) Quelle est la valeur de l'énergie emmagasinée par le condensateur ? Quelle est la capacité du condensateur ?

3. Le condensateur est ensuite déchargé.

a)) Déterminer par deux méthodes, la valeur de la constante de temps τ.

b)) Quelle est la valeur de la résistance R ?

c)) Quelle est la valeur de l'énergie dissipée par effet Joule dans la résistance pendant la décharge ?

EXERCICE 5

Un condensateur de capacité $C = 0{,}50\ \mu F$ est chargé pendant une durée t = 3,5 s. Le générateur délivre un courant électrique d'intensité constante $I = 0{,}60 mA$.

1.a)) Faire le schéma du circuit et calculer la charge accumulée sur l'armature positive.

En déduire la charge accumulée sur l'armature négative.

b)) Combien vaut la tension aux bornes du condensateur ?

c)) En déduire la valeur de la résistance ohmique R.

2. Etablir l'équation différentielle liant la charge q du condensateur en fonction du temps t.

3. Soit $q(t) = CU\left(1 - e^{-\frac{t}{\tau}}\right)$ solution de l'équation différentielle.

a)) Vérifier que $q(t)$ est bien solution de l'équation différentielle.

b)) Préciser la signification et l'unité de chaque terme.

c)) Quelle est la valeur de q(t) à t = 0 s ? Lorsque $t \to \infty$?

Le condensateur se charge-t-il ou se décharge-t-il ?

d)) Donner les expressions de u(t) et i(t) respectivement la tension aux bornes du condensateur et l'intensité dans le dipôle RC.

e)) Quelle est la valeur de l'intensité en régime permanent ?

EXERCICE 6

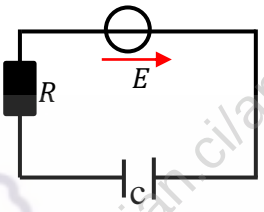
Pour étudier la charge d'un condensateur, on réalise un circuit RC que l'on soumet à un échelon de tension E.

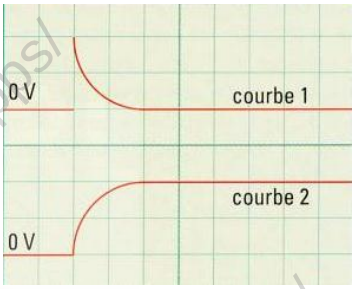
Grâce à l'oscilloscope, on observe simultanément :

La tension $\mathbf{u_R}$ aux bornes du conducteur ohmique de résistance $R = 200\ \Omega$) ;La tension $\mathbf{u_C}$ aux bornes du condensateur.

1. Quelle tension permet de connaître les variations de l'intensité du courant en fonction du temps ? Justifier.

2. La masse du générateur est isolée de la Terre. Il est ainsi possible de brancher la masse de l'oscilloscope comme indiquée sur la figure. On obtient l'oscillogramme ci-dessous.





Afin de mieux distinguer les deux courbes, l'une est décalée vers le haut et l'autre vers le bas, avec les réglages :

- Base de temps (ou durée de balayage) : 0,5 ms / div ;
- Sensibilité verticale de la voie A et de la voie B : 2 V / div ;
- Entrée B inversée.

a)) Identifier les deux courbes. b)) Compléter le circuit en indiquant les connexions à réaliser avec l'oscilloscope.

c)) Déterminer à l'aide de l'oscillogramme :

3. La constante de temps **τ** est définie comme la durée au bout de laquelle le condensateur initialement déchargé atteint 63 % de sa charge maximale.

a)) Déterminer la valeur de τ.

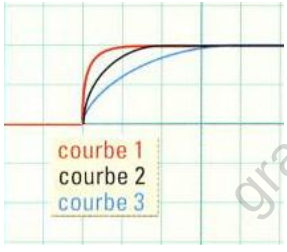
b)) En déduire une valeur approchée de la capacité C.

c)) Placer sur le schéma, les signes des charges déposées sur les armatures.

4. Pour les mêmes réglages du générateur et de l'oscilloscope, on augmente la valeur de la résistance R du conducteur ohmique.

a)) Les grandeurs E, I_{max} et τ sont-elles modifiées ? Si, oui, dans quel sens ?

b)) L'oscillogramme ci-dessous représente l'allure de la tension aux bornes du condensateur pour R pour une augmentation de R et pour une diminution de R.



à quel cas correspond chacune des courbes ?

5. On augmente la valeur de l'échelon de tension E, les grandeurs I_{max} et τ sont-elles modifiées ?

Si oui, dans quel sens ?

GRATUITS SUR ablanian.com
Téléchargez l'application Ablanian CI sur Play Store et App Store
TÉLÉCHARGEZ L'APPLICATION ABLANIAN CI
DISPONIBLE SUR Google Play
Télécharger dans l'App Store

Oscillateurs Mécaniques

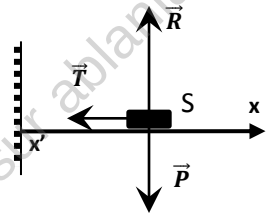
gratuit sur ablanian.ci/apps/

GRATUITS SUR ablanian.com
Téléchargez l'application Ablanian CI sur Play Store et App Store
TÉLÉCHARGEZ L'APPLICATION ABLANIAN CI
DISPONIBLE SUR Google Play
Télécharger dans l'App Store

Rappel sur les Oscillateurs Mécaniques

Etude d'un Pendule Elastique horizontale :

Un ressort à spires non jointives exerce une force proportionnelle à la longueur du déplacement de l'extrémité libre du ressort.



1. Détermination de l'équation différentielle

Le système de masse m est soumis à 3force :

Son poids $\vec{P}$, la tension $\vec{T}$ du ressort et à la réaction $\vec{R}$.

T.C.I : $\vec{P}+\vec{R}+\vec{T}=m\vec{a}$, projection sur x'x :

$$-T=ma \Longrightarrow -kx=m\frac{dx^2}{dt^2} \Longrightarrow \frac{dx^2}{dt^2}+\frac{k}{m}x=0 \ (1)$$

Car la tension du ressort est : $T=k\Delta l=kx$ où x =allongement à l'instant t. On a une équation différentielle sans second membre (ou bien équation différentielle homogène) , elle caractérise un mouvement rectiligne sinusoïdal ou Oscillation harmonique.

2. Equation horaire du Mouvement

La solution de l'équation différentielle (1) est de la forme :

$$x(t)=x_m\cos(\omega_0 t+\varphi)$$

x_m : Amplitude maximale (Allongement du ressort par rapport à son état d'équilibre) en mètre (m)

ω_0 : Pulsation propre de l'oscillateur $({\omega_0}^2=\frac{k}{m})$ en rad/s

φ : phase initial exprimée en radian (rad)

Si à t=0, $v_0=0 \Longrightarrow x_0=x_m=x_m\cos\varphi$

$\Rightarrow x_m\cos\varphi=x_m \ soit \ \cos\varphi=1 \Longrightarrow \varphi=0.$

$x(t)=x_m\cos(\omega_0 t) \ avec \ \omega_0=\sqrt{\frac{k}{m}}$ où k = raideur du ressort

Equation de la vitesse et de l'accélération

$$v=\frac{dx}{dt}=-x_m\omega_0\sin(\omega_0 t) \quad et \quad a=\frac{dv}{dt}=-x_m{\omega_0}^2\cos(\omega_0 t)$$

3. Période propre et la fréquence propre

La période propre T_0 : $T_0=\frac{2\pi}{\omega_0}=2\pi\sqrt{\frac{m}{k}}$

La fréquence propre N_0 est le nombre d'oscillations effectuées en une seconde : $N_0=\frac{1}{T_0}=\frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{k}{m}}$

3. Etude énergétique

$$E_m=E_C+E_{Pe}+E_{PP}=\frac{1}{2}mv^2+\frac{1}{2}kx^2=\frac{1}{2}m\dot{x}^2+\frac{1}{2}kx^2$$

(car $E_{PP}=0$)

En remplaçant les expressions de $x(t)$ et $v(t)$ on retrouve :

$$E_m=E_C+E_{Pe}+E_{PP}=\frac{1}{2}k{x_m}^2=constante$$

Remarque et conclusion

- Lorsque le ressort se place verticalement, l' énergie mécanique du système est donnée par : $E_m=\frac{1}{2}k{x_m}^2+\frac{1}{2}k\Delta l^2=cste$

  $avec \ \ \Delta l=allongement \ du \ ressort$ à $l'équilibre$

- Lorsque le ressort se déplace horizontalement, son énergie mécanique est donnée par : $E_m=\frac{1}{2}k{x_m}^2=cste$

- On peut également établir l'équation à partir de l'expression de l'énergie mécanique du système :

  Si les frottements sont négligeables, alors le système est harmonique et $E_m=cste$: en effet :

$$E_m=\frac{1}{2}m\dot{x}^2+\frac{1}{2}kx^2=cste \Rightarrow \frac{dE_m}{dt}=\frac{1}{2}m\frac{d\dot{x}^2}{dt}+\frac{1}{2}k\frac{dx}{dt}=0$$

$$\Longrightarrow \frac{1}{2}m(2\dot{x}\ddot{x})+\frac{1}{2}k(2x\dot{x})=0 \ m\ddot{x}+kx=0 \Rightarrow \ddot{x}+\frac{k}{m}x=0$$

Exercices sur Les oscillateurs Mécanique

EXERCICE 1

1. Un solide S de masse m=200g est suspendu à un ressort vertical de masse négligeable, parfaitement élastique ; le ressort s'allonge de 8cm. Evaluer la raideur du ressort.
2. Le solide est tiré verticalement vers le bas de 4cm à partir de sa position d'équilibre, puis il est abandonné sans vitesse initiale.
   a)) Déterminer l'équation différentielle du mouvement de S.
   b)) Donner l'équation horaire du mouvement de S en prenant comme référence un axe vertical dirigé vers le bas ayant comme origine la position d'équilibre de S.
   c)) Quelle est l'équation horaire de la vitesse de S ? Donner sa valeur maximale.

EXERCICE 2

On considère un oscillateur horizontal de mase m et de raideur k. Les forces de frottements sont considérées négligeables. La masse m peut se déplacer suivant x'x. L'oscillateur possède une énergie mécanique égale à $E_m = 3{,}6.10^{-3}J$.

1. a)) Donner l'expression de l'énergie mécanique de cet oscillateur en fonction de x et $\ddot{x}$
   b)) En déduire l'équation différentielle du mouvement.
2. L'amplitude du mouvement est 2,75cm. Déterminer la raideur k du ressort.
3. La période des oscillations est de 0,6s.
   a)) Calculer la vitesse de masse m au passage à la position d'abscisse x = 0.
   b)) L'énergie potentielle de l'oscillateur à l'instant t est $E_P = 2.10^{-3}J$. Calculer la vitesse de la masse m à cet instant.

EXERCICE 3

1. Un pendule élastique formé par un solide de masse m, suspendu à un ressort de raideur $k = 45N.m^{-1}$, effectue des oscillations libre de période $T_0 = 0{,}42s$.
   a)) Calculer la masse m.
   b)) Quel est l'allongement du ressort à l'équilibre ?
2. La position d'équilibre est choisie comme origine des abscisses sur Ox, dirigé vers le bas. Le solide est écarté de sa position d'équilibre de 0,06m vers le bas, puis lâché sans vitesse initiale à t=0. a)) Etablir l'équation horaire du mouvement.
   b)) Calculer la valeur de la vitesse du solide lorsque celle-ci passe par sa position d'équilibre.
3. On considère le système { Terre –pendule élastique}. Lorsque le solide est au point d'abscisse x = 0,03m, Calculer :
   a)) L'énergie cinétique du système.
   b)) L'énergie potentielle élastique du système en prenant pour état de référence le ressort à vide
   c)) L'énergie potentielle de pesanteur en prenant le même état de référence.
   d)) L'énergie mécanique totale du système.

EXERCICE 4

Un oscillateur mécanique horizontal est constitué d'un ressort (R) de raideur k, de masse négligeable et d'un solide (S) de masse m = 0,1 kg, de centre d'inertie G, coulissant sans frottement sur une tige horizontale AC. L'équation de horaire de du mouvement de G dans le repère (0,x) lié à la Terre est : $x(t) = 5{,}0.10^{-2}\cos\left(25t + \frac{\pi}{4}\right)$, O est la position de G quand l'oscillateur est au repos, les unités sont celles du système international. Donnée : g=9,8m.s^{-2}.

1. Donner les valeurs de l'amplitude, de la pulsation propre, de la période propre et la fréquence propre du mouvement.
2. Calculer à la date t = 0s, les valeurs algébriques de l'élongation, de la vitesse et de l'accélération de centre G. Positionner sur l'axe Ox le point G à la date t = 0s et représenter, cette même date, les vecteurs vitesse et accélération de G.
3. Faire l'inventaire des force appliquées au solide (S) à une date t quelconque. Calculer leurs valeurs à t=0s. En déduire la constante de raideur k du ressort.
4. Cet oscillateur forme un système conservatif pour lequel l'énergie mécanique est constante. Définir l'énergie mécanique de ce système, donner sa valeur numérique.

EXERCICE 5

Un solide de masse m = 50g, pouvant glisser sans frottement sur un plan incliné d'un angle $\alpha = 30°$ par rapport à l'horizontale est fixé à l'extrémité d'un ressort à spires non jointives, de raideur $k = 5N.m^{-1}$, dont l'autre extrémité est fixe. La position du centre d'inertie G est repérée par son abscisse x sur un axe Ox' orienté vers le bas. A l'équilibre l'abscisse de G, x =0.

1. Quel est l'allongement du ressort à l'équilibre ?
2. On tire sur le solide vers le bas, de manière à produire un allongement supplémentaire du ressort de 5cm et on l'abandonne sans vitesse initiale à la date t=0.
   a)) Etablir l'équation différentielle du mouvement de G.
   b)) Etablir l'équation horaire du mouvement de G.
3. Montrer que l'énergie potentielle totale (élastique et de pesanteur) du système du solide ressort, peut se mettre sous la forme : $E_P = \frac{1}{2}kx^2 + C$ où C est une constante que l'on calculera. (On prendra la position d'équilibre comme zéro de l'énergie potentielle de pesanteur et la position de repos du ressort comme zéro de l'énergie élastique).
4. Montrer que l'énergie mécanique du système est constante. La calculer.
5. A la date $t = \frac{\pi}{40}s$, calculer l'abscisse, la vitesse et l'accélération de G.

GRATUITS SUR ablanian.com
Téléchargez l'application Ablanian CI sur Play Store et App Store
TÉLÉCHARGEZ L'APPLICATION ABLANIAN CI
DISPONIBLE SUR Google Play Télécharger dans l'App Store

EXERCICE 6

Un solide de masse m = 200g peut glisser sans frottement sur un banc à coussin d'air incliné d'un angle $\alpha = 30°$ avecl'horizontale. Le solide est relié à un ressort qui s'allonge de 6cm à l'équilibre. L'autre extrémité du ressort est fixé. On prendra : $g = 9{,}8m.s^{-2}$

1. Calculer la raideur k du ressort à l'équilibre.
2. On tire le solide vers le bas de 5cm à partir de sa position d'équilibre, puis on abandonne sans vitesse initiale.
   a)) Etablir l' équation différentielle du mouvement. En déduire la période des oscillations.
   b)) Déterminer les lois horaires x(t) et v(t) , respectivement de l'abscisse et de la vitesse de S.
   c)) Calculer l'énergie mécanique de l'oscillateur. On prendra l'énergie potentielle de pesanteur nulle à la position d'équilibre et l'énergie potentielle élastique nulle lorsque le ressort n'est ni allongé ni comprimé.
3. Le solide se détache du ressort à son premier passage par sa position d'équilibre.
   a)) Décrire le mouvement du solide S en calculant sa nouvelle accélération. b)) Déterminer la nouvelle loi horaire x'(t).
   c)) En déduire à la date t = 2s, la vitesse atteinte par S et son énergie mécanique.

EXERCICE 7

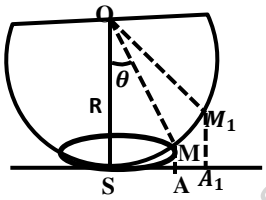
Un ressort, de masse négligeable, spires non jointives, de coefficient de raideur $k = 10N.m^{-1}$, peut se déplacer le long d'un axe horizontal Ox, on fixe l'une de ses extrémités en A et on accroche à l'autre extrémité un objet S de masse m = 0,1kg. L'objet S étant en équilibre, on lui communique une vitesse $\vec{v}_0$ dirigée suivant l'axe du ressort et de valeur $v_0 = 0{,}4m.s^{-1}$ à t=0s.

1. Etablir l équation différentielle du mouvement du centre d'inertie G du l'objet S.
2. En déduire l'équation horaire du mouvement de G en précisant les valeurs de l'amplitude, de la pulsation et de la phase.
3. a)) En déduire à la date t, l'expression de l'énergie mécanique totale E_m du système {ressort +solide S}, en fonction de $k, m, x \text{ et } v$.
   b)) Donner l'expression de E_m en fonction de k et l'élongation maximale x_m.
4. Retrouver l'équation différentielle établie en 1. à partir de l'expression de E_m.

EXERCICE 8

On négligera les frottements et la résistance de l'air.

Un demi-sphère creuse BSC, d'épaisseur négligeable, de centre O, de rayon R = 0,8m repose par son sommet S sur un plan horizontal. Un solide ponctuel de masse m = 50g peut glisser sans frottement sur la face interne de la demi-sphère.



On désigne par M la position du solide et A sa projection orthogonale sur le plan horizontal passant par le sommet S et pour θ l'angle de $(\overrightarrow{OS}, \overrightarrow{OM})$ à l'instant t.

1. On communique à ce solide, à partir d'une position initiale M, une vitesse $\vec{v}$ tangente horizontalement à la demi-sphère de module v, tel qu'il décrive, d'une mouvement circulaire uniforme sur la face interne de la demi-sphère.
   a)) Etablir l'expression du module v en fonction de $g, R \text{ et } \theta$.
   b)) Calculer la vitesse $v_1$pour la position de M_1 telle que $SA_1 = \frac{R}{2}$ et en déduire ω_1.
2. Le solide est abandonné sans vitesse initiale du point M_1 de la demi-sphère telle que $SA_1 = \frac{R}{2}$
   a)) Etablir en fonction de m, g, R, θ, la valeur v de la vitesse du solide au passage par le point M et l'intensité R de la réaction exercée par la demi-sphère sur le solide en M.
   b)) Calculer v et R en S.
3. Le solide est maintenant abandonné sans vitesse initiale à l'instant t=0sd'un point M_2 de la demi-sphère telle que $SA_2 = 8cm$.

a)) Calculer l'angle θ_2 que font les rayons OS et OM_2 et montrer que l'on peut assimiler le mouvement du solide à un mouvement sinusoïdale de rotation. En déduire la période T du mouvement.

b)) Ecrire l'énergie mécanique au point M du système {Solide + Terre} en fonction de $m, g, R, \theta \text{ et } \dot{\theta}$ vitesse angulaire du point M. En déduire à nouveau l'équation différentielle qui régit le mouvement du solide.

c)) Ecrire l'équation horaire du mouvement de la projection de A sur l'axe horizontal orienté x'Sx et calculer la vitesse maximale en A.A.

EXERCICE 9

Dans tout le problème, on négligera les frottements.

Un disque (D) plein et homogène de masse négligeable peut tourner autour d'un axe horizontal (Δ) passant par son centre O. On enroule sue le disque (D) un fil inextensible dont l'une de ses extrémité est liée à une solide (S) de masse m = 100g.

L'autre extrémité est liée à un solide(S_1) de masse m_1=700g posé sur un plan incliné [AB] faisant un angle α avec l'horizontal.

Lorsque (S_1) ne touche pas le disque (D), le fil restant tendu.

1. Le solide(S_1) se déplace sur le plan incliné AB avec une accélération a=2,5m.s^{-2}.

a)) Calculer, en degré, la valeur de l'angle α.

GRATUITS SUR ablanian.com
Téléchargez l'application Ablanian CI sur Play Store et App Store
TÉLÉCHARGEZ L'APPLICATION ABLANIAN CI
DISPONIBLE SUR Google Play Télécharger dans l'App Store

b)) Partant en A sans vitesse initiale, le solide(S_1) arrive en B avec une vitesse $v_B = 4m.s^{-1}$.

Calculer le travail de la tension du fil T_1 de A à B et la durée du parcours AB. Déduire alors le nombre de tours effectué par le disque (D) à l'arrivée de (S_1) en B.

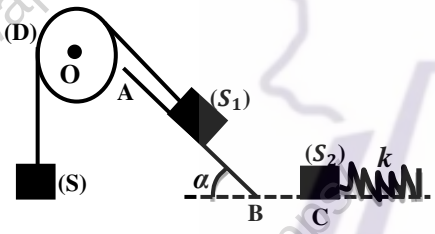
2. En arrivant en B, le solide(S_1) se détache du fil et poursuit sa course sur le trajet horizontal BC avec la vitesse acquise en B. Il vient heurter un autre solide S_2 de masse m_2 immobile accroché à l'extrémité libre d'un ressort de masse négligeable, à spires non jointives et de constante de raideur k=400N.m^{-1}. Après le choc, les deux solides s'accrochent et forment un seul système de centre d'inertie G. La vitesse de G juste après le choc est v_G=2m.s^{-1} .Calculer la masse m_2 et le raccourcissement maximal x_m du ressort.

3. Dans toute la suite, on prendra m_2=700g.

a)) Déterminer l'équation différentielle du mouvement ultérieur du système formé par les solides S_1et S_2.

Déduire la valeur de la période T_0 du mouvement.

b)) L'origine des abscisses est la position où le choc a eu lieu. Ecrire l'équation horaire du mouvement de G en prenant comme origine des dates l'instant où G se trouve au point de raccourcissement maximal du ressort.



EXERCICE 10

Dans tout l'exercice, on négligera les frottements et on assimilera le solide (S) à un point matériel. On prendra $g = 10m.s^{-2}$.

1. Un solide (S) de masse m = 2kg est abandonné sans vitesse initiale en un point A d'un plan incliné d'un angle α = 30° par rapport à l'horizontale, d'altitude $h_A = 31{,}25cm$.

a)) Faire le bilan des forces qui s'exercent sur le solide (S) et les représenter sur un schéma.

b)) Déterminer la vitesse v_B du solide en B.

2. Le solide(S) continue son mouvement sur le plan horizontal contenant B et heurte un ressort de constante de raideur $k = 200N.m^{-1}$, fixé par son autre extrémité.

a)) Quelle est la vitesse $v_0$du solide (S) juste avant le choc ?

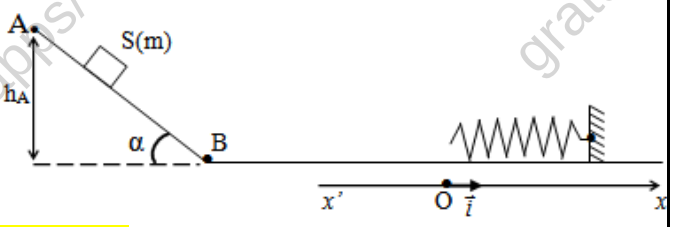
b)) Quelle est l'énergie mécanique de (S), juste avant le choc, sachant que son énergie potentielle de pesanteur est nulle au sol.

3. Dès que le choc se produit, le solide (S) reste solidaire du ressort. Il effectue des oscillations autour du point O de l'axe ($x'x$), parallèle au sol et horizontal.

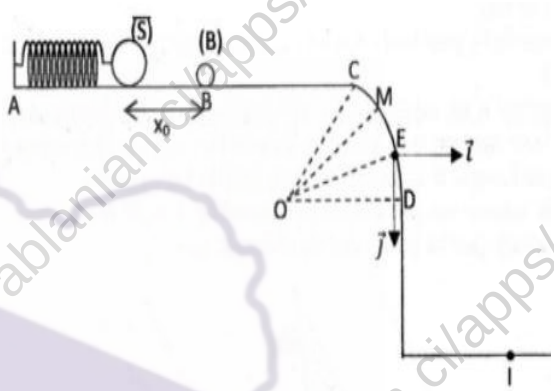
a)) Déterminer l'amplitude x_m du mouvement de l'oscillateur.

b)) Etablir l'équation différentielle du mouvement de l'oscillateur. En déduire sa pulsation propre et la loi horaire du mouvement.

c)) Déterminer l'instant auquel le solide repasse en O, après l'instant initial.



EXERCICE 11



Les trois parties sont largement indépendantes.

On comprime à vide d'un solide (S) de masse m_S , un ressort de raideur k d'une longueur $x_0 = 5cm$ et à l'instant t=0 , on le libère sans vitesse initiale. Le solide (S) percute une bille(B) de masse m_b placée en B. Les forces des frottements sont supposées négligeables sur toutes les parties sauf sur BC (figure ci-dessus).

On donne : $m_b = 10g$; $k = 300N.m^{-1}$.

Partie A : Mouvement sur ABC

1. Sachant que (S) effectue des oscillations libre de fréquence $N_0 = 948trs.min^{-1}$. a)) Calculer la masse m_S.

b)) Calculer l'énergie mécanique initiale E_0 à l'instant t=0.

Dans la suite du problème on prendra $m_S = 30g$

2. En utilisant la loi de conservation d l'énergie mécanique, calculer la vitesse v_S du solide au point B juste avant le choc.

3. Apres le choc, bille (B) aborde le plan horizontal BC=L=50cm , sur lequel s'exercent les forces de frottements d'intensité constante f avec une vitesse $v_b = 7{,}5m.s^{-1}$. Elle arrive au point C avec une vitesse pratiquement nulle. Déterminer l'intensité f de la force de frottement.

Partie B : Mouvement sur CD

La partie CD est un arc de cercle de centre O et de rayon $r = 6m$. La bille est repérée par l'angle $\theta = \widehat{MOD}$ et on donne $\theta_0 = \widehat{COD} = 60°$.

1. Exprimer la vitesse de (B) au point M en fonction de g, r, θ_0, θ.

2. En appliquant le théorème de centre d'inertie, démontrer que

GRATUITS SUR ablanian.com
Téléchargez l'application Ablanian CI sur Play Store et App Store
TÉLÉCHARGEZ L'APPLICATION ABLANIAN CI
DISPONIBLE SUR Google Play
Télécharger dans l'App Store

l'intensité de la force $\overrightarrow{F}$ de la piste sur la bille peut s'écrire en fonction de $m, g, \theta_0 \; et \; \theta$.

3. Déterminer l'angle θ_1 au point E où la bille quitte le plan CD et vérifier que $v_E = 5{,}88 m.s^{-1}$.

Partie C : ***Mouvement dans le champ $\vec{g}$***

A l'instant t=0, la bille quitte le point E avec la vitesse $\overrightarrow{v_E}$ de norme $v_E = 5{,}9 m.s^{-1}$ et faisant un angle $\theta_1 = 35{,}3°$ avec l'horizontale.

1. Dans le repère (E,$\vec{\imath}, \vec{\jmath}$), établir les équations horaires puis l'équation cartésienne du mouvement de la bille.
2. Déterminer les cordonnées du pont d'impact I de la bille sur le sol sachant que E est à la hauteur h=5m du sol.
3. Calculer la vitesse de la bille lorsqu'elle arrive au point I.

GRATUITS SUR ablanian.com
Téléchargez l'application Ablanian CI sur Play Store et App Store
TÉLÉCHARGEZ L'APPLICATION ABLANIAN CI
DISPONIBLE SUR Google Play
Télécharger dans l'App Store

Oscillateurs Electriques

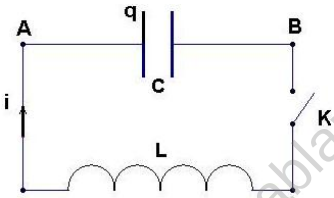
Circuit (L.C)

gratuit sur ablanian.ci/apps/

GRATUITS SUR ablanian.com
Téléchargez l'application Ablanian CI sur Play Store et App Store
TÉLÉCHARGEZ L'APPLICATION ABLANIAN CI
DISPONIBLE SUR Google Play
Télécharger dans l'App Store

Cours sur les oscillations électriques

Libres non amorti circuit L.C



Soit un condensateur préalablement chargé par un générateur sous une tension E. Le condensateur étant chargé, on a à t=0,

$$q(0) = Q_{max} = CE = CU_0$$

On branche le condensateur à présent en série avec une bobine d'inductance pure (c'est-à-dire de résistance négligeable :$r = 0$)

1. Etude de l'évolution de la charge q dans le circuit LC

Loi d'additivité des tensions :

$$u_C = u_L \quad \Rightarrow \frac{q}{C} = L\frac{di}{dt} \quad or\ ici\ i = -\frac{dq}{dt} \Rightarrow \frac{di}{dt} = -\frac{d^2q}{dt^2}$$

$$\frac{q}{C} = -L\frac{d^2q}{dt^2} \Rightarrow \frac{q}{C} + L\frac{d^2q}{dt^2} = 0 \quad soit\ \frac{d^2q}{dt^2} + \frac{1}{LC}q = 0$$

$$\frac{d^2q}{dt^2} + \frac{1}{LC}q = 0 \ \ ou \ \ \ddot{q} + \frac{1}{LC}q = 0 \ \ (Oscillation\ harmonique)$$

Equation différentielle régissant les variations de la charge q dans le circuit LC

Cette équation admet une solution de la forme :

$$q(t) = Q_{max}\cos(\omega_0 t + \varphi) \quad Ou \quad q(t) = Q_{max}\sin(\omega_0 t + \varphi)$$

Q_{max} : amplitude ; $\omega_0 t + \varphi$: phase de la charge q(t) à la date t

φ : phase initiale de la charge q(t) à la date t=0

2. Pulsation propre et période propre

$$On\ a : \ddot{q} + \frac{1}{LC}q = 0$$

Donc la pulsation propre du circuit LC a pour expression :

$$\omega_0{}^2 = \frac{1}{LC} \ soit\ \omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}}$$

La période propre est : $T_0 = \frac{2\pi}{\omega_0} = 2\pi\sqrt{LC}$

Remarque :

L et C sont les seuls facteurs influençant la période :

· Si L augmente, T_0 augmente

· Si C augmente, T_0 augmente

Equation différentielle liant la tension u du condensateur

$$On\ a : \frac{d^2q}{dt^2} + \frac{1}{LC}q = 0 \ or\ q = Cu \Rightarrow \frac{d^2u}{dt^2} + \frac{1}{LC}u = 0$$

3. Charge maximale Q_{max} et la phase à l'origine :

Exemple : à t=0, on enregistre les variations de q dès qu'on branche le condensateur préalablement en série aux bornes de la bobine : $q(0) = q_{max}$

$$q(0) = q_{max}\cos(\varphi) \Rightarrow q_{max}\cos(\varphi) = q_{max}$$

$$\Rightarrow \cos\varphi = 1 \Rightarrow \varphi = 0 \quad donc : \ q(t) = Q_{max}\cos(\omega_0 t)$$

4. Expression de l'intensité du courant dans le circuit

$$i = -\frac{dq}{dt} = \frac{d}{dt}[Q_{max}\cos(\omega_0 t + \varphi)] = \omega_0 Q_{max}\sin(\omega_0 t + \varphi)$$

$$i(t) = I_{max}\sin(\omega_0 t + \varphi) \quad avec \quad I_{max} = \omega_0 Q_{max} = CU_{max}\omega_0$$

5. Etude énergétique des oscillation non-amorties :

Dans le condensateur $E_{el} = \frac{1}{2}\frac{q^2}{C}$ et dans la bobine $E_{mag} = \frac{1}{2}Li^2$

Donc l'énergie totale du circuit, appelée énergie électromagnétique : $E = \frac{1}{2}\frac{q^2}{C} + \frac{1}{2}Li^2 = cte$ s'il n y a aucune perte

$$E = E_e + E_m = \frac{1}{2}\frac{q^2}{C} + \frac{1}{2}Li^2$$

$$q(t) = Q_{max}\cos(\omega_0 t) \ \text{ et } \ i(t) = I_{max}\sin(\omega_0 t + \varphi)$$

$$E = \frac{1}{2}\frac{1}{C}{Q_{max}}^2\cos^2(\omega_0 t) + \frac{1}{2}L{I_{max}}^2\sin^2(\omega_0 t)$$

$$or\ \ Q_{max} = CU_{max} \ \ et\ I_{max} = C\omega_0 U_{max} \ \ \omega_0\ LC{\omega_0}^2 = 1$$

$$\Rightarrow \ E = \frac{1}{2}C{U_{max}}^2\cos^2(\omega_0 t) + \frac{1}{2}LC^2{\omega_0}^2{U_{max}}^2\sin^2(\omega_0 t)$$

$$Or \quad LC{\omega_0}^2 = 1$$

$$\Rightarrow \ E = \frac{1}{2}C{U_{max}}^2\cos^2(\omega_0 t) + \frac{1}{2}C{U_{max}}^2\sin^2(\omega_0 t)$$

$$\Rightarrow E = \frac{1}{2}C{U_{max}}^2\left(\cos^2(\omega_0 t) + \sin^2(\omega_0 t)\right) = \frac{1}{2}C{U_{max}}^2 = cste$$

$$or: \ U_{max} = \frac{I_{max}}{C\omega_0} \Rightarrow E = \frac{1}{2}C \times \frac{{I_{max}}^2}{C^2{\omega_0}^2} = \frac{1}{2}\frac{{I_{max}}^2}{C{\omega_0}^2} = \frac{1}{2}L{I_{max}}^2$$

$$D'où : E = \frac{1}{2}C{U_{max}}^2 = \frac{1}{2}L{I_{max}}^2 = cte \ et \ C{U_{max}}^2 = L{I_{max}}^2$$

Détermination de l'équation différentielle à partir de l' Energie électromagnétique totale

$$E = E_e + E_m = \frac{1}{2}Cu^2 + \frac{1}{2}Li^2 = cste$$

Les oscillations sont harmonique, alors l'énergie totale se conserve : $E = cste \Rightarrow \frac{dE}{dt} = 0$

$$\frac{dE}{dt} = \frac{1}{2}C\frac{du^2}{dt} + \frac{1}{2}L\frac{di^2}{dt} = 0 \Rightarrow \frac{1}{2}C \times 2u\frac{du}{dt} + \frac{1}{2}L \times 2i\frac{di}{dt} = 0$$

$$\Rightarrow Cu\frac{du}{dt} + Li\frac{di}{dt} = 0 \quad or\ i = -C\frac{du}{dt} \ \ et \ \ \frac{di}{dt} = -C\frac{d^2u}{dt^2}$$

$$\Rightarrow Cu\frac{du}{dt} + L\left(-C\frac{du}{dt}\right) \times \left(-C\frac{d^2u}{dt^2}\right) = 0$$

$$\Rightarrow Cu\frac{du}{dt} + LC^2\frac{du}{dt} \times \frac{du^2}{dt^2} = 0 \Rightarrow C\frac{du}{dt}\left(u + LC\frac{du^2}{dt^2}\right) = 0$$

$$or\ C\frac{du}{dt} \neq 0 \Rightarrow u + LC\frac{du^2}{dt^2} = 0 \quad d'où \ : \ \frac{du^2}{dt^2} + \frac{1}{LC}u = 0$$

Exercices sur Les Oscillateurs Electriques

EXERCICE 01

1. Une bobine assimilable à un solénoïde de longueur l=1,5m, de rayon R=10cm et d'inductance $L = 0{,}1H$ et de résistance r =5Ω traversée par un courant d'intensité $i = 300mA$.

a)) Calculer le flux d'auto-induction à travers la bobine.

b)) Donner les caractéristiques du champ magnétique $\vec{B}$ créé à l'intérieur du solénoïde.

c)) Le courant est continu, d'intensité constant I.
Calculer la tension aux bornes de cette bobine.

d)) L'intensité du courant varie maintenant au cours du temps.
A l'instant $t_1 : i = 300mA$ et $\frac{di}{dt} = 2A.s^{-1}$,
calculer la tension aux bornes de la bobine à l'instant t_1.

e)) Calculer l'énergie emmagasinée par la bobine à l'instant t_1.

2. On relie les borne de la bobine précédente, de résistance négligeable et d'inductance L=0,1H à un condensateur de capacité C= 10µF. A l'instant t=0, l'intensité est nulle et la tension aux bornes est U=10V.

a)) Quel phénomène physique se produit-il dans le circuit ?
Calculer la charge initiale Q_0 du condensateur.

b)) Etablir la relation différentielle liant d^2u/dt^2, u, L et C.
En déduire la pulsation propre ω_0 des oscillations électriques.
Exprimer en fonction du temps t, les variations de la tension u (t) et de l'intensité i (t) du courant.

c)) Ecrire l'énergie électromagnétique totale du courant puis retrouver l'équation différentielle précédente.

EXERCICE 02

1. Soit un solénoïde de longueur l=40cm, comportant 2500spires, de rayon r=2cm et parcouru par un courant d'intensité I=5A.

a)) Déterminer les caractéristiques du vecteur champ magnétique $\vec{B}$ créé au centre du solénoïde par le passage du courant.

b)) Calculer l'inductance L de ce solénoïde.

c)) Calculer le flux propre du champ magnétique $\vec{B}$ créé au centre du solénoïde.

2. Un condensateur de capacité C est chargé sous une tension constante U. Calculer sa charge Q_0 ainsi que l'énergie emmagasinée E_0. On donne : $C = 2{,}5.10^{-6}F$; $U = 20V$.

3. Les armatures de ce condensateur chargé sous la tension U, sont reliées à une bobine d'inductance L dont on néglige la résistance. A l'instant pris comme origine des temps, on ferme l'interrupteur K.

a)) Etablir l'équation différentielle du circuit à laquelle obéit u(t).

b)) Une solution de cette équation différentielle est de la forme

$$u(t) = U_{max}\, cos(\omega_0 t + \varphi)$$

avec U_{max} , ω_0 et φ des constantes tel que $U_{max} > 0$.

Déterminer les valeurs des grandeurs ω_0 , U_{max} et φ .
On donne : L=25mH.

c)) Montrer que l'énergie totale dans le circuit est constante et calculer sa valeur numérique.

EXERCICE 03

Soit un condensateur de capacité C=6µF, chargé sous une tension U=1V. On branche ce condensateur aux bornes d'une bobine d'inductance L. L'intensité maximale du courant qui circule dans le circuit est $I_{max} = 2{,}4mA$.

1. a)) Schématiser le schéma du circuit et l'orienter.
Quel phénomène physique observe-t-on dans le circuit ?

b)) Calculer la charge maximale Q_{max} du condensateur.

2. Etablir l'équation différentielle liant la charge q du condensateur et sa dérivée par rapport au temps t.

3. Calculer :

a)) la pulsation propre, la période et l'inductance L de la bobine.

b)) les relations donnant l'intensité du courant dans le circuit, la charge et la tension aux bornes du condensateur en fonction du temps t.

c)) Calculer l'énergie emmagasinée par le condensateur d'une part et par la bobine d'autre part en fonction du temps.
Montrer que l'énergie totale est constante et calculer sa valeur numérique.

EXERCICE 04

Un condensateur de capacité C=12µF préalablement chargé sous une tension U_0=12V, est branché à l'instant t=0, aux bornes d'une bobine d'inductance L=9,0mH.

1.a)) Schématiser le circuit (L,C).

b)) L'orienter et designer l'armature qui porte la charge positive.

2. a)) Exprimer en fonction de la charge q, les tensions aux bornes du condensateur et de la bobine.

b)) Etablir l'équation différentielle régissant l'évolution de q aux cours du temps.

3. a)) Donner l'expression générale des solutions de l'équation différentielle décrivant l'évolution de la charge q en fonction du temps.
Expliquer les différents termes de cette solution.

b)) Donner l'expression de la période T_0 du circuit oscillant.

c)) Déterminer q(t) en tenant compte de condition initiale.

d)) Donner avec des valeurs numériques les équations décrivant l'évolution en fonction du temps de la tension aux bornes du condensateur et de l'intensité du courant.

GRATUITS SUR ablanian.com
Téléchargez l'application Ablanian CI sur Play Store et App Store
TÉLÉCHARGEZ L'APPLICATION ABLANIAN CI
DISPONIBLE SUR Google Play Télécharger dans l'App Store

EXERCICE 05

1. On établit une tension constante U aux bornes (A et B) des armatures d'un condensateur de capacité C. Calculer la charge maximale Q_{max} du condensateur.

2. Le condensateur étant chargé, on isole ses armatures et on le décharge dans une bobine d'inductance L et de résistance r.

a)) Etablir l'équation différentielle des oscillations électriques dans le circuit.

b)) Donner l'expression de l'énergie totale électrique (condensateur) et magnétique (bobine) du circuit.

c)) Montrer que de l'énergie totale varie au cours du temps et préciser la forme sous laquelle se manifeste cette variation.

d)) Quelle est la nature des oscillations électriques ainsi obtenues ? Que se passera-t-il dans le circuit pendant un temps suffisamment long ?

e)) Si la résistance de la bobine r est négligeable, qu'elle serait la nature des oscillations ?

Calculer la valeur de leur fréquence propre.

On donne : $C = 6{,}28\mu F$; $U = 50V$ et $L = 0{,}318H$.

EXERCICE 06

Un circuit comportant un condensateur de capacité C et une bobine d'inductance L=10mH et de résistance négligeable. Il est le siège d'oscillations électriques de période propre $T_0 = 0{,}2ms$.

Ce condensateur est initialement chargé sous une tension de 5V.

On fera un schéma.

1. a)) Calculer la capacité du condensateur.

b)) En déduire la charge maximale portée par l'armature du condensateur.

2. a)) Etablir équation différentielle liant la charge q du condensateur à sa dérivée seconde par rapport au temps.

b)) En déduire l'équation horaire. L'origine des dates est choisie à l'instant où le condensateur est relié à la bobine.

3. a)) Calculer l'énergie emmagasinée dans le circuit oscillant.

b)) En déduire l'amplitude maximale I_{max} de l'intensité du courant dans le circuit.

EXERCICE 7

On charge un condensateur de capacité $C = 30\mu F$ à l'aide d'une source de courant qui débite, pendant le temps $t = 10{,}5s$, un courant d'intensité constante $= 22\mu A$.

Ce condensateur est relié en série avec une résistance $R = 2k\Omega$.

1. a)) Faire le schéma, calculer la tension U_0 entre ses armateur et établir l'équation liant la tension U du condensateur et sa dérivée par rapport aux temps et les caractéristiques des composants du circuit.

b)) Soit $U = A + Be^{-\beta t}$ est solution de l'équation précédente. En déduire les valeurs de A, B et β.

c)) Qu'appelle –t-on constante du temps τ du circuit ?

Que représente τ ? Calculer sa valeur numérique.

d)) Donner l'expression de la charge $q\ (t)$ du condensateur.

En déduire celle de l'intensité $i(t)$ dans le dipôle RC.

Quelle est la valeur de l'intensité en régime permanent ?

e)) Sous quelle forme l'énergie emmagasiné dans le condensateur est- t-elle dissipée. Calculer sa valeur numérique.

2. Les armatures de ce condensateur chargé sous la tension U_0, sont reliées à une bobine idéale d'inductance L. A l'instant pris comme origine des temps, on ferme l'interrupteur K..

Il est le siège d'oscillations électriques de période propre T_0=6ms.

a)) Calculer la valeur de l'inductance L de la bobine et la charge maximale portée par l'armature du condensateur.

b)) Etablir l'équation différentielle du circuit à laquelle obéit u(t).

c)) En déduire l'équation horaire. L'origine des dates est choisie à l'instant où le condensateur est relié à la bobine.

d)) Calculer l'énergie emmagasinée dans le circuit et en déduire l'intensité maximal I_{max} du courant dans le circuit.

GRATUITS SUR ablanian.com
Téléchargez l'application Ablanian CI sur Play Store et App Store
TÉLÉCHARGEZ L'APPLICATION ABLANIAN CI
DISPONIBLE SUR Google Play
Télécharger dans l'App Store

Circuit (R.L.C) En Régime Sinusoïdal Forcé

gratuit sur ablanian.ci/apps/

TÉLÉCHARGEZ L'APPLICATION ABLANIAN CI
DISPONIBLE SUR Google Play
Télécharger dans l'App Store

Cours sur le circuit (R.L.C) en série

Un circuit RLC en série initialement chargé est le siège d'oscillations électriques libre mais amorties car le circuit dissipe de l'énergie par l'effet joule. Pour compenser ces pertes d'énergie on peut appliquer une tension sinusoïdale au circuit RLC : on a ainsi des oscillations électriques forcées.

I. Grandeur alternatives

1. Courant alternatif

Un courant alternatif sinusoïdal est un courant dont l'intensité est une fonction sinusoïdale du temps : $i = I_{max}\sin(\omega t + \varphi)$ avec I_{max} : intensité maximale ; ω : pulsation imposé par le générateur ; $\omega t + \varphi$: phase à l'instant ; φ : phase à l'origine.

2. Intensité et tension efficaces

- Intensité efficace : $I_{eff} = \frac{I_{max}}{\sqrt{2}}$
- Tension efficace : $U_{eff} = \frac{U_{max}}{\sqrt{2}}$

3. Impédance d'un dipôle

On définit l'impédance Z d'un dipôle par le rapport :

$$Z = \frac{U_{eff}}{I_{eff}} = \frac{U_{max}}{I_{max}}$$

II. Etude de quelques dipôles en courant alternatif

On pose $i = I_{max}\sin(\omega t)$

1.a)) Résistor (Conducteur ohmique pur R) :

$$u = Ri = RI_{max}\sin(\omega t) = U_{max}\sin(\omega t) \Longrightarrow U_{max} = RI_{max}$$

$$Z = \frac{U_{max}}{I_{max}} = R \quad et\ i\ et\ u\ sont\ en\ phase : \varphi = 0$$

b)) Bobine pure (R=0)

$$u_L = L\frac{di}{dt} = L\omega I_{max}\sin\left(\omega t + \frac{\pi}{2}\right) = U_{max}\sin\left(\omega t + \frac{\pi}{2}\right)$$

$$D'où : U_{max} = L\omega I_{max}\ soit\ Z = L\omega \quad et\ \varphi = \frac{\pi}{2}$$

c)) Capacité (C)

$$u_C = \frac{q}{C} = \frac{1}{C}\int i dt = -\frac{I_{max}}{C\omega}\cos(\omega t)$$

$$u_L = \frac{I_{max}}{C\omega}\sin\left(\omega t - \frac{\pi}{2}\right) = U_{max}\,sin\left(\omega t - \frac{\pi}{2}\right)$$

$$U_{max} = \frac{I_{max}}{C\omega} \quad d'où : Z = \frac{1}{C\omega} \quad et\ \varphi = -\frac{\pi}{2}$$

2. Circuit (R,L)

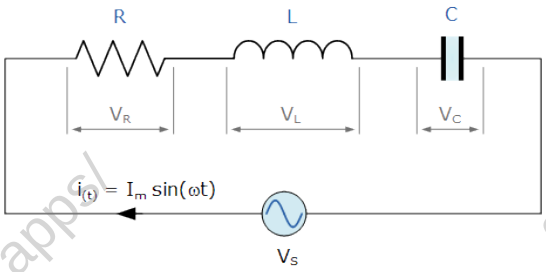
- Impédance : $Z = \frac{U_{max}}{I_{max}} = \sqrt{R^2 + (L\omega)^2}$
- Déphasage : $\tan\varphi = \frac{L\omega}{R}$
- u est en avant de φ sur i

3. Circuit (R.C)

- Impédance : $Z = \frac{U_{max}}{I_{max}} = \sqrt{R^2 + \frac{1}{(C\omega)^2}}$
- Déphasage : $\tan\varphi = \frac{1}{RC\omega}$
- u est en rétard de φ sur i

II. Circuit RLC en régime sinusoïdal forcé :

Considérons le montage suivant (circuit RLC relié en série) :



1. Equation différentielle

La loi d'additivité des tensions : $V_S = V_R + V_L + V_C$

$$V_R = Ri\ ;\ V_L = L\frac{di}{dt} = L\frac{dq^2}{dt^2}\ \ et\ \ V_C = \frac{q}{C}$$

$$D'où :\ V_S = Ri + L\frac{dq^2}{dt^2} + \frac{q}{C}\ :\ équation\ différentielle\ circuit\ RLC$$

2. a)) Impédance d'un circuit RLC

Notations : U : tension efficace et I : intensité efficace

$$Z = \frac{U}{I} = \sqrt{R^2 + \left(L\omega - \frac{1}{C\omega}\right)^2}$$

b)) Déphasage φ de l'intensité i par rapport à la tension u

$$\tan\varphi = \frac{L\omega - \frac{1}{C\omega}}{R + r} = \frac{L(\omega^2 - {\omega_0}^2)}{R\omega}$$

$avec\ {\omega_0}^2 = \frac{1}{LC}$: pulsation propre du circuit

c)) Facteur de puissance : cos φ

$$\cos\varphi = \frac{RI_m}{U_m} = \frac{RI_m}{ZI_m} = \frac{R}{Z}$$

d)) Tension efficace aux bornes de chaque composant

- Tension efficace aux bornes de R : $U_R = RI$
- Tension efficace aux bornes de L : $U_L = Z_L I = L\omega I$
- Tension efficace aux bornes de C : $U_C = Z_C I = \frac{1}{C\omega} I$

e)) Puissance Moyenne consommée dans le circuit

$$P = UI\cos\varphi \quad or \quad \cos\varphi = \frac{R_T}{Z} \Longrightarrow P = R_T I^2$$

3. Résonance d'intensité

a)) Propriétés de la résonance

- La résonance est obtenue pour $= N_0$ ($\omega_0 = 2\pi N_0$), d'où :

$$LC{\omega_0}^2 = 1 \Longrightarrow \omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}}\ et\ N_0 = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}}$$

ω_0 *et* N_0 sont respectivement la pulsation et la fréquence à la résonance.

- A la résonance la tension U=cste et I est maximal, donc Z est minimale. $Z = Z_0 = R\ \ et\ I = I_0 = \frac{U}{Z_0} = \frac{U}{R}$
- A la résonance, u et i sont en phase $\varphi = 0$

b)) Largeur de la bande passante

La bande passante d'un circuit (RLC) désigne l'ensemble des fréquence pour lesquelles la réponse en intensité est supérieur à 71% de la réponse à la résonance.

$$\Delta\omega = \omega_2 - \omega_1 = \frac{R_T}{L} \quad et \quad \Delta N = N_2 - N_1 = \frac{R_T}{2\pi L}$$

c)) Facteur de qualité Q

$$Q = \frac{\omega_0}{\Delta\omega} = \frac{1}{\sqrt{LC}} \times \frac{L}{R_T} = \frac{1}{R_T}\sqrt{\frac{L}{C}} = \frac{1}{RC\omega_0} \quad (sans\ unité)$$

d)) Phénomène de surtension

- La tension maximale du condensateur à la résonance est :

$$U_C = \frac{I_0}{C\omega_0} \; or \; I_0 = \frac{U}{R} \Longrightarrow U_C = \frac{U}{RC\omega_0} = QU$$

- La tension maximum aux bornes de la bobine à la résonance est : $U_L = L\omega_0 I_0 = L\frac{U}{R}\omega_0\frac{\omega_0}{\omega_0} = \frac{L\omega_0{}^2 U}{R\omega_0} = \frac{U}{CR\omega_0} = QU$

D'où : $U_C = U_L = QU$: Q est appelé coefficient de surtension

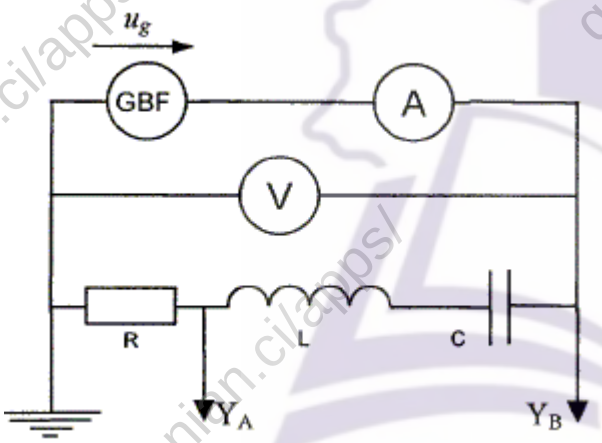
d)) Puissance moyenne à la résonance

$$P = UI\cos\varphi \quad or \text{ à } la\ résonance \quad \varphi = 0 \Rightarrow \cos\varphi = 1$$

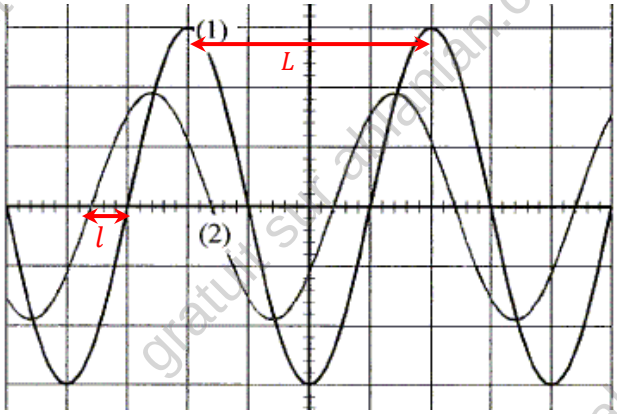
$$P = UI_0$$

III. Etude de tensions Sinusoïdales a l'oscilloscope

On désire étudier le comportement d'un circuit RLC série. On dispose d'un générateur basse tension (GBF), d'un oscilloscope, d'un ampèremètre (A) et d'un voltmètre (V).



On fait maintenant varier la fréquence du GBF. On obtient l'oscillogramme suivant :



1.Fréquence de la tension appliquée au circuit

$$f = \frac{1}{T} \quad avec\ T = période$$

2. Identification des courbes (1) et (2)

- Voie A : on visualise la tension aux bornes de la résistance R u_R
- Voie B : on visualise la tension aux bornes du dipôle RLC u_R.
- Si Z > R donc l'amplitude de la tension u_g est supérieure à celle de la tension u_R .Y_B : courbe 1 et Y_A : courbe 2.
- Si Z < R donc l'amplitude de la tension u_g est inférieur à celle de la tension u_R .Y_A : courbe 1 et Y_B : courbe 2.

3. Déphasage de la tension u_g par rapport à l'intensité du courant i.

On détermine graphique le déphasage la relation :

$$\begin{cases} 2\pi \rightarrow L \\ |\varphi| \rightarrow l \end{cases} \Longrightarrow |\varphi| = \frac{2\pi l}{L}$$

Le déphasage de u par rapport à i est donc :

$$\varphi = \varphi_u - \varphi_i$$

Exercice sur le circuit (RLC)

EXERCICE 01

1. Un solénoïde de longueur l = 5cm comportant N = 1000 spires est parcouru par un courant continu d'intensité I= 2A. Donner les caractéristiques du champ magnétique créé au centre de cette bobine.
2. En réalité, cette bobine possède une résistance R et une inductance L. On maintient entre ses bornes A et B une tension sinusoïdale u de fréquence N = 50Hz. : $u(t) = 110\sqrt{2}sin(\omega t)$. Lorsque la bobine est traversée par un courant d'intensité efficace I = 1,5 A, la puissance moyenne absorbée est P = 81W.

a)) Faire le schéma de la bobine et Calculer le facteur de puissance de cette bobine.

b)) Calculer l'impédance du circuit (R,L) et déduire les valeurs numériques de R et L.

c)) Ecrire l'expression du courant instantané i en fonction de t.

EXERCICE 02

1. On branche un voltmètre aux bornes d'une source de courant alternatif. Il indique 220V. La fréquence du courant est 50Hz. Quelle est la valeur maximale de la tension de la source ?
2. On dispose en série aux bornes de la source précédente un conducteur ohmique de résistance R, une bobine B de résistance r et d'inductance L et un ampèremètre. L'ampèremètre indique $I = 3{,}5A$. Un voltmètre branché aux bornes du conducteur R indique $U_R = 40V$ et aux bornes de la bobine B, $U_B = 120{,}8V$.

a)) Déterminer les impédances Z_R du conducteur ohmique, Z_B de la bobine et Z de l'ensemble {bobine – conducteur}.

b)) Calculer les valeurs de R, r, et L.

c)) Déterminer le déphasage entre la tension aux bornes de la source et l'intensité du courant.

d)) Ecrire l'expression de l'intensité du courant en prenant comme origine des temps l'instant où la tension est maximale.

EXERCICE 03

Une portion de circuit électrique alimentée par une source de tension sinusoïdale de valeur efficace $U = 100V$, de pulsation ω, comprend en série une bobine de résistance $R = 10\Omega$ et d'inductance $L = 0{,}30H$, et un condensateur de capacité $C = 20.10^{-6}$F. L'intensité instantanée du courant qui parcourt le circuit et la tension d'alimentation à ses bornes peuvent s'écrire respectivement : $i(t) = I\sqrt{2}\sin(\omega t)$ et $u(t) = U\sqrt{2}\sin(\omega t + \varphi)$.

1. Donner sans démontrer les expressions littérales :

a)) de l'impédance Z du circuit ;

b)) de la valeur efficace I de l'intensité qui parcourt le circuit ;

c)) du déphasage de la tension par rapport à l'intensité.

Construire le diagramme de Fresnel relatif au circuit.

2. A.N. : Calculer Z, I, φ dans le cas où $\omega = 314rad.s^{-1}$.
3. Soient u_1 et u_2, les valeurs instantanées des tensions qui apparaissent respectivement aux bornes de condensateur et de la bobine.

a)) Calculer numériquement, dans les condition précédentes, les valeurs efficaces U_1 et U_2 correspondant respectivement à u_1 et u_2.

b)) Ecrire les expressions de u_1 et u_2 en fonction du temps t.

EXERCICE 04

Entre deux points A et B, on relie en série, un conducteur ohmique de résistance $R = 12\Omega$, une bobine de résistance interne négligeable et d'inductance L et un condensateur de capacité C. On applique entre A et B une tension sinusoïdale en volt : $u(t) = U\sqrt{2}sin(2\pi Nt + \varphi_1)$ où U = 120 V ; L'expression du courant instantané est : $i(t) = I_{max}\, sin(2\pi Nt)$.

1. On fixe L = 0,20 H ; C = 25 µF et N = 60 Hz.

a)) Vérifier que l'impédance est Z= 33Ω.

b)) Calculer l'intensité efficace I du courant.

c)) Déterminer φ_1.

2. On garde toujours les valeurs précédentes de N, C et L.

a)) Calculer la tension efficace U_{AF} entre A et F.

b)) La tension instantanée entre A et F s'écrit :

$$U_{AF}(t) = U_{AF}\sqrt{2}\,sin(2\pi Nt + \varphi_2)$$

Calculer φ_2 et déduire l'expression $U_{AF}(t)$ en fonction du temps t.



EXRCICE 05

Un dipôle MN est constitué par l'association en série : d'un conducteur ohmique de résistance R, d'une bobine de résistance négligeable et d'inductance L et d'un condensateur de capacité C. On applique aux bornes de ce dipôle une tension sinusoïdale u(t), de pulsation w réglable. L'intensité instantanée du courant traversant le dipôle est alors :$i(t) = I\sqrt{2}\,cos(\omega t)$, I étant l'intensité du courant. On donne une valeur fixe à la tension efficace U appliquée aux bornes du dipôle.

1. Pour une valeur ω_2 de la pulsation ω, la tension appliquée aux bornes du dipôle est : $u(t) = U\sqrt{2}\,cos\left(\omega_2 t + \frac{\pi}{4}\right)$.

a)) Quel est le déphasage φ entre la tension u(t) et l'intensité du courant i(t) ?

b)) En déduire l'impédance Z du dipôle MN.

On donne : R = 20 **Ω**.

c)) Calculer l'intensité efficace I et la tension efficace U, si la valeur efficace de la tension appliquée entre les points P et N est égale à $U_{PN} = 6\sqrt{2}\,V$.

GRATUITS SUR ablanian.com
Téléchargez l'application Ablanian CI sur Play Store et App Store
TÉLÉCHARGEZ L'APPLICATION ABLANIAN CI
DISPONIBLE SUR Google Play
Télécharger dans l'App Store

d)) Montrer que :$\omega_2 = \frac{1}{2}\left(\frac{R}{L} + \sqrt{\left(\frac{R}{L}\right)^2 + 4{\omega_0}^2}\right)$, ω_0 étant la pulsation à la résonance d'intensité de circuit.

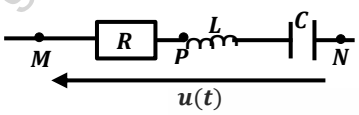
2. Soit ω_1 la pulsation telle que : $\omega_2 - \omega_1 = \frac{R}{L}$.

a)) Montrer que $\sqrt{\omega_1 . \omega_2} = \omega_0$.

b)) Calculer ω_1 et ω_2 si $\omega_0 = 10^4 rad.s^{-1}$ et $\omega_2 - \omega_1 = 2.10^3 rad.s^{-1}$.

c)) En déduire les valeurs de L et C.

3. On donne à la pulsation ω la valeur ω_1. Construire le diagramme de Fresnel relatif à ce circuit RLC en série.



EXERCICE 06

Une portion de circuit AB est constitué d'un conducteur ohmique de résistance R, une bobine d'inductance L et de résistance r, un condensateur de capacité C. On applique entre A et B une tension alternative sinusoïdale de valeur efficace $U_e = 4V$ et de fréquence N variable.On utilisera les expressions

$U_{AB} = U_{AB_{max}} cos(\omega t + \varphi)$ et $i_{AB} = I_{max} cos(\omega t)$.

On donne : $\boldsymbol{R = 345\Omega\ ; r = 55\Omega\ ; L = 0,8H\ ; C = 4,4\mu F, N = 100Hz}$.

1. a)) Donner l'expression de l'impédance Z du circuit et calculer sa valeur numérique.

b)) Faire la constriction de Fresnel relative au circuit considéré.

c)) Donner les expressions numériques de U_{AB} et i_{AB}, valeurs instantanées.

2. Pour quelle valeur de N_O le circuit est à la résonance ?

3. Définir la largeur de la bande passante et déterminer les valeurs des pulsations ω_1 et ω_2 qui la délimite.

4. Montrer que la largeur de la bande passante peut s'écrire en fonction de R, r et L.

5. Exprimer le facteur de qualité du circuit en fonction de ω_0, ω_1, ω_2 et calculer sa valeur.

6. Donner l'expression de la puissance consommée dans le circuit en fonction de R, Z, r et U_e.

7. Calculer la puissance moyenne reçue par le circuit à la résonance.

EXERCICE 07

Entre deux points A et C d'un circuit, on place en série : entre A et B une bobine d'inductance L et de résistance r, entre B et C un conducteur ohmique de résistance R et un générateur de tension sinusoïdale délivre un courant $i(t) = I_{max} sin(\omega t)$ entre A et C. On désigne par φ: la phase de la tension $u_{AC}(t)$ par rapport à i(t), Z_1 l'impédance de la portion (A, B) ; φ_1 la phase de $u_{AB}(t)$ par rapport à $i(t)$. Les mesures des tensions efficaces entre les différents points ont donné :$U_{AB} = U_{BC} = 70V$ et $U_{AC} = 70\sqrt{3}V$

1. Exprimer : a)) $u_{AB}(t)$ en fonction de Z_1, I_{max}, ω et φ_1.

b)) $u_{BC}(t)$ en fonction de R, I_{max} et ω.

2. a)) Construire le diagramme de Fresnel en tensions efficaces relatif à cette expérience.

b)) Calculerφ et φ_1.

3. On donne $R = 100\ \Omega$.

a)) Calculer Z_1 r, L si ω= 100P rad s^{-1}.

b)) Donner l'expression de $u_{AC}(t)$.

EXERCICE 08

1. On considère un dipôle comprenant en série un conducteur ohmique de résistance R=50Ω, une bobine d'inductance L =0,4H et un condensateur de capacité C = 40 µF Aux bornes de ce circuit est appliquée une tension sinusoïdale $u(t) = 20\sqrt{2}\ sin\ (250t)$.

a)) Calculer l'impédance Z du circuit. Conclure.

b)) On règle la fréquence de la tension sinusoïdale à N = 50 Hz. Déterminer le déphasage entre la tension u (t) et le courant i (t).

c)) Donner l'expression du courant instantané i (t).

d)) Calculer la puissance moyenne consommée dans le circuit.

2. a)) Déterminer la capacité C du condensateur pour qu'il y ait résonance.

b)) Avec cette condition, calculer la puissance moyenne consommée par le dipôle RLC et la tension efficace aux bornes de la bobine.

EXERCICE 09

Un circuit (R,L,C) en série a une bande passante de $20\pi\ rad/s$ et un coefficient de qualité $Q = 100$. Alimenté sous une tension sinusoïdale de pulsation ω_o, le circuit est parcourue par un courant d'intensité efficace égale à $100mA$ lorsque la tension efficace est $10V$ (ω_o: pulsation à la résonance d'intensité).

1. Calculer R, L, C et ω_o.

2. a)) Quelle est, à la résonance d'intensité, la tension efficace aux bornes du condensateur ?

b)) Calculer la puissance moyenne consommée dans le circuit.

EXERCICE 10

On place en série une bobine d'inductance L et de résistance $r = 15\Omega$, un conducteur ohmique de résistance $R = 47\Omega$ et un condensateur de capacité $C = 3,3\mu F$.

On branche aux bornes de l'ensemble un générateur G de tension sinusoïdale, de fréquence réglable et de valeur efficace $U_0 = 2,2V$.

1. Faire le schéma du montage permettant de visualiser simultanément sur l'écran d'un oscilloscope bicourbe, les variations de la tension u_G aux borbnes du génerateur et les variations de la tension u_R aux bornes du conducteur ohmique.

2. On fait varier la fréquence N de la tension délivrée par le générateur et on constate que les deux sinusoïdales de

GRATUITS SUR ablanian.com
Téléchargez l'application Ablanian CI sur Play Store et App Store
TÉLÉCHARGEZ L'APPLICATION ABLANIAN CI
DISPONIBLE SUR Google Play
Télécharger dans l'App Store

l'oscillogramme sont en phases quand la fréquence N est égale à 148Hz. On mesure la tension efficace aux bornes du condensateur et on trouve $u_C = 15V$. Calculer :

a)) L'inductance L de la bobine.

b)) L'intensité I' du courant dans le circuit.

c)) La largeur ΔN de la bande passante.

3. On fixe la fréquence du générateur à $N = 200Hz$ et on maintient aux bornes de l'ensemble la tension $U_0 = 2{,}2V$; la bobine a pour inductance $L = 0{,}35H$. Calculer :

a)) L'impédance Z du circuit.

b)) L'intensité efficace I du courant.

c))La tension u_R aux bornes de la résistance R.

d)) La différence de phase entre la tension et l'intensité.

EXERCICE 11

On branche un dipôle constitué par une bobine (L, r) montée en série avec une boite de résistance variable à $R = 10\Omega$ et un condensateur de capacité $C = 1\mu F$. L représente l'inductance de la bobine et $r = 10\Omega$ sa résistance interne. Ce dipôle est alimenté par un générateur à base fréquence (GBF). On souhaite visualiser à un oscilloscope relié à ce dipôle u(t) et i(t) simultanément :

u(t) représente la tension aux bornes du générateur et i(t) le courant qui traverse le dipôle. Sur la voie Y_1 on observe u(t) et sur la voie Y_2 on observe une tension proportionnelle à i(t).On notera R_T la résistance totale du circuit.

1. a)) Schématiser le montage en faisant apparaitre les branchements à l'oscilloscope.

b)) Etablir l'équation différentielle liant u(t) et i(t) du circuit.

c)) Faire la construction de Fresnel relative au circuit étudier.

2. On règle la fréquence du GBF de façon à obtenir à l'oscilloscope deux courbes en phase.

La valeur N_0 de la fréquence à cet instant est voisine de 500Hz.

a)) Quel est le nom qu'on attribue à cet état ?

Déduire la construction de Fresnel du circuit correspondant.

b)) Montrer que l'équation différentielle s'écrit sous la forme : $L\frac{di}{dt} + \frac{1}{C}\int i\,dt = 0$

c)) En exprimant u(t) sous la forme $U_{max}\,sin(2\pi N_0 t)$, trouver à partir de l'équation différentielle de la question précédente la relation reliant N_0 et les caractéristique du circuit.

En déduire la valeur approchée de l'inductance L.

3. On représente la courbe de I_{eff} en fonction de N, en gardant la tension efficace constante et égale à 2V.

On obtient la courbe ci-après :

a)) En déduire de la courbe, la valeur réelle de N_0.

b)) Définir la bande passante. Quelle est sa largeur ΔN.

c)) Qu'appelle-t-on facteur de qualité Q d'un circuit ? L'évaluer.

d)) En utilisant les données expérimentales, calculer les valeurs de R_T , L et C.

4. On note ω_0 la pulsation à la résonance et Q le facteur de qualité.

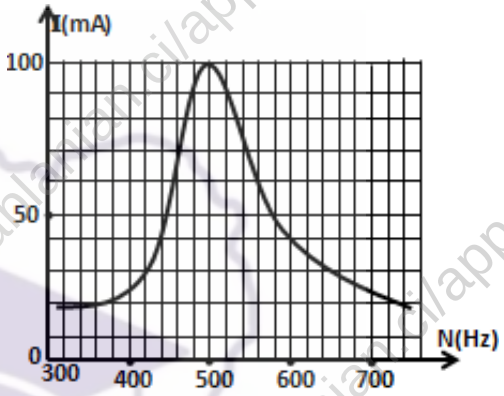
a)) Pour une valeur ω de la pulsation, montrer que le déphasage φ entre u(t) et i(t) vérifie la relation : $tan\,\varphi = Q\left(\frac{\omega}{\omega_0} - \frac{\omega_0}{\omega}\right)$ et montrer que l'impédance Z est donnée par :

$$Z = (R + r)\sqrt{1 + Q^2\left(\frac{\omega}{\omega_0} - \frac{\omega_0}{\omega}\right)^2}$$

b)) Montrer que le facteur de qualité $Q = \frac{1}{R_T}\sqrt{\frac{L}{C}}$.

Calculer sa valeur approchée.

c)) A la résonance l'intensité de la tension efficace U aux bornes de condensateur s'exprime simplement en fonction de U. Quel autre nom peut- t-on donner à Q.



EXERCICE 12

1. Un condensateur de capacité $C = 10\mu F$, préalablement chargé par une tension continue de valeur $U_C = 10V$, est relié à une bobine de résistance négligeable et d'inductance $L = 0{,}1\,H$. A l'instant initial, la chargé du condensateur est $Q_O (Q_O > 0)$ et l'intensité du courant est nulle.

a)) Calculer la valeur de Q_O et établir l'équation différentielle à laquelle obéit la charge q du condensateur.

b)) Exprimer la charge q en fonction du temps t.

En déduire l'intensité maximale du courant.

c)) Calculer l'énergie totale et retrouver l'équation différentielle en calculant la fréquence propre du circuit.

2. On applique une tension de $120\,V, 50\,Hz$ entre les bornes d'un dipôle comportant en série une bobine inductive et résistive et un condensateur. La valeur efficace de la tension entre les bornes du condensateur est 60 V. On donne : $L = 0{,}1H$ *et* $C = 10\,\mu F$.

a)) Calculer l'intensité du courant dans le dipôle.

b)) Calculer l'impédance du dipôle puis La résistance R du conducteur ohmique (le résistive).

c)) Déterminer les valeurs efficaces des tensions aux bornes des composants.

d)) Calculer le déphasage entre u(t) et i(t).

EXERCICE 13

Des élèves d'une classe de terminale scientifique désirent déterminer l'inductance L et la résistance r d'une bobine.

Pour ce faire, ils appliquent aux bornes de la bobine une tension alternative $u(t) = 12\sqrt{2}\cos(100\pi t + 0{,}92)$ sinusoïdale délivrée par un générateur de basse fréquence (GBF).

Un ampèremètre branché dans le circuit électrique indique la valeur efficace $I = 1{,}2A$ de l'intensité du courant électrique.

1. Donner les valeurs de la tension efficace U du GBF, de pulsation ω du GBF et de la phase de la tension u par rapport à l'intensité i du courant électrique.
2. Calculer l'impédance Z du dipôle.
3. a)) Rappeler les expressions $\cos\varphi$ (facteur de puissance) et de $\tan\varphi$

   b)) Déterminer les caractéristiques de la bobine (la résistance r et l'inductance L de la bobine). On prendra : $\varphi = 52{,}7°$.
4. Ils veulent obtenir le phénomène de la résonance d'intensité du courant électrique en insérant dans le circuit électrique un condensateur de capacité C afin de déterminer la valeur du facteur de qualité Q du circuit RLC ainsi constitué. Déterminer la valeur de la capacité C du condensateur.
5. Pour la suite de l'exercice, on prendra C = $400\mu F$; r = 6,0Ω.

   a)) Déterminer la valeur maximale de l'intensité efficace.

   b)) En déduire la valeur efficace Uc de la tension aux bornes du condensateur. c)) Calculer le facteur de qualité Q.
6. Le groupe d'élèves désire vérifier par calcul la valeur de l'inductance L de la bobine. Sur la bobine de longueur l = 40 cm et de section $S = 3{,}18.10^{-2}m^2$, ils lisent $N = 500$ spires.

   a)) Donner l'expression de l'inductance L_{th} de la bobine en fonction de N, μ_0, l et s.

   b)) Calculer la valeur de l'inductance L_{th} de la bobine.

   c)) Comparer les deux valeurs de L et L_{th}.

EXERCICE 14

Un générateur de tension alternative sinusoïdale maintient entre ses bornes une tension $(t) = U\sqrt{2}\sin\omega t$. On place en série aux bornes de ce générateur un résistor MN de résistance $R = 15\ \Omega$ et une bobine d'inductance L et de résistance r.

On observe sur l'écran d'un oscilloscope les courbes représentant les tensions u_{NM} et u_{QM} en fonction du temps.

La sensibilité choisie pour visualiser u_{QM} est $3V.cm^{-1}$, celle pour visualiser u_{NM} est $1V.cm^{-1}$.

La base de temps est sur la graduation $2ms.cm^{-1}$.

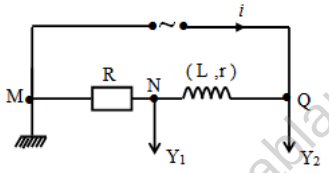


Figure1

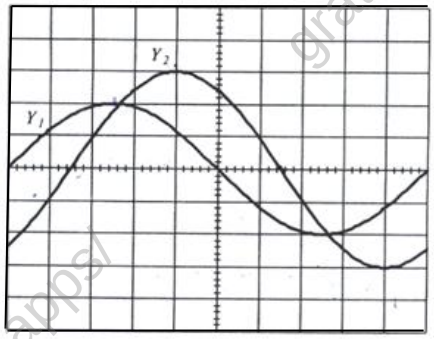


Figure2

1. a)) Déterminer la période des tensions, la fréquence et la pulsation délivré par le générateur.

   b)) Quelle est l'amplitude de chaque tension ?

   Quelle est la valeur efficace de chaque tension ?

   c)) Calculer l'intensité efficace aux bornes du générateur.
2. a)) Déterminer la valeur de la phase de la tension par rapport à l'intensité du courant.

   b)) Donner l'expression de i(t) si $u = U_m\cos\omega t$
3. Déterminer :

   a)) l'impédance totale Z du circuit

   b)) la résistance interne r et l'inductance L de la bobine.

EXERCICE 15

Lors d'une séance de travaux pratiques, on dispose du matériel suivant pour réaliser un circuit RLC série :

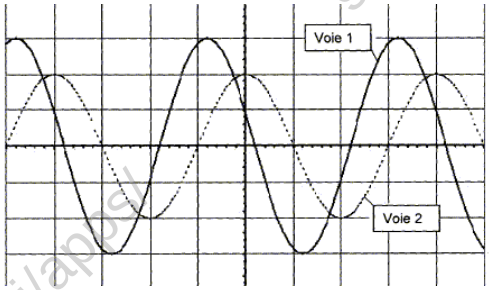
- un générateur basse fréquence ;
- un conducteur ohmique de résistance $R = 220\Omega$;
- un condensateur de capacité C inconnue;
- une bobine d'inductance $L = 0{,}450\ H$ et de résistance interne considérée comme nulle et un oscilloscope.

Pour une certaine fréquence de la tension délivrée par le générateur, on obtient l'oscillogramme suivant :

voie 1 : tension u(t) aux bornes du dipôle, courbe en trait plein

voie 2 : tension $u_R(t)$ aux bornes du conducteur ohmique R, courbe en pointillés.

Base de temps : 1,0 ms / div ; voie 1 : 2 V / div ; voie 2 : 1 V / div.



1. Faire un schéma du circuit étudié et indiquer les branchements de l'oscilloscope pour observer les courbes u(t) et $u_R(t)$. Ajouter les appareils qui permettraient de mesurer la tension aux bornes de la bobine et l'intensité du courant dans le circuit.

GRATUITS SUR ablanian.com
Téléchargez l'application Ablanian CI sur Play Store et App Store
TÉLÉCHARGEZ L'APPLICATION ABLANIAN CI
DISPONIBLE SUR Google Play
Télécharger dans l'App Store

2.a)) Déterminer les valeurs de la période, de la fréquence et de la pulsation du signal délivré par le générateur..

b)) Déterminer les valeurs efficaces U et U_R des tensions visualisées. En déduire la valeur de l'intensité efficace I du courant dans le circuit.

c)) Déterminer le déphasage φde la tension u(t) par rapport à l'intensité i(t). Préciser et justifier son signe.

3. Déduire des résultats précédents :

a)) l'expression de la tension u(t) et de l'intensité i(t) en prenant la tension u(t) comme origine des phases.

b)) le caractère capacitif ou inductif du circuit.

c)) la valeur de l'impédance du dipôle RLC.

d)) La valeur de la capacité du condensateur.

4. On modifie la fréquence de la tension délivrée par le générateur tout en maintenant constante sa valeur efficace.

Pour une fréquence de 86,5 Hz, les deux tensions visualisées sont en phase.

a)) Donner le nom du phénomène observé.

b)) Retrouver la valeur de la capacité C du condensateur.

c)) Indiquer à cette fréquence la valeur de l'impédance du circuit. En déduire la valeur de l'intensité efficace du courant.

EXERCICE 16

1. On considère une bobine de longueur l =75cm, comportant N=1500spires. Cette bobine est considérée comme un solénoïde et parcourue par un courant d'intensité I. Le champ magnétique $\overrightarrow{B}$ au centre de la bobine a une intensité B=4.$1O^{-2}$ T.

On donne: μ_0=4$\pi 10^{-7}$USI

a)) Déterminer les caractéristiques du vecteur champ $\vec{B}$ crée au centre du solénoïde par le passage de I.

b)) Calculer l'inductance L de la bobine et le flux propre du champ $\vec{B}$ à travers ce solénoïde. A.N: S=5,4dm^2 .

2. Une bobine d'inductance $L = 0{,}2H$ montée en série avec une résistance R=8Ω. A la date t=0 , on ferme l'interrupteur K. On donne E=10V.

a)) Etablir l'équation différentielle reliant i à la date t.

Vérifier que $i = \frac{E}{R}(1 - e^{\frac{-t}{\tau}})$ est la solution de cette équation différentielle? Où $\tau = \frac{L}{R}$ la constante de temps du circuit.

b)) Calculer l'énergie magnétique maximale E_{max1} emmagasinée dans la bobine.

3. Soit un condensateur de capacité C chargé sous une tension $U_0 = 10V$, on branche ce condensateur aux bornes d'une d'inductance L=0,2H ; l'intensité maximal du courant dans circuit I_m =36mA.

a)) Etablir l'équation différentielle du circuit à laquelle obéit q(t) et en déduire l'équation horaire de ce mouvement.

b)) Calculer la capacité C et la période propre T_0.

c)) Montrer que l'énergie totale dans circuit est constante et calculer sa valeur notée E_{max2}.

4. On applique une tension $u = 20\sqrt{2}\sin(100t)$ au borne d'un circuit RLC montée en série.

a)) Calculer l'impédance Z du circuit, l'intensité efficace I du courant circulant dans le circuit et son déphasage par rapport à la tension d'alimentation.

On donne : $R = 4\Omega$; $L = 0{,}2H$; $C = 2{,}6\mu F$.

b)) Calculer la puissance moyenne consommée dans le circuit.

c)) Pour quelle valeur de N_0 le circuit est à la résonance ? Déterminer la largeur de la bande passade et le facteur de qualité du circuit. En déduire la puissance moyenne à la résonance.

CORRECTION DES EXERCICES

gratuit sur ablanian.ci/apps/

GRATUITS SUR ablanian.com
Téléchargez l'application Ablanian CI sur Play Store et App Store
TÉLÉCHARGEZ L'APPLICATION ABLANIAN CI
DISPONIBLE SUR Google Play
Télécharger dans l'App Store

Solutions sur le mouvement d'un point matériel

Solution 1

1. Nature du mouvement :

Comme a = constante, alors le mouvement est R.U.V

2. Expressions des vecteurs, accélération, vitesse et position

$\vec{a} = a_x\vec{\imath} = \ddot{x}\,\vec{\imath}$, $\vec{v} = v_x\vec{\imath} = \dot{x}\,\vec{\imath}$ *et* $\overrightarrow{OM} = x\vec{\imath}$

3. Equations horaires du mouvement

- Equation de l'abscisse x(t)

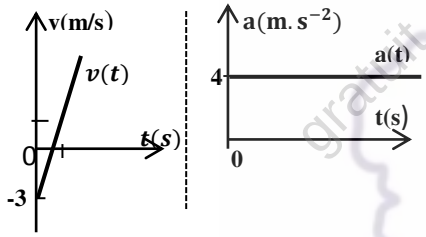
$x(t) = \frac{1}{2}at^2 + v_0t + x_0$, *or* à $t = 0, v_0 = 3m/s$ *et*

$x_0 = 1m \implies x(t) = 2t^2 - 3t + 1$

- Equation de la vitesse v(t) :

$v(t) = at + v_0 \Longrightarrow v(t) = 4t - 3$

- Représentation de v(t) et a(t)



4. Date de passage par l'origine

A l'origine $x(t) = 2t^2 - 3t + 1 = 0$,

d'où : $t_1 = 0{,}5s$ *et* $t_2 = 1s$

A $t_1 = 0{,}5s$, $v = 4 \times 0{,}5 - 3 = -1m.s^{-1}$ *et*

$t_2 = 1s, v = 4 \times 1 - 3 = 1m.s^{-1}$

Entre ces deux dates la valeur de la vitesse change de signe ce qui signifie que le vecteur vitesse change de sens.

A $t = 0{,}5s$ le mouvement est uniformément retardé ($av < 0$) et

à $= 1s$, il est uniformément accéléré ($v > 0, a > 0$).

5. Le mobile change de sens puisque le vecteur vitesse change de sens entre les deux dates t=0,5 et t=1s.

Cela se produit lorsque la vitesse s'annule (arrêt du véhicule) soit

$v(t) = 4t - 3 = 0 \Longrightarrow t_3 = 0{,}75s$

La position :

$OM = x(t_3) = 2 \times 0{,}75^2 - 3 \times 0{,}75 + 1 = -0{,}125m$

Solution 2

1. Equation de la trajectoire

$$\begin{cases} x = 3t \\ y = 0 \\ z = -4t^2 + 5t \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} t = \frac{x}{3} \\ z = -4\left(\frac{x}{3}\right)^2 + \frac{5x}{3} \end{cases}$$

D'où : $z = -\frac{4}{9}x^2 + \frac{5}{3}x$

(c'est un parabole de concavité tourné vers le bas)

2. Vecteur position, vitesse et accélération

- Vecteur position $\overrightarrow{OM}$

$\overrightarrow{OM} = x\vec{\imath} + z\vec{k} = (3t)\vec{\imath} + (-4t^2 + 5t)\vec{k}$,

à $t = 1{,}5s$: $\overrightarrow{OM} = (3 \times 1{,}5)\vec{\imath} + (-4 \times 1{,}5^2 + 5 \times 1{,}5)\vec{k}$

$Soit \quad \overrightarrow{OM} = 4{,}5\vec{\imath} - 1{,}5\vec{k}$

$\|\overrightarrow{OM}\| = \sqrt{4{,}5^2 + 1{,}5^2} = 4{,}74m$

- Vecteur vitesse :

$$\vec{v} = \frac{d\overrightarrow{OM}}{dt} = 3\vec{\imath} + (-8t + 5)\vec{k}$$

à $t = 1{,}5s : \vec{v} = 3\vec{\imath} - 7\vec{k} \Rightarrow \|\vec{v}\| = 7{,}61m.s^{-1}$

- Vecteur accélération :

$$\vec{a} = \frac{d\vec{v}}{dt} = -8\vec{k} \Rightarrow \|\vec{a}\| = 8m.s^{-2} = constante$$

Donc à $t = 1{,}5s$: on a : $a = 8m.s^{-2}$, car le mouvement est uniformément varié suivant Oz et uniforme suivant Ox.

3. a)) Vecteur vitesse au sommet de la trajectoire

Au sommet de la trajectoire : $v_z = 0 \Rightarrow \vec{v} = 3\vec{\imath}$ *et* $\vec{a} = -8\vec{k}$

b)) Vecteur vitesse à son passage au plan z = 0 :

$z = -\frac{4}{9}x^2 + \frac{5}{3}x = 0 \Rightarrow x = 0$ *ou* $x = 3{,}75m$

- Au point d'abscisse x=0 :

$x = 3t = 0 \Rightarrow t = 0 \Rightarrow \vec{v} = 5\vec{k}$ *et* $\vec{a} = -8\vec{k}$

- Au point d'abscisse x = 3,75m :

$x = 3t = 3{,}75 \Rightarrow t = 1{,}25s \Rightarrow \vec{v} = 3\vec{\imath} - 5\vec{k}$ *et* $\vec{a} = -8\vec{k}$

4. a)) Comme le vecteur accélération est constante suivant z, alors aux points O et A on a : $a = 8m.s^{-2} = cste$.

b)) Composante a_t

$a_t = \frac{dv}{dt}$, *or* $v = \sqrt{9 + (-8t + 5)^2} = (64t^2 - 80t + 34)^{1/2}$

$$\Rightarrow a_t = \frac{dv}{dt} = \frac{64t - 40}{\sqrt{64t^2 - 80t + 34}}$$

Composante a_n

On a : $a^2 = {a_t}^2 + {a_n}^2 \Rightarrow a_n = \sqrt{a^2 - {a_t}^2}$

$$\Rightarrow a_n = \sqrt{64 - \frac{(64t - 40)^2}{64t^2 - 80t + 34}} = \sqrt{\frac{576}{64t^2 - 80t + 34}}$$

c)) Rayon de la courbure

$$a_n = \frac{v^2}{R} \Rightarrow R = \frac{v^2}{a_n} = \frac{64t^2 - 80t + 34}{\sqrt{\frac{576}{64t^2 - 80t + 34}}}$$

$$\Longrightarrow R = \left(\frac{(64t^2 - 80t + 34)^3}{576}\right)^{\frac{1}{2}} = \sqrt{\frac{(64t^2 - 80t + 34)^3}{576}}$$

Au point O, t = 0, alors : $R = \left(\frac{(34)^3}{576}\right)^{\frac{1}{2}} = 8{,}26m$

A la date $t = 1{,}5s$

$$R = \left(\frac{(64 \times 1{,}5^2 - 80 \times 1{,}5 + 34)^3}{576}\right)^{\frac{1}{2}} \Longrightarrow R = 18{,}40m$$

GRATUITS SUR ablanian.com
Téléchargez l'application Ablanian CI sur Play Store et App Store
TÉLÉCHARGEZ L'APPLICATION ABLANIAN CI
DISPONIBLE SUR Google Play
Télécharger dans l'App Store

Solution 3

1. Expression de la trajectoire

$\begin{cases} x(t) = t^2 - 1 \\ y(t) = 2t \end{cases}$, en remplaçant t dans x, on a:

$$x = \frac{y^2}{4} - 1 \implies y = 2\sqrt{x+1}$$

- Expression de la vitesse :

$$\vec{v} = \begin{cases} v_x = \frac{dx}{dt} = 2t \\ v_y = \frac{dy}{dt} = 2 \end{cases} \Rightarrow v(t) = \sqrt{4(t^2+1)} = 2\sqrt{(t^2+1)}$$

2. a)) Expression de l'accélération

$$\vec{a} = \begin{cases} a_x = \frac{dv_x}{dt} = 2 \\ a_y = \frac{dv_y}{dt} = 0 \end{cases} \Rightarrow a = 2m.s^{-2}$$

b)) Nature du mouvement

$a =$ cste et $a \times v > 0$,

alors le mouvement est uniformément accéléré.

3. a)) Accélération tangentielle a_t $a_t = \frac{dv}{dt} = \frac{2t}{\sqrt{(t^2+1)}}$

b)) Accélération normale a_n :

$$a^2 = {a_t}^2 + {a_n}^2 \Rightarrow a_n = \sqrt{a^2 - {a_t}^2} \Rightarrow a_n = \frac{2}{\sqrt{(t^2+1)}}$$

c)) Rayon de la courbure : $a_n = \frac{v^2}{\rho} \Rightarrow \rho = \frac{v^2}{a_n} = 2(t^2+1)^{\frac{3}{2}}$

A.N : pour t = 3s : $\rho = 2(3^2+1)^{\frac{3}{2}} = 63{,}24\text{m}$

Solution 4

1. Equation de la trajectoire

$$\begin{cases} x = 2t \\ y = \sqrt{4(1-t^2)} \end{cases} \Rightarrow x^2 + y^2 = 4$$

La trajectoire est un cercle de O(0;0) de rayon R = 2m.

2. Vecteur vitesse et son module

$$\vec{v} = \begin{cases} v_x = \frac{dx}{dt} = 2 \\ v_y = \frac{dy}{dt} = -2t(1-t^2)^{-1/2} \end{cases}$$

$$v = \sqrt{4 + \frac{4t^2}{1-t^2}} \Rightarrow v = \frac{2}{\sqrt{1-t^2}} = 2(1-t^2)^{-1/2}$$

3. a)) Accélération tangentielle et accélération normal

$$a_t = \frac{dv}{dt} = 2t(1-t^2)^{-3/2} \quad et\ a_n = \frac{v^2}{R} = \frac{2}{1-t^2}$$

b)) Composante cartésienne

$$\vec{a} \begin{cases} a_x = \frac{dv_x}{dt} = 0 \\ a_y = \frac{dv_y}{dt} = -2(1-t^2)^{-1/2} - 2t \times \frac{-1}{2} \times (-2t)(1-t^2)^{-3/2} \end{cases}$$

$$\vec{a} = \begin{cases} a_x = \frac{dv_x}{dt} = 0 \\ a_y = \frac{dv_y}{dt} = -2(1-t^2)^{-\frac{3}{2}} \end{cases}$$

c)) Déduisons que le module de $\vec{a}$ est indépendant du repère d'étude

Dans la base cartésienne : $a^2 = {a_x}^2 + {a_y}^2 = \frac{4}{(1-t^2)^3}$

Dans la base de Freinet :

$$a^2 = {a_t}^2 + {a_n}^2 = 4t^2(1-t^2)^{-3} + \frac{4}{(1-t^2)^2}$$

$$a = \frac{4t^2(1-t^2)^{-1} + 4}{(1-t^2)^2} \Rightarrow a^2 = \frac{4}{(1-t^2)^3}$$

Dans les deux bases, $a^2 = \frac{4}{(1-t^2)^3} \Rightarrow a = 2(1-t^2)^{-\frac{3}{2}}$

d'où : le module de $\vec{a}$ est indépendant du repère étudié.

Solution 5

1. Equation horaire du deux coureurs

- Pour le coureur : MRU : $x(t) = vt + x_0$,

Or à t=0, $x_0 = -15 \Rightarrow x_1(t) = 9{,}9t - 15$

- Pour le coéquipier : MRUV :

$x_2(t) = \frac{1}{2}at^2 + v_0t + x_0$,

$$or\ à\ t_0 = 0, v_0 = 0 \Rightarrow x_2(t) = \frac{1}{2}at^2 = \frac{3}{2}t^2 = 1{,}5t^2$$

- Instant du témoin :

Au point du rencontre $x_1 = x_2 \Rightarrow 9{,}9t - 15 = 1{,}5t^2$

$1{,}5t^2 - 9{,}9t + 15 = 0 \implies \Delta = 8 \Rightarrow \sqrt{\Delta} = 2{,}83$

$\Rightarrow t = \frac{9{,}9 \pm 2{,}83}{3} \implies t_1 = 2{,}35s \ \ et \ \ t_2 = 4{,}24s$

2. Les abscisses du point du rencontre

$A\ t_1 = 2{,}35s,\ \ x_1 = 1{,}5 \times 2{,}35^2 = 8{,}28m\ \ et$ à

$t_2 = 4{,}24s$, $x_1 = 1{,}5 \times 4{,}24^2 = 26{,}96m$

- Distances parcourus par les deux coureurs

Pour le 1er coureur, comme il est à 15m de l'origine, alors

$A\ t_1 = 2{,}35s, x_1 = 8{,}28m \ \Rightarrow \ d_1 = 15 + 8{,}28 = 23{,}28m$

$A\ t_2 = 4{,}24s, x_2 = 26{,}96m, d_2 = 15 + 26{,}96 = 41{,}96m$

Pour le coéquipier : les distances parcourues sont confondues aux abscisses du rencontre : $x_1\ et\ x_2$.

3. Instant où la vitesse du coéquipier est $v = 9{,}9\text{m.s}^{-1}$

MRUV : $v = at = 3t = 9{,}9 \Rightarrow t = 3{,}3s$

- Distance parcourue à cet instant :

$d = 1{,}5t^2 = 1{,}5 \times 3{,}3^2 = 16{,}335m$

Solution 6

1. Les lois horaires x_1(t) et x_2(t) de l'automobile et du camion

Pour l'automobile : Il y a deux phases

- Pour $t \in [0\,;7s]$, le MRUV

$x_1(t) = \frac{1}{2}at^2 + v_0t + x_0$, or à $t_0 = 0, v_0 = 0\ et\ x_0 = 0.$

$\Rightarrow x_1(t) = \frac{1}{2}at^2 = \frac{2{,}5}{2}t^2 = 1{,}25t^2$ et $v_1 = at = 2{,}5t$, à $= 7s$,

$x_1 = 1{,}25 \times 7^2 = 61{,}25m$ et

$v = 2{,}5 \times 7 = 17{,}5m.s^{-1}$

- Pour $t > 7s$, le mouvement est uniforme de vitesse

$v = 17{,}5m.s^{-1}$ et d'équation horaire :

TÉLÉCHARGEZ L'APPLICATION ABLANIAN CI
DISPONIBLE SUR Google Play
Télécharger dans l'App Store

$$x'_1(t) = v(t - t_0) + x_0$$

A t = 7s, $x_0 = 61{,}25m \Rightarrow$

$$x'_1(t) = 17{,}5(t - 7) + 61{,}25 = 17{,}5t - 61$$

Pour le camion : MRU de vitesse $v = 12{,}5m.s^{-1}$

$x_2(t) = vt + x_0 = 12{,}5t - 20$

2. Les durées des dépassements θ_1 et θ_2.

- Pour $t \in [0\,;7s]$, $x_1 = x_2 \Rightarrow 1{,}25t^2 = 12{,}5t - 20$

$1{,}25t^2 - 12{,}5t + 20 = 0$, $\Delta = 56{,}25 \Rightarrow \sqrt{\Delta} = 7{,}5 \Longrightarrow$

$$t = \frac{12{,}5 - 7{,}5}{2{,}5} = 2s \text{ ou } t' = \frac{12{,}5 + 7{,}5}{2{,}5} = 8s$$

Pour $t' = 8s \notin [0;7s] \Longrightarrow \theta_1 = 2s$ et pour $t \in [7s\,;+\infty[$,

$x'_1 = x_2$ *si et seulement si* :

$$17{,}5t - 61 = 12{,}5t - 20 \Longrightarrow \theta_2 = t = \frac{41}{5} = 8{,}2s$$

- Déduire les abscisses des dépassements x_1 et x_2

Pour $\theta_1 = 2s$, $x_1 = 1{,}25 \times 2^2 = 5m$ et

pour $\theta_2 = 8{,}2s$, $x_2 = 1{,}25 \times 8{,}2^2 = 84{,}05m$

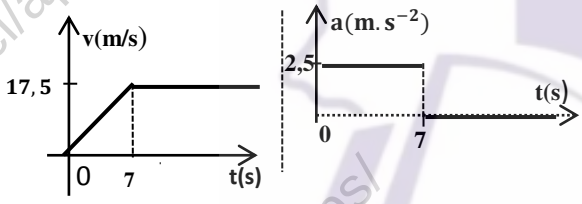
3. Vitesses de l'automobile aux instants θ_1 et θ_2

Pour l'automobile :

à t = θ_1, $v_1 = 2{,}5t = 2{,}5 \times 2 = 5m.s^{-1}$

pour $t = \theta_2 \in [7s\,;+\infty[$, le mouvement est uniforme de vitesse : $v = 17{,}5m.s^{-1} = cste$

4. Représentation graphique de v(t) et a(t



5. a)) Si $v_2 = 30{,}6km.h^{-1} = 8{,}5m.s^{-1}$, alors

$x'_2(t) = 8{,}5t - 20$, il y a dépassement si, $x_1 = x'_2$,

ce qui revient à résoudre l'équation :

$1{,}25t^2 - 8{,}5t + 20 = 0$, *qui n'a pas de solution* car $\Delta < 0$,

d'où ils ne vont pas se rencontrer donc pas de rattrapage.

b)) Détermination de la distance minimale

$\Delta x = x'_2 - x_1 = 1{,}25t^2 - 8{,}5t + 20$, est minimale si sa dérivée par rapport au temps est nulle :

$$\Delta x' \frac{d}{dt}(\Delta x) = 2{,}5t - 8{,}5 = 0\,, t_{min} = \frac{8{,}5}{2{,}5} = 3{,}4s$$

$$\Delta x_{min} = 1{,}25 \times 3{,},4^2 - 8{,}5 \times 3{,}4 + 20 = 4{,}53m$$

Solution 7

1. Equations horaires du mouvement

En prenant comme origine des dates et d'abscisse l'instant où le train démarre, alors :

- Pour le train : MRUV :

$$x_1(t) = \frac{1}{2}at^2 + v_0t + x_0\,, or \text{ à } t_0 = 0, v_0 = 0$$

$x_1(t) = \frac{1}{2}at^2 \Longrightarrow x_1(t) = 0{,}5t^2$ et $v(t) = t$

- Pour le voyageur : MRU de vitesse v = 6 ms^{-1} :

$x_2(t) = vt + x_0 \Rightarrow x_2(t) = 6t - 20$

2. il y a rattrapage si, $x_1 = x'_2$, ce qui revient à résoudre l'équation : $0{,}5t^2 - 6tt + 20 = 0$, qui n'a pas de solution car $\Delta < 0$ d'où ils ne vont pas se rencontrer.

Alors le voyageur ne rattrapera le train.

3. Détermination de la distance minimale

$\Delta x = x'_2 - x_1 = 0{,}5t^2 - 6t + 20$, est minimale si sa dérivée para rapport au temps est nulle :

$\frac{d}{dt}(\Delta x) = \Delta x' = t - 6 = 0 \Rightarrow t_{min} = 6s$

$\Delta x_{min} = 0{,}5 \times 6^2 - 6 \times 6 + 20 = 2m.$

Solution 8

a)) Equation horaire du mouvement

$$z_1(t) = \frac{1}{2}at^2 + v_0t + z_0\,, or \text{ à } t_0 = 0, et\ z_0 = 0$$

$$\Longrightarrow z_1(t) = \frac{1}{2}at^2 + v_0t = -5t^2 + 30t$$

b)) Altitude maximale

Au point maximal, $\frac{dZ}{dt} = 0 \Rightarrow -10t + 30 = 0 \Rightarrow t = 3s$,

$$Z_{max} = -5 \times 3^2 + 30 \times 3 = 45m$$

La bille A atteint son altitude maximale,

$Z_{max} = 45m$ à la date $t = 3s$.

2. Equation horaire de la bille B

$$z_2(t) = \frac{1}{2}a(t - t_0)^2 + v_0(t - t_0)$$

$$\Rightarrow z_2(t) = -5(t-3)^2 + 30(t-3) = -5t^2 + 60t - 135$$

- Instant et abscisse du rencontre

Au point du rencontre

$z_1(t_R) = z_2(t_R) \Rightarrow 30t_R - 135 = 0\,, pour\ t_R = 4{,}5s$

$z_R = -5 \times 4{,}5^2 + 30 \times 4{,}5 = 33{,}75m$

Solution 09

1. Distance parcourue pendant la 1ère phase

Phase 1 : MRUA : $x_1(t) = \frac{1}{2}at^2 = 0{,}6t^2\ et\ v_1 = 1{,}2t$

A t=10s, $d_1 = 0{,}6.10^2 = 60m\ et\ v_1 = 1{,}2.10 = 12m.s^{-1}$

2. Distance parcourue pendant la 2ème phase

Phase 2 : MRU :

$$v_1 = v_2 = \frac{d_2}{t_2} \Rightarrow d_2 = v_1t_2 = 12 \times 20 = 240m$$

3. Accélération a_3 du mobile pendant la 3ème phase

R.I.T : $\Delta v^2 = -{v_1}^2 = 2a_3d_3$

GRATUITS SUR ablanian.com
Téléchargez l'application Ablanian CI sur Play Store et App Store
TÉLÉCHARGEZ L'APPLICATION ABLANIAN CI
DISPONIBLE SUR Google Play Télécharger dans l'App Store

$$\Rightarrow a_3 = \frac{-{v_1}^2}{2d_3} = \frac{-12^2}{2\times 8} = -9m.s^{-2}$$

Durée mise par le mobile pendant la 3ème phase :

$$\Delta v = -v_1 = a_3 t_3 \Rightarrow t_3 = \frac{-v_1}{a_3} = \frac{-12}{-9} = 1{,}33s$$

4. Durée totale et la distance totale parcourue

$T = t_1 + t_2 + t_3 = 10 + 20 + 1{,}33 = 31{,}33s$ et

$$D = 60 + 240 + 8 = 308m$$

Vitesse moyenne : $v_{moy} = \frac{D}{T} = \frac{308}{31{,}33} = 9{,}83m.s^{-1}$

Solution 10

a)) Durée de freinage :

$$\Delta v = -v_1 = a_3 t_3 \Rightarrow t_3 = \frac{-v_1}{a_3} = \frac{-20}{-0{,}5} = 40s$$

b)) Distance parcourue pendant la 2ème phase

Phase1 : MRUA : $x_1(t) = \frac{1}{2}at^2$, Or

$$\Delta v = v_1 = a_1 t_1 \Rightarrow a_1 = \frac{v_1}{t_1} = \frac{20}{25} = 0{,}8m.s^{-2}$$

$$x_1(t) = 0{,}4t^2 \Rightarrow \text{à } t = 25s,\ d_1 = 0{,}4\times 25^2 = 250m$$

Phase 3 : MRUD : R.I.T : $\Delta v^2 = -{v_1}^2 = 2a_3 d_3$

$\Rightarrow d_3 = \frac{-{v_1}^2}{a_3} \Rightarrow d_3 = \frac{-20^2}{2(-0{,}5)} = 400m$

$D = d_1 + d_2 + d_3 \Rightarrow d_2 = D - (d_1 + d_3)$

$d_2 = 10^4 - (250 + 400) \Rightarrow d_2 = 9{,}3510^3 m = 9{,}35km$

c)) Durée totale du mouvement

Pour la 2ème phase :

$$v_1 = v_2 = \frac{d_2}{t_2} \Rightarrow t_2 = \frac{d_1}{v_1} = \frac{9350}{20} = 467{,}5s$$

$$\Rightarrow T = t_1 + t_2 + t_3 = 25 + 467{,}5 + 40$$

$$T = 532{,}5s = 8min52{,}5s$$

Solution 11

1. Equations horaires du mouvement

-Phase1 : (de A à B) MRUD

$x_1(t) = \frac{1}{2}a_1 t^2 + v_A t + x_A$, *or à* $t_0 = 0, x_A = 0$

$x_1(t) = \frac{1}{2}a_1 t^2 + v_A t$ *et* $v_1(t) = a_1 t + v_0$

$v_B = 15km.h^{-1} = 15\text{m}.s^{-1}$ et $v_B = 36kmh^{-1} = 10m.s^{-1}$

RIT : ${v_B}^2 - {v_A}^2 = 2a_1 AB \Rightarrow$

$$a_1 = \frac{{v_B}^2 - {v_A}^2}{2AB} = \frac{10^2 - 15^2}{2\times 125} = -0{,}5m.s^{-2}$$

$$x_1(t) = -0{,}25t^2 + 15t \text{ et } v_1(t) = -0{,}5t + 15$$

Au point B, $v_B = -0{,}5t_B + 15 = 10 \Rightarrow t_B = 10s$

- Phase 2 : (de B à C) MRU de vitesse :

$v_B = v_C = 10m.s^{-1}$

$x_2(t) = v_B(t - t_B) + x_B \Rightarrow x_2(t) = 10(t - 10) + 125$

$\Rightarrow x_2(t) = 10t + 25$

- Phase 3 : (de C à D) : MRUA

$x_3(t) = \frac{1}{2}a_3(t - t_C)^2 + v_C(t - t_C) + x_C$

et $v_3(t) = a_3(t - t_C) + v_C$

Or au point C, $t_C = 10 + 60 = 70s$ et

$$x_C = 10(70) + 25 = 725m$$

$v_D - v_C = a_3\Delta t \Rightarrow a_3 = \frac{v_D - v_C}{\Delta t} = \frac{15-10}{20} = 0{,}25m.s^{-2}$

$$\begin{cases} x_3(t) = \frac{1}{2}\times 0{,}25(t-70)^2 + 10(t-70) + 7252 \\ v_3(t) = 0{,}25(t-70) + 10 \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} x_3(t) = 0{,}125t^2 - 7{,}5t + 637{,}5 \\ v_3(t) = 0{,}25t - 7{,}5 \end{cases}$$

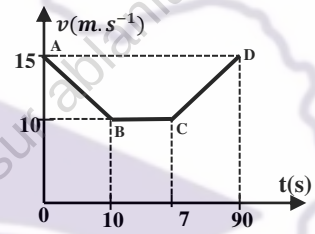
- Valeur de la distance AD

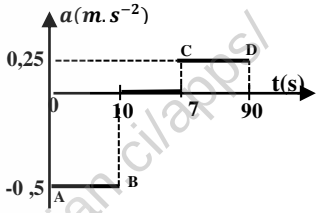
La durée totale mise sur le trajet est :

$$t_{AD} = 10 + 60 + 20 = 90s$$

$$AD = 0{,}125(90)^2 - 7{,}5(90) + 637{,}5 = 975m$$

2. Diagramme de v(t) et a(t)





Solution 12

1. Vitesse maximale acquise par la voiture

Phase1 (MRUA) : RIT : ${v_B}^2 - {v_A}^2 = 2a_1 AB$,

$$\text{Or } v_A = 0 \Rightarrow {v_B}^2 = 2a_1 AB \Rightarrow AB = \frac{{v_B}^2}{2a_1}$$

Phase 2 : (MRU) : $v_B = v_C = \frac{BC}{t_{BC}} \Rightarrow BC = v_B t_{BC}$

Phase 3 : (MRUD) : RIT : $-{v_B}^2 = 2a_2 CD \Rightarrow CD = \frac{-{v_B}^2}{2a_2}$

$$Or\ AD = AB + BC + CD \Rightarrow \frac{{v_B}^2}{2a_1} + v_B t_{BC} + \frac{-{v_B}^2}{2a_2} = AD$$

$$\Rightarrow \frac{{v_B}^2}{0{,}2} + v_B(14\times 60) + \frac{-{v_B}^2}{-0{,}2} = 13720$$

$5{v_B}^2 + 840v_B + 5{v_B}^2 - 1370 = 0 \Rightarrow {v_B}^2 + 84v_B - 1372 = 0$

$\Delta = 84^2 + 4\times 1372 = 12544 \Rightarrow \sqrt{\Delta} = 112$,

$$v_B = \frac{-84 \pm 112}{2} \Rightarrow v_B = 14m.s^{-1}$$

D'où la vitesse maximum acquise est: $v_B = 14m.s^{-1}$

2. Durée totale du parcours ABCD

Phase 1 : $v_B = a_1 t_{AB} \Rightarrow t_{AB} = \frac{v_B}{a_1} = \frac{14}{0{,}1} = 140s$;

Phase 2 : $t_{BC} = 14min = 840s$

Phase 3 : $v_D - v_C = a_2 t_{CD} \Rightarrow t_{CD} = \frac{-v_B}{a_2} = \frac{-14}{-0{,}1} = 140s$

$t_{AD} = t_{AB} + t_{BC} + t_{CD} = 140 + 840 + 140 = 1120s$

GRATUITS SUR ablanian.com
Téléchargez l'application Ablanian CI sur Play Store et App Store
TÉLÉCHARGEZ L'APPLICATION ABLANIAN CI
DISPONIBLE SUR Google Play
Télécharger dans l'App Store

3. Calcul de distance AB, BC et CD

$$AB = \frac{{v_B}^2}{2a_1} = \frac{14^2}{0,2} = 980m\,;$$

$$BC = v_B t_{BC} = 14 \times 840 = 11760m$$

$$CD = \frac{-{v_B}^2}{2a_2} = \frac{14^2}{-0,2} = 980m$$

4. Vitesse moyenne de la voiture sur sa trajectoire :

$$v_{moy} = \frac{AD}{t_{AD}} = \frac{13720}{1120} = 12,25m.s^{-1}$$

5. Equations horaires du mouvement

Phase1 : MRUA :

$$x_1(t) = \frac{1}{2}a_1t^2 + v_At + x_A\,, or\ à\ t_0 = 0, x_A = 0\ et\ v_A = 0$$

$x_1(t) = \frac{1}{2}a_1t^2 = 0,05t^2$ et $v_1(t) = 0,1t$

- Phase 2 : (de B à C) MRU : de vitesse

$$v_B = v_C = 14m.s^{-1}$$

$$x_2(t) = v_B(t - t_B) + x_B \Rightarrow x_2(t) = 14(t - 140) + 840$$

$$\Rightarrow x_2(t) = 14t - 1120$$

- Phase 3 : (de C à D) : MRUA

$$x_3(t) = \frac{1}{2}a_3(t - t_C)^2 + v_C(t - t_C) + x_C$$

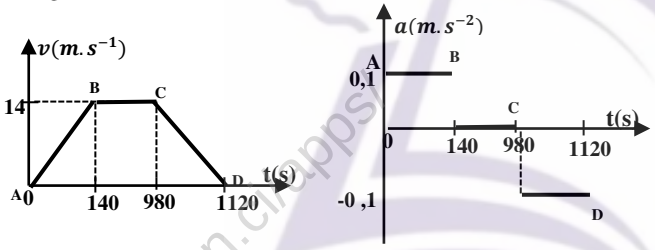
$$et\ v_3(t) = a_3(t - t_C) + v_C$$

$$x_3(t) = -\frac{1}{2} \times 0,1(t - 980)^2 + 14(t - 980) + 12740$$

$x_3(t) = -0,05t^2 + 112t - 49000$ et

$v_3(t) = -0,1(t - 980) + 14 = -0,1t + 112$

6. Diagramme de v(t) et a(t)



Solution 13

1. a)) Equations horaires du mouvement de la rame

$$x_1(t) = \frac{1}{2}at^2 + v_0t + x_0\,, or\ à\ t_0 = 0, x_0 = 0\ et\ v_0 = v_0$$

$x_1(t) = \frac{1}{2}a{\theta_1}^2 + v_0\theta_1$ et $v_1 = a\theta_1 + v_0$ et

$$x_2(t) = \frac{1}{2}a{\theta_2}^2 + v_1\theta_2 \Rightarrow x_2(t) = \frac{1}{2}a{\theta_2}^2 + (a\theta_1 + v_0)\theta_2$$

b)) Valeur de l'accélération a et de la vitesse v_0

Pour $\theta_1 = 2s$, $x_1 = 2a + 2v_0 = 24\ (1)$ et

Pour $\theta_2 = 2s$, $x_2 = 6a + 2v_0 = 32\ (2)$

$(2) - (1) \Rightarrow 4a = 8 \Rightarrow a = 2m.s^{-2}$ et $v_0 = 10m.s^{-1}$

2. Vitesse de la rame dans la phase uniforme

$v = at + v_0 = 2t + 10$, à t=10s, $v = 2(10) + 10 = 30m.s^{-1}$

$$v = \frac{d_2}{\theta_4} \Rightarrow d_2 = v\theta_4 = 30 \times 30 = 900m$$

3. a)) Distance parcourue pendant la phase de décélération

R.I.T : $-v^2 = 2ad_3 \Rightarrow d_3 = \frac{-v^2}{2a} = \frac{-30^2}{2(-2)} = 225m$

b)) Distance totale parcourue

$$d_1 = \frac{1}{2}at^2 + v_0t = t^2 + 10t = 10^2 + 10 \times 10 = 200m$$

$$D = d_1 + d_2 + d_3 = 200 + 900 + 225 = 1325m$$

Solution 14

1. Lois horaires du mouvement

- Phase 1 : MRUA : $x_1(t) = \frac{1}{2}a_1t^2 + v_0t + x_0$,

$$or\ à\ t_0 = 0, x_0 = 0\ et\ v_0 = 0 \Rightarrow$$

$$x_1(t) = \frac{1}{2}a_1t^2 \Rightarrow x_1(t) = \frac{1}{2}a_1{\theta_1}^2\ et\ v_1(t) = a_1\theta_1$$

- Phase2 : MRUD : $x_2(t) = -\frac{1}{2}|a_2|{\theta_2}^2 + a_1\theta_1\theta_2 + x_1$

$$et\ v_2(t) = -|a_2|\theta_2 + a_1\theta_1$$

2. a)) Relation entre a_1, a_2, θ_1 et θ_2.

A l'arrêt $et\ v_2(t) = -|a_2|\theta_2 + a_1\theta_1 = 0 \Rightarrow \theta_2 = \frac{a_1\theta_1}{|a_2|}$

b)) Montrons que $\theta_1 = \sqrt{\frac{2D|a_2|}{|a_2|a_1 + {a_1}^2}}$

$$On\ a : x_2(t) = -\frac{1}{2}|a_2|{\theta_2}^2 + a_1\theta_1\theta_2 + \frac{1}{2}a_1{\theta_1}^2 = D$$

$\Rightarrow -|a_2|{\theta_2}^2 + 2a_1\theta_1\theta_2 + a_1{\theta_1}^2 = 2D$, or $\theta_2 = \frac{a_1\theta_1}{|a_2|} \Rightarrow$

$$-|a_2|\left(\frac{a_1\theta_1}{|a_2|}\right)^2 + 2a_1\theta_1\frac{a_1\theta_1}{|a_2|} + a_1{\theta_1}^2 = 2D$$

$$\Rightarrow -{a_1}^2{\theta_1}^2 + 2{a_1}^2{\theta_1}^2 + a_1{\theta_1}^2|a_2| = 2D|a_2|$$

$$a_1{}^2{\theta_1}^2 + a_1{\theta_1}^2|a_2| = 2D\,|a_2| \Rightarrow \theta_1 = \sqrt{\frac{2D\,|a_2|}{{a_1}^2 + a_1|a_2|}}$$

c)) En déduisons les valeurs de θ_1 et θ_2

$$\theta_1 = \sqrt{\frac{2 \times 1500 \times\ 5.10^{-2}}{0,85^2 + 0,85 \times 0,05}} = 14s\ et$$

$$\theta_2 = \frac{0,85 \times 14}{0,05} = 238s$$

3. Calcul des longueurs l_1 et l_2

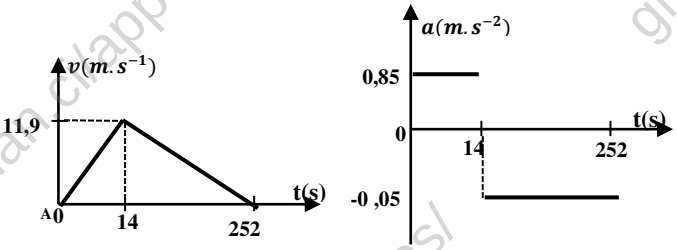
$$l_1 = \frac{1}{2}a_1{\theta_1}^2 = \frac{1}{2} \times 0,85 \times 14^2 = 83,3m\ et$$

$$l_2 = D - l_1 = 1500 - 83,3 = 1416,7m$$

Vitesse maximale atteinte par la rame :

$$v_{max} = a_1\theta_1 = 0,85 \times 14 = 11,9m.s^{-1}$$

4. Représentation graphique de v(t) et a(t)



GRATUITS SUR ablanian.com
Téléchargez l'application Ablanian CI sur Play Store et App Store
TÉLÉCHARGEZ L'APPLICATION ABLANIAN CI
DISPONIBLE SUR Google Play
Télécharger dans l'App Store

Solution 15

1. a)) Montrons que le mouvement est C.U

Dans la base de Frenet $(\vec{T},\vec{N})$:

$$\vec{a}=a_T\vec{T}+a_N\vec{N}=\frac{dv}{dt}\vec{T}+\frac{V^2}{R}\vec{N}=50\vec{N}\Rightarrow\frac{dv}{dt}=0\Rightarrow v=cste$$

Par ailleurs le mouvement est circulaire, alors le mouvement de est circulaire uniforme.

b)) Détermination du rayon de la trajectoire

$$T=\frac{2\pi}{\omega}\Rightarrow T^2=\frac{4\pi^2}{\omega^2}\ or\ a=a_N=\frac{v^2}{R}=R\omega^2=50m.s^{-2}$$

$$soit\quad \omega^2=\frac{a}{R}\Rightarrow T^2=\frac{4\pi^2R}{a}$$

$$R=\frac{T^2a}{4\pi^2}=\frac{(0{,}4\pi)^2\times 50}{4\pi^2}=2m$$

2. a)) Montrons que v est constante

$$\vec{v}=\begin{cases}v_x=\dfrac{dx}{dt}=-a\omega\,sin(\omega t)\\ v_y=\dfrac{dy}{dt}=a\omega\,cos(\omega t)\end{cases}$$

$$v=\sqrt{a^2\omega^2\left(sin^2(\omega t)+cos^2(\omega t)\right)}=a\omega=cste$$

$$v=10m.s^{-1}$$

b)) Montrons que l'accélération est constante

$$\vec{a}=\begin{cases}a_x=\dfrac{dv_x}{dt}=-a\omega^2\,cos(\omega t)\\ a_y=\dfrac{dv_y}{dt}=-a\omega^2\,sin(\omega t)\end{cases}$$

$$a=\sqrt{a^2\omega^4\left(cos^2(\omega t)+sin^2(\omega t)\right)}=a\omega^2=cste,$$

$a=10ms^{-2}$.

c)) Nature de la trajectoire

$$\begin{cases}x=a\cos(\omega t)\\ y=a\sin(\omega t)\end{cases}\Rightarrow x^2+y^2=a^2$$

La trajectoire est un cercle de centre O et de rayon $R=a$ et le mouvement est circulaire uniforme, alors le vecteur accélération $\vec{a}$ est centripète, radial et d'intensité $a=10ms^{-2}$.

Solution 16

a)) Vitesse angulaire, période et la fréquence

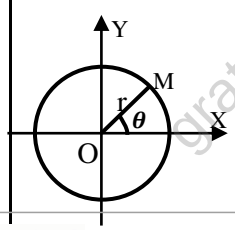
$$\theta(t)=5t+\pi/8\Rightarrow\omega=5rad.s^{-1};$$

$$T=\frac{2\pi}{\omega}=\frac{2\pi}{5}=1{,}256s\ et\ f=\frac{1}{T}=\frac{1}{1{,}256}=0{,}796Hz$$

b)) Mouvement de M sur OX et sur OY :

$$\cos\theta=\frac{X}{r}\Rightarrow X=r\cos\theta\ et\ \sin\theta=\frac{Y}{r}\Rightarrow Y=r\sin\theta$$

c)) Equation de la trajectoire



$$\begin{cases}X=r\cos\theta\\ Y=r\sin\theta\end{cases}$$

$\Rightarrow X^2+Y^2=r^2$ (cercle de rayon r)

d)) Module du vecteur vitesse

$$\vec{v}\begin{cases}v_X=\dfrac{dX}{dt}=-r\dot{\theta}\,sin\,\theta\\ v_Y=\dfrac{dY}{dt}=r\dot{\theta}\,cos\,\theta\end{cases}$$

$$\Rightarrow v=\sqrt{r^2\dot{\theta}^2(sin^2\theta+cos^2\theta)}=r\dot{\theta}=0{,}05\times 5=0{,}25ms^{-1}$$

Montrons que $\overrightarrow{OM}\ \perp\ \vec{v}$:

$\overrightarrow{OM}=(r\cos\theta)\vec{\imath}+(r\sin\theta)\vec{\jmath}$ et $\vec{v}=\left(-r\dot{\theta}\sin\theta\right)\vec{\imath}+\left(r\,\dot{\theta}\cos\theta\right)\vec{\jmath}$

$\overrightarrow{OM}.\vec{v}=-r^2\cos\theta\sin\theta+r^2\sin\theta\cos\theta=0\Rightarrow\overrightarrow{OM}\perp\vec{v}$

e)) Le mouvement de M est circulaire uniforme car $v=cste$.

Vecteur accélération :

$$\vec{a}=\begin{cases}a_X=\dfrac{dv_X}{dt}=-r\dot{\theta}^2\cos\theta\\ a_Y=\dfrac{dv_Y}{dt}=-r\dot{\theta}^2\sin\theta\end{cases}\Rightarrow v=\sqrt{r^2\dot{\theta}^4(cos^2\theta+sin^2\theta)}$$

$\Rightarrow v=r\dot{\theta}^2=r\omega^2=a_N$

$\vec{a}=\left(-r\dot{\theta}^2\cos\theta\right)\vec{\imath}+\left(-r\dot{\theta}^2\sin\theta\right)\vec{\jmath}$

$\vec{a}=-\dot{\theta}^2(r\cos\theta\vec{\imath}+r\sin\theta\,\vec{\jmath})=-\dot{\theta}^2\overrightarrow{OM}$ (radial)

Alors le vecteur accélération est radial et centripète :

$a=r\omega^2=0{,}05\times 5^2=1{,}25m.s^{-2}$.

Solution 17

Calculons la durée totale de rotation

Phase 1 : M.U.A : $\Delta\omega=\ddot{\theta}_1\Delta t\Rightarrow\ddot{\theta}_1=\frac{\Delta\omega}{\Delta t}=\frac{\omega}{\Delta t}=\frac{2\pi N}{\Delta t}$

$$\ddot{\theta}_1=\frac{2\pi\times 120}{60\times 60}=0{,}21rad.s^{-2}$$

$\theta(t)=\frac{1}{2}\ddot{\theta}t^2=\frac{1}{2}\times 0{,}21t^2=0{,}105t^2\ \ et\ \omega(t)=\ddot{\theta}t=0{,}21t$ et

à $t=60s$: $\theta=0{,}105\times 60^2=378rad\ et$

$\omega=0{,}21\times 60=12{,}6rad.s^{-2}$

$R.I.T$: $\Delta\omega^2=\omega^2=2\ddot{\theta}_1\Delta\theta=2\ddot{\theta}_1\times 2\pi n_1\Rightarrow n_1=\dfrac{\omega^2}{4\pi\ddot{\theta}_1}$

$$n_1=\frac{12{,}6^2}{4\pi\times 0{,}2}=63{,}17tours$$

Phase 2 : M.U : $\Delta\theta=2\pi n_2=\omega\Delta t\Rightarrow n_2=\frac{\omega\Delta t}{2\pi}$

Phase 3 : M.U.D :

$$\Delta\omega=\ddot{\theta}_2\Delta t\Rightarrow\ddot{\theta}_2=\frac{\Delta\omega}{\Delta t}=\frac{-\omega}{\Delta t}=\frac{-12{,}6}{5\times 60}=-0{,}042rad.s^{-2}$$

$$R.I.T:\Delta\omega^2=-\omega^2=2\ddot{\theta}_2\Delta\theta=2\ddot{\theta}_2\times 2\pi n_3\Rightarrow n_3=\frac{-\omega^2}{4\pi\ddot{\theta}_2}$$

$$n_3=\frac{-12{,}6^2}{4\pi(-0{,}042)}=300{,}8tours$$

Le nombre de tours total effectué par la roue est : $n=1560tours$

$$n=n_1+n_2+n_3\Rightarrow n_2=n-(n_1+n_3)$$

$$n_2=1560-(63{,}17+300{,}8)=1196{,}03tours$$

$$n_2=\frac{\omega\Delta t}{2\pi}\Rightarrow\Delta t_2=\frac{2\pi n_2}{\omega}=\frac{2\pi\times 1196{,}03}{12}=626{,}24s$$

$$\Delta t_2=10min56{,}24s$$

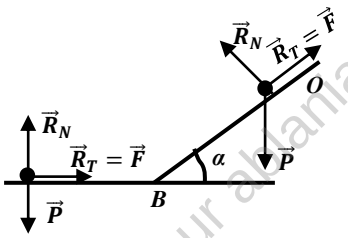
La durée totale de rotation est :

$$T=1min+10min56{,}24s+5min=16min56{,}24s$$

GRATUITS SUR ablanian.com
Téléchargez l'application Ablanian CI sur Play Store et App Store
TÉLÉCHARGEZ L'APPLICATION ABLANIAN CI
DISPONIBLE SUR Google Play
Télécharger dans l'App Store

Solutions sur la R.F.D

Solution 1



1. a)) Equations horaires du mouvement

Le solide (S) est soumis à son poids $\vec{P}$, à la réaction normale $\vec{R_N}$ et à la force de de frottement $\vec{F} = \vec{R_T}$(réaction tangentielle).

T.C.I : $\sum \vec{F_{ext}} = m\vec{a} \Rightarrow \vec{P} + \vec{R} = m\vec{a}$

Suivant x'x : $mg\sin\alpha - F = ma \Rightarrow a = g\sin\alpha - \frac{F}{m}$

$$a = g\sin\alpha - \frac{F}{m} = 10 \times 0{,}5 - \frac{44}{55} = 4{,}2 m.s^{-2}$$

MRUA , $x(t) = \frac{1}{2}at^2 + v_0 t + x_0$,

Or à t=0, $x_0 = 0$ et $v_0 = 2m.s^{-1}$ alors $x(t) = \frac{1}{2}at^2 + v_0 t$

$x(t) = 2{,}1t^2 + 2t$ et $v(t) = at + v_0 = 4{,}2t + 2$.

b)) Calcul de la durée de la descendante

On a : $x(t) = 2{,}1t^2 + 2t = L = 50 \Rightarrow 2{,}1t^2 + 2t - 50 = 0$

$\Delta = 2^2 + 4 \times 2{,}1 \times 50 = 424 \Rightarrow \sqrt{\Delta} = 20{,}6$,

$t = \frac{-2 + 20{,}6}{2 \times 2{,}1}$, $d'où\ t = 4{,}43\ seconde$

c)) Vitesse au bas de la pente :

$$v = 4{,}2t + 2 = 4{,}2 \times 4{,}43 + 2 = 20{,}6 m.s^{-1}$$

d)) Energie mécanique de (S) au bas de la pente

$E = E_C + E_{PP} = E_C$, car au bas de la pente $E_{PP} = 0$, alors :

$E = E_C = \frac{1}{2}mv^2 = \frac{1}{2} \times 55 \times 20{,}6^2 = 1{,}67 \times 10^4 J$

2. a)) Valeur de la nouvelle accélération

T.C.I : $\vec{P} + \vec{R} = m\vec{a}$, Suivant x'x : $-F = ma \Rightarrow$

$a = -\frac{F}{m} = \frac{-44}{55} = -0{,}8 m.s^{-2}$ (MRUR)

b)) Equations horaires du mouvement : M.R.U.D

$x(t) = \frac{1}{2}at^2 + v_0 t + x_0$, or à t=0, $x_0 = 0$ et $v_0 = 20{,}6 m.s^{-1}$

alors : $x(t) = -0{,}4t^2 + 20{,}6t$ et

$v(t) = at + v_0 = -0{,}8t + 20{,}6$.

c)) Distance minimale parcourue

- Durée minimale mise : Au point maximal :

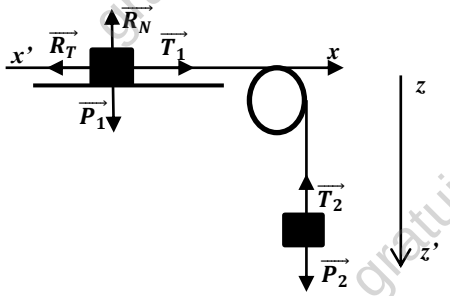
$v(t) = 0$, alors : $-0{,}8t_{min} + 20{,}6 = 0 \Rightarrow t_{min} = 25{,}75s$ et

$$d_{min} = -0{,}8 \times 25{,}75^2 + 20{,}6 \times 25{,}75 = 265{,}225m$$

Durée totale du mouvement :

$$T = 4{,}43 + 25{,}75 = 30{,}18s$$

Solution 2



1.a))Accélération du système

- Pour la masse S_1

T.CI : $\vec{P_1} + \vec{T_1} + \vec{R} = m_1\vec{a}$, Suivant x'x : $T_1 = m_1 a$ (1)

- Pour la masse s_2 : T.CI : $\vec{P_2} + \vec{T_2} = m_2\vec{a}$

Suivant z'z' : $m_2 g - T_2 = m_2 a \Rightarrow T_2 = m_2 g - m_2 a$ (2)

Or $T_1 = T_2$ alors : $m_1 a = m_2 g - m_2 a$

$$\Rightarrow a = \frac{m_2 g}{m_1 + m_2}\ , A.N:\ a = \frac{300}{800} \times 10 = 3{,}75 m.s^{-2}$$

b)) Energie mécanique de s_2 lorsqu'il heurte le sol

$E = E_C + E_{PP} = E_C$, car au sol de la pente $E_{PP} = 0$, alors :

$E = E_C = \frac{1}{2}m_2 v^2 = \frac{1}{2}m_2(2ad)$

$E = \frac{1}{2} \times 0{,}3 \times (2 \times 3{,}75 \times 3) = 3{,}375J$

c)) Norme de la tension du fil

$$T_1 = m_1 a = 0{,}5 \times 3{,}75 = 1{,}875N$$

2. Contact avec frottement

- Accélération du système

- Pour la masse S_1 : T.CI : $\vec{P_1} + \vec{T_1} + \vec{R_N} + \vec{R_T} = m_1\vec{a}$

Suivant x'x : $-R_T + T_1 = m_1 a \Rightarrow T_1 = f + m_1 a$ (1)

- Pour la masse S_2 : T.CI : $\vec{P_2} + \vec{T_2} = m_2\vec{a}$

Suivant z'z' : $m_2 g - T_2 = m_2 a \Rightarrow T_2 = m_2 g - m_2 a$ (2)

Or $T_1 = T_2$ alors : $f + m_1 a = m_2 g - m_2 a \Rightarrow$

$a' = \frac{m_2 g - f}{m_1 + m_2}$, $A.N: a' = \frac{0{,}3 \times 10 - 1{,}2}{0{,}8} = 2{,}25 m.s^{-2}$

- Energie mécanique de s_2 lorsqu'il heurte le sol

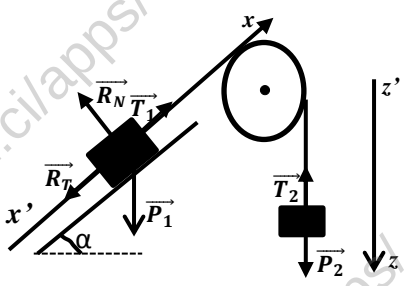
$E = E_C + E_{PP} = E_C = \frac{1}{2}m_2 v^2 = \frac{1}{2}m_2(2a'd) = m_2 a' d$

$$E = 0{,}3 \times 2{,}25 \times 3 = 2{,}025J$$

- Norme de la tension T du fil

$$T_1 = f + m_1 a = 1{,}2 + 0{,}5 \times 2{,}25 = 2{,}325N$$

3. a)) Nouvelle accélération a'



GRATUITS SUR ablanian.com
Téléchargez l'application Ablanian CI sur Play Store et App Store
TÉLÉCHARGEZ L'APPLICATION ABLANIAN CI
DISPONIBLE SUR Google Play
Télécharger dans l'App Store

- Pour la masse S_1

T.CI : $\overrightarrow{P_1} + \overrightarrow{T_1} + \overrightarrow{R_T} + \overrightarrow{R_N} = m_1\vec{a}$

Suivant x'x : $-m_1 g\sin\alpha - f + T_1 = m_1 a$

$$\Rightarrow T_1 = m_1 g\sin\alpha + f + m_1 a \ (1)$$

- Pour la masse S_2 : T.CI : $\overrightarrow{P_2} + \overrightarrow{T_2} = m_2\vec{a}$

Suivant z'z : $m_2 g - T_2 = m_2 a \Rightarrow T_2 = m_2 g - m_2 a \ (2)$

Or $T_1 = T_2$ alors : $m_1 g\sin\alpha + f + m_1 a = m_2 g - m_2 a$

$$donc : \ a = \frac{g(m_2 - m_1\sin\alpha) - f}{m_1 + m_2}$$

$$A.N : \ a = \frac{10(0{,}3 - 0{,}5\times sin\,30) - 0{,}2}{0{,}8} = 0{,}375 m.s^{-2}$$

Comme a > 0, alors S_1 parcourt un M.R.U.A

b)) Energie mécanique de S_1 à t = 1,2s

$E = E_C + E_{PP} = \frac{1}{2}m_1 v^2 + m_1 gx sin\alpha$, avec $x = \frac{1}{2}at^2 \Rightarrow$

$x = \frac{1}{2}at^2 = \frac{1}{2}\times 0{,}375 \times 1{,}2^2 = 0{,}27m$ *et*

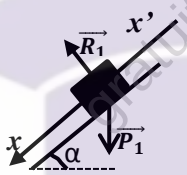
$v^2 = 2ax \Rightarrow E = m_1\left(\frac{v^2}{2} + gx\sin\alpha\right) = m_1 x(a + gsin\alpha)$

$E = 0{,}5 \times 0{,}27(0{,}375 + 10sin30°) = 0{,}725J$

c)) $A\ t = 1{,}2s$, $v = at = 0{,}375 \times 1.2 = 0{,}45 m.s^{-1}$

c1)) Caractéristiques du vecteur accélération

Après la rupture la masse m_1 est soumise à son poids $\overrightarrow{P_1}$, à la réaction $\overrightarrow{R_1}$



T.CI : $\overrightarrow{P_1} + \overrightarrow{R_1} = m_1\vec{a}$

Suivant x'x : $m_1 g\sin\alpha = m_1 a \Rightarrow$

$a = g\sin\alpha = 10 \times sin30° = 5m.s^{-2}$

Après la rupture du fil , le mouvement de la masse m_1 est uniformément Varié (Accéléré) , son vecteur accélération :

- direction : perpendiculaire à la trajectoire
- sens : suivant la trajectoire (x'x)
- intensité : a = 5m. s^{-2}

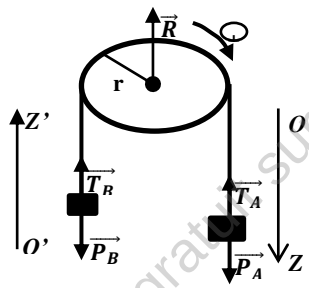
c2)) Loi horaire du mouvement

$x = \frac{1}{2}at^2 + v_0 t + x_0$,

à $t = 1{,}2s$, $v_0 = -0{,}45 m.s^{-1}$ et $x_0 = 0 \Rightarrow \begin{cases} x = 2{,}5t^2 - 0{,}45t \\ v = 5t - 0{,}45 \end{cases}$

Solution 3

1. a)) Accélération du système



- Pour la masse M_A

T.CI : $\overrightarrow{P_A} + \overrightarrow{T_A} = M_A\vec{a}$

Suivant OZ : $M_A g - T_A = M_A a \Rightarrow T_A = M_A g - M_A a \ (1)$

- Pour la masse M_B T.CI : $\overrightarrow{P_B} + \overrightarrow{T_B} = M_B\vec{a}$

Suivant O'Z' : $-M_B g + T_B = M_B a$

$\Rightarrow T_B = M_B g + M_B a \ (3)$ *Or* $T_A = T_B$ *alors :*

$M_A g - M_A a = M_B g + M_B a \ \Rightarrow a = \frac{(M_A - M_B)g}{M_A + M_B}$

$A.N : a = \frac{(0{,}539 - 0{,}441)\times 9{,}8}{0{,}539 + 0{,}441} = 0{,}98 m.s^{-2}$

b)) – Espace parcourue par chaque corps à t=3s

$x = \frac{1}{2}at^2 + v_0 t + x_0$, *or à* $t = 0$, $x_0 = 0$ *et* $v_0 = 0$

$$soit \ x = \frac{1}{2}at^2 = \frac{1}{2}\times 0{,}98 \times 3^2 = 4{,}41m$$

Vitesse atteinte par chaque corps à t=3s :

$$v_A = v_B = v = at = 0{,}98 \times 3 = 2{,}94 m.s^{-1}$$

Energie cinétique de chaque corps

$E_C(A) = \frac{1}{2}M_A {v_A}^2 = \frac{1}{2}\times 0{,}539 \times 2{,}94^2 = 2{,}33J$

$E_C(B) = \frac{1}{2}M_B {v_B}^2 = \frac{1}{2}\times 0{,}441 \times 2{,}94^2 = 1{,}90J$

2. a)) Nouvelles valeurs de M_A et M_B

- Pour la masse M_A : T.CI : $\overrightarrow{P_A} + \overrightarrow{T_A} + \overrightarrow{R_1} += M_A\vec{a}$

Suivant x'x : $-M_A g\sin\alpha + T_A = M_A a \Rightarrow$

$T_A = M_A g\sin\alpha + M_A a \ (1)$

- Pour la masse M_B : *T.CI :* $\overrightarrow{P_B} + \overrightarrow{T_B} = M_B\vec{a}$

Suivant z'z : $M_B g - T_B = M_B a \ \Rightarrow T_B = M_B g - M_B a \ (2)$

Or $T_A = T_B$ *alors :* $M_A g\sin\alpha + M_A a = M_B g - M_B a$

or $M_A + M_B = 0{,}980$, $\Longrightarrow M_B = 0{,}980 - M_A$

$$\Longrightarrow M_A g\sin\alpha + M_A a = (0{,}98 - M_A)(g - a)$$

$$M_A = \frac{0{,}98(g-a)}{g(\sin\alpha + 1)} = \frac{0{,}98(9{,}8 - 0{,}98)}{9{,}8(sin\,30° + 1)} = 0{,}588kg$$

$$et \ M_B = 0{,}980 - M_A = 0{,}392kg$$

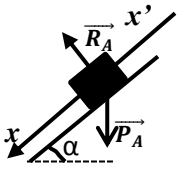
b)) Energie mécanique du corps A à t=3s

$$E = E_C + E_{PP} = \frac{1}{2}M_A v^2 + M_A gx\sin\alpha = M_A\left(\frac{v^2}{2} + gx\sin\alpha\right)$$

$E = 0{,}588\left(\frac{2{,}94^2}{2} + 9{,}8 \times 4{,}41\,sin\,30°\right) = 15{,}24J$

3. a)) Nature du mouvement prise par le corps A

Après la rupture la masse M_A est soumise à son poids $\overrightarrow{P_A}$ et à la réaction $\overrightarrow{R_A}$.



T.CI : $\overrightarrow{P_A} + \overrightarrow{R_A} += M_A\vec{a}$

Suivant x'x : $M_A g\sin\alpha = M_A a \Rightarrow$

$a = g\sin\alpha = 9{,}8 \times 0{,}5 = 4{,}9 m.s^{-2}$

Soit $a = 4{,}9 m.s^{-2} > 0$, alors on a un Mouvement R.U.A

b)) Position et vitesse de A, 1,2s après la rupture

Loi horaire du mouvement

$x = \frac{1}{2}at^2 + v_0 t + x_0$

à $t = 3s$, $v_0 = -2{,}94 m.s^{-1}$ *et* $x_0 = 0$

GRATUITS SUR ablanian.com
Téléchargez l'application Ablanian CI sur Play Store et App Store
TÉLÉCHARGEZ L'APPLICATION ABLANIAN CI
DISPONIBLE SUR Google Play
Télécharger dans l'App Store

$\begin{cases} x = 2{,}45t^2 - 2{,}94t \\ v = 4{,}5t - 2{,}94 \end{cases}$ *donc à* $t = 1{,}2s$ *on a :*

$\begin{cases} x = 2{,}45 \times 1{,}2^2 - 2{,}94 \times 1{,}2 = 0 \\ v = 4{,}9 \times 1{,}2 - 2{,}94 = 2{,}94 m.s^{-1} \end{cases}$

D'où à $t = 1{,}2s$ le corps A repasse à sa position de rupture dans le sens positif du mouvement.

Solution 4

a)) Durée totale du mouvement

Etude cinématique du mouvement

Phase2 : MRU : $v = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{36}{6} = 6m.s^{-1}$;

Phase1 : MRUA : $x_1 = \frac{1}{2}a_1 t^2$

On a : à t = 3s, $v_1 = a_1 t = 6 \Rightarrow a_1 = \frac{6}{3} = 2m.s^{-2}$ et

$$x_1 = \frac{1}{2} \times 2 \times 3^2 = 9m$$

Phase3 : MRUD : $D = x_1 + x_2 + x_3 \Rightarrow x_3 = 15m$

R.I.T : $\Delta v^2 = -{v_1}^2 = 2a_3 x_3$

$\Rightarrow a_3 = \frac{-{v_1}^2}{2x_3} = \frac{-36}{2\times 15} = -1{,}2 \text{m.s}^{-2}$,

donc $\Delta v = a_3 \Delta t \Rightarrow \Delta t = \frac{\Delta v}{a_3} = \frac{-v_1}{a_3} = \frac{-6}{-1{,}2} = 5s$ et

$$T = 3 + 6 + 5 = 14s$$

D'où la durée total du mouvement est T = 14s

b)) Lois horaires du mouvement

Phase 1 : MRUA : $x_1 = \frac{1}{2}a_1 t^2 = t^2$ *et* $v_1 = a_1 t = 2t$

Phase 2 : MRU : $v_2 = cste$ *et* $x_2(t) = v_2(t - t_1) + x_1$

$$et\ x_2(t) = 6(t-3) + 9 = 6t - 9$$

Phase 3 : MRUD : $x_3 = \frac{1}{2}a_3(t-t_2)^2 + v_2(t-t_2) + x_2$

$x_3 = \frac{1}{2} \times -1{,}2(t-9)^2 + 6(t-9) + 45$

$$\Rightarrow x_3(t) = -0{,}6t^2 + 16{,}8t - 57{,}6$$

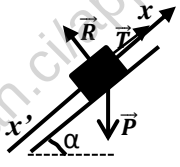
$$et\ v_3(t) = a_3(t-t_2) + v_2 = -1{,}2(t-9) + 6$$

$$\Rightarrow v_3(t) = -1{,}2t + 16{,}8$$

c)) Intensité de la force d'attraction dans chaque phase

Le solide est soumis à son poids $\vec{P}$, à la réaction $\vec{R}$ et à la force d'attraction $\vec{T}$

T.C.I : $\sum \overrightarrow{F_{ext}} = m\vec{a} \Rightarrow \vec{P} + \vec{R} + \vec{T} = m\vec{a}$



Suivant x'x : $-mg \sin\alpha + T = ma$

Alors : $T = m(a + g\sin\alpha)$

- *Phase1 :* $T_1 = m(a_1 + g\sin\alpha)$

$$A.N:\ T_1 = 980(2 + 9{,}8 \times 0{,}5) = 6{,}762 \times 10^3 N$$

- *Phase 2 : MRU, donc* $a_2 = 0$

$$T_2 = mg\sin\alpha = 980 \times 9{,}8 \times 0{,}5 = 4{,}80 \times 10^3 N$$

Phase 3 : $T_3 = m(a_3 + g\sin\alpha)$;

$$A.N:\ T_3 = 980(-1{,}2 + 9{,}8 \times 0{,}5) = 3{,}626 \times 10^3 N$$

d)) Puissance de la force d'attraction pendant la phase 2

$$P(\vec{T}) = T.V$$

Phase2 : $\mathcal{P}_2 = T_2.V = 4{,}80 \times 10^3 \times 62 = 2{,}88 \times 10^4 W$

Car dans la phase 2, le mouvement est rectiligne uniforme.

Solution 5

a)) Valeur de v : Phase2 : MRU : $v = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{20}{10} = 2\text{m.s}^{-1}$

b)) Equations horaires du mouvement dans chaque phase

Phase 1 : MRUA : $x_1 = \frac{1}{2}a_1 t^2$ *et* $v_1 = a_1 t$ *à t=3s,*

$$v_1 = a_1 t = 2 \Rightarrow a_1 = \frac{2}{3} = 0{,}67m.s^{-2}$$

$x_1 = \frac{1}{2} \times \frac{2}{3} \times 3^2 = 3m$ *d'où :* $x_1 = 0{,}33t^2$ *et* $v_1 = 0{,}67t$

Phase 2 : *MRU :* $v_2 = cste$ *et* $x_2(t) = v_2(t - t_1) + x_1$

$$\Rightarrow x_2(t) = 2(t-3) + 3\ soit\ x_2(t) = 2t - 3$$

Phase 3 : *MRUD :* $x_3 = \frac{1}{2}a_3(t-t_2)^2 + v_2(t-t_2) + x_2$

$or\ \Delta v = a_3 \Delta t \Rightarrow a_3 = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{-V}{\Delta t} = \frac{-2}{5} = -0{,}4m.s^{-2}$

$x_3 = \frac{1}{2} \times -0{,}4(t-13)^2 + 2(t-13) + 23$

$soit\ x_3(t) = -0{,}2t^2 + 7{,}2t - 36{,}8$

$et\ v_3(t) = a_3(t-t_2) + v_2 = -0{,}4(t-13) + 2$

$$soit\ v_3(t) = -0{,}4t + 7{,}2$$

- Déduisons la hauteur H

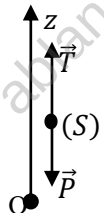
La durée totale du mouvement est $T = 3 + 10 + 5 = 18s$

A t = 18s, $H = x_3(18) = -0{,}2 \times 18^2 + 7{,}2 \times 18 - 36{,}8 = 28m$

c)) Norme de la tension T du câble

Le fardeau est soumis à son poids $\vec{P}$ et à la force d'attraction $\vec{T}$

T.C.I : $\sum \overrightarrow{F_{ext}} = m\vec{a} \Rightarrow \vec{P} + \vec{T} = m\vec{a}$ *, Suivant Oz:*



$-mg + T = ma \Rightarrow T = m(a + g)$

- *Phase1 :* $T_1 = m(a_1 + g)$

$A.N:\ T_1 = 10^3(0{,}67 + 10) = 1{,}067 \times 10^4 N$

- Phase 2 : MRU, donc

$$a_2 = 0 \Rightarrow T_2 = mg = 10^4 N$$

- Phase 3 : $T_3 = m(a_3 + g)$

$T_3 = 10^3(-0{,}4 + 10) = 9{,}6 \times 10^3 N$

d)) Nature du mouvement de fardeau après la rupture du câble

Après la rupture du câble $T = 0$, donc $mg = ma$

donc $a = g$: c'est une chute libre sans vitesse initiale

Temps mis par le fardeau pour toucher le sol

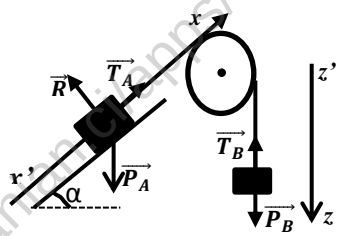
$z = \frac{1}{2}gt^2$, au sol

$$H = z = \frac{1}{2}gt^2 \Rightarrow t = \sqrt{\frac{2H}{g}} = \sqrt{\frac{2 \times 28}{10}} = 2{,}36s$$

GRATUITS SUR ablanian.com
Téléchargez l'application Ablanian CI sur Play Store et App Store
TÉLÉCHARGEZ L'APPLICATION ABLANIAN CI
DISPONIBLE SUR Google Play
Télécharger dans l'App Store

Solution 6

1. Accélération du système



- Pour le solide S_A

T.CI : $\vec{P_A}+\vec{T_A}+\vec{R}=m_A\vec{a}$ Suivant x'x :

$-m_Ag\sin\alpha+T_A=m_Aa \Rightarrow T_A=m_Ag\sin\alpha+m_Aa$ (1)

- Pour la masse m_B : $T.CI : \vec{P_B}+\vec{T_B}=m_B\vec{a}$

Suivant z'z : $m_Bg-T_B=m_Ba \Rightarrow T_B=m_Bg-m_Ba$ (2)

3ème loi de Newton : $T_A=T_B$ alors :

$$m_Ag\sin\alpha+m_Aa=m_Bg-m_Ba \Rightarrow a=\frac{(m_B-m_A\sin\alpha)g}{m_A+m_B}$$

$$a=\frac{(0,3-0,4.0,5)}{0,4+0,3}\times 10=1,43m.s^{-2}$$

2. a)) Temps par A pour atteindre le point S

Le mouvement de S est U.A car $a=1,43m.s^{-2}>0$

$$x=\frac{1}{2}at^2=OS \text{ soit } t_{OS}=\sqrt{\frac{2OS}{a}}=\sqrt{\frac{2.2}{1,43}}=1,67s$$

b)) Vitesse de A en S

RIT : $v^2{}_S=2aOS \Rightarrow v_S=\sqrt{2aOS}$

$$v_S=\sqrt{2.1,43.2}=2,39m.s^{-1}$$

c)) Nature des mouvement ultérieurs de A et B

Après la rupture du fil : $T_A=T_B=0$

- Pour le solide A :

$m_Ag\sin\alpha=m_Aa' \Rightarrow a'=g\sin\alpha>0$: alors le mouvement de A après la rupture est uniformément accéléré.

- Pour le solide B :

$m_Ag=m_Aa'' \Rightarrow a''=g$: Chute libre sans vitesse initiale

3. a)) Vitesse de A juste avant le choc

Après la rupture $a=10\times 0,5=5ms^{-2}$

RIT : $v^2{}_1=2aL \Rightarrow v_1=\sqrt{2.5\times 10}=10m.s^{-1}$

b)) Vitesse de A et B juste après le choc

- Avant le choc : $\vec{P}=m_A\vec{v}_1 \Rightarrow E_C=\frac{1}{2}m_Av_1{}^2$

- Après le choc :

$$\vec{P'}=m_A\vec{v'}_1+m_C\vec{v'}_2 \Rightarrow E'_C=\frac{1}{2}m_Av'_1{}^2+\frac{1}{2}m_Cv'_2{}^2$$

Conservation du vecteur quantité de mouvement :

$\vec{P}=\vec{P'} \Rightarrow m_A\vec{v}_1=m_A\vec{v'}_1+m_C\vec{v'}_2$

Projection suivant $\vec{v}_1$: $m_Av_1=m_Av'_1+m_Cv'_2$ (1)

Conservation de l'énergie cinétique :

$$E_C=E'_C \text{ soit } \frac{1}{2}m_Av_1{}^2=\frac{1}{2}m_Av'_1{}^2+\frac{1}{2}m_Cv'_2{}^2$$

$$Soit\ m_Av_1{}^2=m_Av'_1{}^2+m_Cv'_2{}^2 \text{ (2)}$$

$$\Rightarrow\begin{cases} m_Av_1=m_Av'_1+m_Cv'_2 \text{ (1)} \\ m_Av_1{}^2=m_Av'_1{}^2+m_Cv'_2{}^2 \text{(2)}\end{cases}$$

$$\Rightarrow\begin{cases} m_A(v_1-v'_1)=m_Cv'_2 \\ m_A(v_1{}^2-v'_1{}^2)=m_Cv'_2{}^2\end{cases}$$

$$\Rightarrow\begin{cases} m_A(v_1-v'_1)=m_Cv'_2 \text{ (1)} \\ m_A(v_1-v'_1)(v_1+v'_1)=m_Cv'_2{}^2 \text{ (2)}\end{cases}$$

$$\frac{(2)}{(1)}\Rightarrow v_1+v'_1=v'_2 \text{ (3)}$$

Dans (1) : $m_Av_1=m_Av'_1+m_C(v_1+v'_1)$

$$soit\ (m_A-m_C)v_1=(m_A+m_C)v'_1$$

$$Alors\ v'_1=\frac{(m_A-m_C)}{m_A+m_C}v_1 \ et\ v'_2=\frac{2m_A}{m_A+m_C}v_1$$

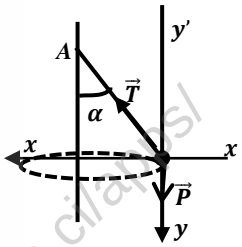
$$A.N:\ v'_1=\frac{(400-350)}{750}\times 10 \ et\ v'_2=\frac{2.400}{750}\times 10$$

$$v'_1=0,67m.s^{-1} \ et\ v'_2=10,7m.s^{-1}$$

Solution 07

1. Valeur de l'angle α

Le solide (S) est soumis à son poids $\vec{P}$ et à la tension $\vec{T}$ du fil



T.C.I : $\vec{P}+\vec{T}=m\vec{a}$,

suivant x'x : $Tsin\alpha=ma_n=mr\omega^2$

avec $r=lsin\alpha$, alors :

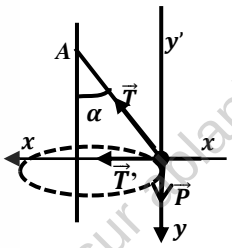
$$T=ml\omega^2 \text{ (1)}$$

Suivant y'y : $Tcos\alpha-mg=0 \Rightarrow T=\frac{mg}{cos\,\alpha}$ (2)

$$(1)=(2), alors : ml\omega^2=\frac{mg}{cos\,\alpha} \Rightarrow cos\,\alpha=\frac{g}{l\omega^2}$$

$$cos\,\alpha=\frac{g}{l\omega^2}=\frac{10}{3\times 12^2}=0,023 \Rightarrow \alpha=88,67°$$

2. Expression de la tension BC



T.C.I : $\vec{P}+\vec{T}+\vec{T'}=m\vec{a}$

suivant x'x : $Tsin\alpha_0+T=mr\omega^2$

avec $r=lsin\alpha_0$

$$T=ml\omega^2-\frac{T'}{sin\,\alpha_0} \text{ (1)}$$

Suivant y'y : $Tcos\alpha_0-mg=0 \Rightarrow T=\frac{mg}{cos\,\alpha_0}$ (2)

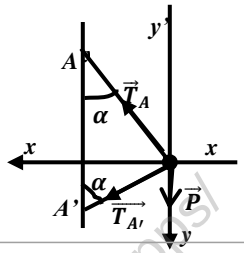
$$or\ (1)=(2) alors\ ml\omega^2-\frac{T'}{sin\,\alpha_0}=\frac{mg}{cos\,\alpha_0}$$

$$\Rightarrow T'=m(l\omega^2\sin\alpha_0-g\tan\alpha_0)$$

$$A.N:\ T_{BC}=T'=0,1(3\times 12^2\times 0,5-10\tan 30°)=21N$$

3. a)) Valeur de la tension BA et BA'

Le solide S est soumis à son poids $\vec{P}$ et aux tensions $\vec{T_{A'}}$ et $\vec{T_A}$.



GRATUITS SUR ablanian.com
Téléchargez l'application Ablanian CI sur Play Store et App Store
TÉLÉCHARGEZ L'APPLICATION ABLANIAN CI
DISPONIBLE SUR Google Play
Télécharger dans l'App Store

T.C.I : $\vec{P}+\vec{T_A}+\vec{T_{A'}}=m\vec{a}$, suivant x'x :

$$T_A sin\alpha + T_{A'} sin\alpha = mr\omega^2$$

alors $:r = l\,sin\,\alpha \Rightarrow T_A + T_{A'} = ml\omega^2 (1)$

Suivant y'y : $T_A cos\alpha - T_{A'} cos\alpha - mg = 0 \Rightarrow$

$$T_A - T_{A'} = \frac{mg}{cos\,\alpha}\ (2)\ :\ (1)+(2)\ donne:$$

$$T_A = \frac{m}{2}\left(l\omega^2 + \frac{g}{cos\,\alpha}\right)\ et\ T_{A'} = \frac{m}{2}\left(l\omega^2 - \frac{g}{cos\,\alpha}\right)$$

$$Or\ cos\,\alpha = \frac{AA'}{2AB} = \frac{60}{600} = 0{,}1$$

$A.N$: $T_A = \frac{0{,}1}{2}\left(3\times 12^2 + \frac{10}{0{,}1}\right) = 26{,}6N$ et

$$T_{A'} = \frac{0{,}1}{2}\left(3\times 12^2 - \frac{10}{0{,}1}\right) = 16{,}6N$$

b)) <u>Valeur minimale de ω pour que le fil BA' soit tendu</u>

Le fil BA' soit tendu si et seulement si

$$T_{A'} = \frac{m}{2}\left(l\omega^2 - \frac{g}{\cos\alpha}\right) \geq 0$$

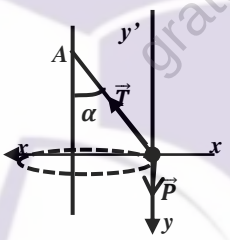
$$donc :\ l\omega^2 - \frac{g}{cos\,\alpha} \geq 0 \Rightarrow \omega^2 \geq \frac{g}{l\,cos\,\alpha} \Rightarrow\ \omega_0 = \sqrt{\frac{g}{l}}$$

La vitesse minimale ω_0 est : $\omega_0 = \sqrt{\frac{10}{3}} = 1{,}82 rad.s^{-1}$

Solution 08

1- a)) <u>Vitesse angulaire de la tige</u>

Le solide (S) est soumis à son poids $\vec{P}$ et à la tension $\vec{T}$ du fil



T.C.I : $\vec{P}+\vec{T}=m\vec{a}$, suivant x'x :

$Tsin\alpha = ma_n = mr{\omega_0}^2$ *avec*

$r = lsin\alpha$, alors : $T = ml{\omega_0}^2$ (1)

Suivant y'y :

$Tcos\alpha - mg = 0 \Rightarrow\ T = \frac{mg}{cos\,\alpha}$ (2)

$$(1)\ =\ (2) \Rightarrow ml{\omega_0}^2 = \frac{mg}{cos\,\alpha} \Rightarrow\ \omega = \sqrt{\frac{g}{l\,cos\,\alpha}} \Rightarrow$$

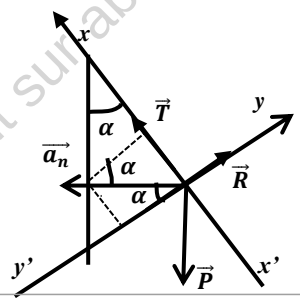
$$\omega_0 = \sqrt{\frac{9{,}8}{0{,}4\,cos\,60°}} = 7 rad.s^{-1}$$

b)) <u>Valeur de la tension T du fil</u>

$$T = \frac{mg}{cos\,\alpha} = \frac{0{,}4\times 9{,}8}{cos 60°} = 7{,}84N$$

2. <u>Intensité de la réaction R et de la tension T du fil</u>

Le solide est soumis à son poids $\vec{P}$, à la réaction $\vec{R}$ et à la tension $\vec{T}$ du fil.



T.C.I : $\vec{P}+\vec{R}+\vec{T}=m\vec{a}_n$

Dans le plan(x'x, y'y) :

$$\vec{a_n}\begin{cases}a_{nx} = a_n\,sin\,\alpha \\ a_{ny} = a_n\,cos\,\alpha\end{cases} \Rightarrow \begin{cases}T - mg\,cos\,\alpha = ma_n\,sin\,\alpha \\ R - mg\,sin\,\alpha = -ma_n\,cos\,\alpha\end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases}T = m(g\,cos\,\alpha + (2\pi N)^2 l sin^2\alpha) \\ R = m(g - (2\pi N)^2 l\,cos\,\alpha)\,sin\,\alpha\end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases}T = 0{,}4(9{,}8cos60° + (2\pi)^2\times 0{,}4sin^2 60°) = 6{,}76N \\ R = 0{,}4(9{,}8 - (2\pi)^2\times 0{,}4\,cos\,60°)\,sin\,60° = 0{,}62N\end{cases}$$

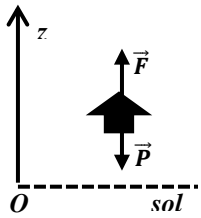
GRATUITS SUR ablanian.com
Téléchargez l'application Ablanian CI sur Play Store et App Store
TÉLÉCHARGEZ L'APPLICATION ABLANIAN CI
DISPONIBLE SUR Google Play
Télécharger dans l'App Store

Solution sur l'étude énergétique d'un système mécanique

Solution 1

1. a)) Montrons que le Mouvement est U.A

La fusée est soumise à son poids $\vec{P}$ et à la force de poussée $\vec{F}$.



T.C.I : $\vec{F}+\vec{P}=m\vec{a}$, *Suivant Oz :*

$-mg+F=ma \Rightarrow a=\frac{F-mg}{m}$,

Or , pour que la fusée décolle, il faut que

$F > P \Rightarrow F-mg>0 \Rightarrow a>0$

Comme a > 0, alors le mouvement de la fusée est R.U.A

b)) Valeur de l'accélération et de la poussée F

MRUA : $v = at + v_0$, or à t=0, $v_0 = 0$, donc $v = at$

$$a=\frac{v}{t}=\frac{100}{3{,}6\times 10}=2{,}78m.s^{-2} \quad et$$

$$F = m(a+g)=200(2{,}78+9{,}8)=2{,}516\times 10^3 N$$

c)) Altitude atteinte lorsque le moteur s'arrête

MRUA : $z=\frac{1}{2}at^2$ et le moteur s'arrête à t=*10s ;*

$$z=\frac{1}{2}\times 2{,}78\times 10^2=139m$$

d)) Nature du mouvement lorsque le moteur s'arrête

Lorsque le moteur s'arrête,

$F = 0$; donc $-mg = ma \Rightarrow a=-g$, après la rupture, la fusée fera un chute libre sans vitesse initiale (ou MRUD).

- Altitude maximale atteinte

Altitude atteinte après l'arrêt du moteur :

R.I.T : $\Delta v^2=-v^2=2az=-2gz \Rightarrow z=\frac{v^2}{2g}$

$$z'=\frac{100^2}{3{,}6^2\times 2\times 9{,}8}=39{,}36m \quad et$$

$$Z_{max}=z+z'=139+39{,}36=178{,}36m$$

2. a)) Altitude atteinte lorsque le moteur s'arrête

L'existence d'une force de frottement sur la trajectoire de la fusée donne :

T.C.I : $\vec{F}+\vec{P}+\vec{f}=m\vec{a}$;

Suivant Oz : $-mg-f+F=ma \Rightarrow a=\frac{F-f}{m}-g$

$$a=\frac{2{,}516\times 10^3-100}{200}-9{,}8=2{,}28m.s^{-2}\ (MRUA)$$

$\Rightarrow z=\frac{1}{2}at^2$ et le moteur s'arrête toujours à t=10s , donc *:*

$$z=\frac{1}{2}\times 2{,}28\times 10^2=114m$$

Donc le moteur s'arrête à l'altitude $z = 114m$

b)) Altitude maximale atteinte

Altitude atteinte par la fusée après l'arrêt du moteur :

$$v=at=2{,}28\times 10=22{,}8m.s^{-1}$$

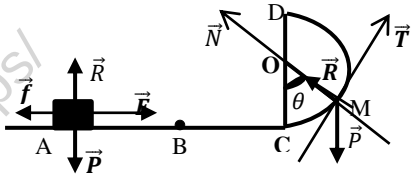
donc la fusée atteinte une vitesse de 22,8m.s^{-1} à t = 10s.

R.I.T : $\Delta v^2=-v^2=2az'=-2gz'$

$$\Rightarrow z'=\frac{v^2}{2g}=\frac{22{,}8^2}{2\times 9{,}8}=26{,}52m \quad et$$

$$Z_{max}=z+z'=114+26{,}52=140,$$

Solution 2



1. a)) Détermination de l'accélération du solide (S)

Entre A et B le solide est soumis à son poids $\vec{P}$, à la réaction $\vec{R}$ et à la force de poussée $\vec{F}$.

T.C.I : $\vec{P}+\vec{R}+\vec{F}=m\vec{a}$

suivant *AB :* $F=ma$ *alors* $a=\frac{F}{m}=\frac{1}{0{,}5}=2m.s^{-2}$

- Expression de la vitesse au point B en f(F,m,l)

R.I.T : $\Delta v^2=v_B{}^2=2aAB=2al=2\times\frac{F}{m}\times l$

$\Rightarrow v_B=\sqrt{\frac{2Fl}{m}}$ ou bien

T.E.C : entre A et B :

$E_C(B)-E_C(A)=W(\vec{P})+W(\vec{R})+W(\vec{F})$,

Or : $W(\vec{P})=0$, $W(\vec{R})=0$ *et* $E_C(A)=0$, *donc*

$$E_C(B)=W(\vec{F} \Rightarrow \frac{1}{2}mv_B{}^2=F.l \Rightarrow v_B=\sqrt{\frac{2Fl}{m}}$$

b)) Vitesse au point C

Comme la force $\vec{F}$ ne s'exerce qu'entre A et B , alors :

T.E.C : entre C et B

$E_C(C)-E_C(B)=0 \Rightarrow E_C(C)=E_C(B)$

$$\Rightarrow v_C=v_B=\sqrt{\frac{2Fl}{m}} \Rightarrow v_C=\sqrt{\frac{2\times 1\times 1{,}5}{0{,}5}}=2{,}45m.s^{-1}$$

2. a)) Expression de la vitesse de S en M en f(F, m, r, l, g, θ)

T.E.C : entre C et M : $E_C(M)-E_C(C)=W(\vec{P})+W(\vec{R})$

$$\Rightarrow \frac{1}{2}mv_M{}^2-\frac{1}{2}mv_C{}^2=-mgh \text{ , avec } h=r(1-\cos\theta)$$

$$v_M=\sqrt{v_C{}^2-2gh}=\sqrt{\frac{2Fl}{m}-2gr(1-\cos\theta)}$$

b)) Expression de l'intensité de la réaction $\vec{R}$

T.C.I : $\vec{P}+\vec{R}=m\vec{a}$,

Suivant $\vec{N}$ *:* $-mg\cos\theta+R=ma_n=m\frac{v_M{}^2}{r}$

$$R=m\left(g\cos\theta+\frac{v_M{}^2}{r}\right) \Rightarrow$$

$$R=m(g\cos\theta-2g(1-\cos\theta)+\tfrac{2Fl}{mr})$$

$$d'où : R=m\left[g(3\cos\theta-2)+\frac{2Fl}{mr}\right]$$

GRATUITS SUR ablanian.com
Téléchargez l'application Ablanian CI sur Play Store et App Store
TÉLÉCHARGEZ L'APPLICATION ABLANIAN CI
DISPONIBLE SUR Google Play Télécharger dans l'App Store

3. Valeur minimale de F pour que S atteint le point D

Pour S atteint le point D , il faut que $R \geq 0$ *et* $\theta = \pi$

$$R \geq 0 \Leftrightarrow m\left[g(3\cos\pi - 2) + \frac{2Fl}{mr}\right] \geq 0 \Rightarrow \frac{2Fl}{mr} \geq 5g$$

$$\Longrightarrow F_0 = \frac{5mgr}{2l} = \frac{5 \times 0{,}5 \times 10 \times 1}{3} = 8{,}33N$$

4. a)) Expression de la vitesse de S en M.

L'existence d'une force de frottement $\vec{f}$ donne :

T.E.C : entre A et M :

$$E_C(M) - E_C(A) = W(\vec{P}) + W(\vec{R}) + W(\vec{F})$$

$$\frac{1}{2}m{v_M}^2 = -mgh + Fl - f(L + CM)\,, avec\ CM = r\theta$$

$$v_M = \sqrt{\frac{2Fl}{m} - \frac{2f(L + r\theta)}{m} - 2gr(1 - \cos\theta)}$$

b)) Intensité de la force de frottement $\vec{f}$

$$On\ a : {v_M}^2 = \frac{2Fl}{m} - \frac{2f(L + r\theta)}{m} - 2gr(1 - \cos\theta)$$

$$\Longrightarrow \frac{2f(L + r\theta)}{m} = \frac{2Fl}{m} - {v_M}^2 - 2gr(1 - \cos\theta)$$

$$\Longrightarrow f = \frac{Fl}{L + r\theta} - m\left(\frac{{v_M}^2 + 2gr(1 - \cos\theta)}{2(L + r\theta)}\right)$$

$$A.N:\ f = \frac{1 \times 1{,}5}{3 + \pi/6} - 0{,}5\left(\frac{0{,}5^2 + 2 \times 10(1 - \cos 30°)}{2(3 + \pi/6)}\right)$$

$$f = 0{,}22N$$

- Accélération du solide sur la portion AB

T.C.I : $\vec{P} + \overrightarrow{R_N} + \vec{F} + \vec{f} = m\vec{a}$ *, Suivant AB :*

$$-f + F = ma \ \Rightarrow a = \frac{F - f}{m} = \frac{1 - 0{,}22}{0{,}5} = 1{,}56m.s^{-2}$$

Comme a > 0, alors le mouvement de S sur la portion AB est rectiligne uniformément accéléré d'équation *:*

$$x(t) = \frac{1}{2}at^2 = 0{,}78t^2$$

c)) Durée mise par S au passage en C

$$x(t) = 0{,}78t^2 = AB \ \Rightarrow\ t_{AB} = \sqrt{\frac{1{,}5}{0{,}78}} = 1{,}38s\ et$$

$$v_B = at_{AB} = 1{,}56 \times 1{,}38 = 2{,}15m.s^{-1}$$

- Sur la portion BC, le mouvement est rectiligne uniforme :

$$v_B = v_C = \frac{BC}{t_{BC}} \ \Rightarrow\ t_{BC} = \frac{BC}{v_B} = \frac{1{,}5}{2{,}15} = 0{,}70s$$

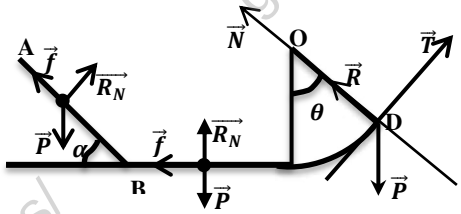
$$\Longrightarrow t_{AC} = t_{AB} + t_{BC} = 1{,}38 + 0{,}70 = 2{,}08s$$

- Energie mécanique de S au point C

$E = E_C + E_{PP} = E_C$ *, car au sol* $E_{PP} = 0$,

alors : $E = E_C = \frac{1}{2}mv^2 = \frac{1}{2} \times 0{,}5 \times 2{,}15^2 = 1{,}15J$

Solution 3



1. Expression de la vitesse de S aux points A, B, C et D en f(r, g, h)

Le solide S est soumis à son poids $\vec{P}$ er la réaction

$$\vec{R} = \overrightarrow{R_N} + \vec{f}$$

T.E.C : entre A et B

$$E_C(B) - E_C(A) = W(\vec{P}) + W(\vec{R})$$

$$\frac{1}{2}m{v_B}^2 = mgh - fAB = mgh - \frac{1}{10}mg\frac{h}{\sin\alpha}$$

$$v_B = \sqrt{gh - \frac{gh}{10\sin\alpha}},\ or\ \sin\alpha = 0{,}5 \Longrightarrow\ v_B = \sqrt{\frac{4}{5}gh}$$

T.E.C : entre B et C

$$E_C(C) - E_C(B) = W(\vec{P}) + W(\vec{R}) \Longrightarrow$$

$$\frac{1}{2}m{v_C}^2 - \frac{1}{2}m{v_B}^2 = -fBC = -\frac{1}{10}mg \times 2r$$

$$v_C = \sqrt{-\frac{2}{5}gr + {v_B}^2} = \sqrt{-\frac{2}{5}gr + \frac{4}{5}gh} = \sqrt{\frac{2}{5}g(2h - r)}$$

T.E.C : entre C et D

$$E_C(D) - E_C(C) = W(\vec{P}) + W(\vec{R})$$

$$\Longrightarrow\ \tfrac{1}{2}m{v_D}^2 - \tfrac{1}{2}m{v_C}^2 = -mgh',\ avec\ h' = r(1 - \cos\theta)$$

$$v_D = \sqrt{{v_C}^2 - 2gr(1 - \cos\theta)}\,, or\ \theta = 60° : 1 - \cos\theta = \frac{1}{2}$$

$$v_D = \sqrt{\frac{2}{5}g(2h - r) - gr} = \sqrt{\frac{1}{5}g(4h - 7r)}$$

2. a)) Valeur de h si le solide arrive en D avec $v_D = 2m.s^{-1}$

$$v_D = \sqrt{\frac{1}{5}g(4h - 7r)} \Rightarrow {v_D}^2 = \frac{1}{5}g(4h - 7r)$$

$$\Longrightarrow h = \frac{5{v_D}^2}{4g} + \frac{7r}{4} = \frac{5 \times 4}{40} + \frac{7 \times 1}{4} = 2{,}25m$$

b)) Accélération de S sur la portion AB

T.C.I : $\vec{P} + \vec{R} = m\vec{a}$*, suivant AB :* $mg\sin\alpha - f = ma$

$$\Rightarrow\ mg\sin\alpha - \frac{1}{10}mg = ma$$

$$a = g(\sin\alpha - 0{,}1) = 10(0{,}5 - 0{,}1) = 4m.s^{-2}$$

- Durée mise par S sur la portion AB

$$x(t) = \frac{1}{2}at^2 = 2t^2, or\ \ au\ point\ B, \qquad AB = x = 2{t_{AB}}^2$$

$$t_{AB} = \sqrt{\frac{AB}{2}} = \sqrt{\frac{h}{2\sin\alpha}} = \sqrt{\frac{2{,}25}{2 \times 0{,}5}} = 1{,}5s$$

GRATUITS SUR ablanian.com
Téléchargez l'application Ablanian CI sur Play Store et App Store
TÉLÉCHARGEZ L'APPLICATION ABLANIAN CI
DISPONIBLE SUR Google Play
Télécharger dans l'App Store

3.a)) Expression de la force exercée par S sur la portion CD

T.C.I : $\vec{P}+\vec{R}=m\vec{a}$

Suivant $\vec{N}$: $-mg\cos\theta+R=ma_n=m\frac{{v_D}^2}{r}$

$$R=m\left(g\cos\theta+\frac{{v_D}^2}{r}\right)=m\left(g\cos\theta+\frac{1}{5r}g(4h-7r)\right)$$

$$R=m\left[g\left(\cos\theta+\frac{4h}{5r}-\frac{7}{5}\right)\right]=\frac{mg}{5r}(5r\cos\theta+4h-7r)$$

$$R=\frac{mg}{5r}\left(\frac{5r}{2}+4h-7r\right), car\ \cos\theta=\cos 60°=\frac{1}{2}$$

$$D'où\ :\ R=\frac{mg}{5r}\left(-\frac{9r}{2}+4h\right)$$

b)) Valeur minimale de la hauteur h pour que S arrive en D

Pour que le solide arrive en D, il faut que $R_D\geq 0$

$$R_D\geq 0\ \Leftrightarrow\frac{mg}{5r}\left(-\frac{9r}{2}+4h\right)\geq 0\Rightarrow-\frac{9r}{2}+4h\geq 0$$

$$\Rightarrow h\geq\frac{9r}{8}\Rightarrow\quad h_{min}=\frac{9r}{8}=1{,}125m$$

c)) Vérifions si S peut toucher le plafond situé à1,5m de C

T.EC : entre D et le point maximal

Au point maximal $v_{max}=0$ *donc :*

$$E_C(f)-E_C(D)=W(\vec{P})+W(\vec{R})$$

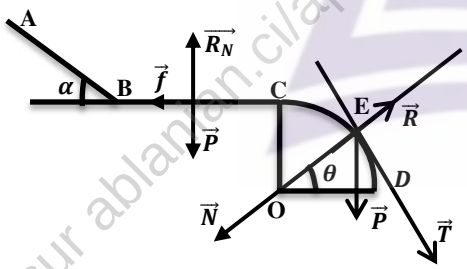
$$\Rightarrow -E_C(D)=-\frac{1}{2}m{v_D}^2=W(\vec{P})=-mgh_f\ \Rightarrow h_f=\frac{{v_D}^2}{2g}$$

$$h_f=\frac{{v_D}^2}{2g}=\frac{4}{20}=0{,}2m$$

$$h_{max}=r(1-\cos\theta)+h_f=0{,}5+0{,}2=0{,}7m$$

$h_{max}=0{,}7m<1{,}5m\ \Rightarrow$ le solide peut toucher le plafond situé à 1,5m au-dessus du point C.

Solution 4



1. Vitesse de la bille en B

Bilan des forces : $\vec{P}$ et $\vec{R}$ de la piste.

T.E.C : entre A et B

$$E_C(B)-E_C(A)=W(\vec{P})+W(\vec{R}),\ Or\ E_C(A)=0$$

$$\frac{1}{2}m{v_B}^2=mgh=mgAB\sin\alpha\Rightarrow$$

$$v_B=\sqrt{2gAB\sin\alpha}=\sqrt{2\times 10\times 1{,}6\sin 30°}=4m.s^{-1}$$

- Durée mise par la bille M pour atteindre le point B

T.C.I : $\vec{P}+\vec{R}=m\vec{a}$

suivant AB : $mg\sin\alpha=ma\ \Rightarrow\ a=g\sin\alpha$

$A.N$: $a=10\times 0{,}5=5m.s^{-2}(MRUA)$

$$x(t)=\frac{1}{2}at^2=2{,}5t^2, or\ \ au\ point\ B,$$

$$AB=x=2{,}5{t_{AB}}^2\Rightarrow t_{AB}=\sqrt{\frac{AB}{2{,}5}}=\sqrt{\frac{1{,}6}{2{,}5}}=0{,}8s$$

2. a)) Nature du mouvement de M sur piste BC

Sur la piste BC , la bille est soumise à son poids $\vec{P}$, à la réaction normale $\overrightarrow{R_N}$ et à la force de frottement $\vec{f}$.

T.C.I : $\vec{P}+\vec{R}=m\vec{a}$ *: Suivant BC :*

$$-f=ma\ \Rightarrow a=\frac{-f}{m}=\frac{-0{,}4}{0{,}05}=-8m.s^{-2}$$

Comme a < 0, alors le mouvement de la bille M sur la portion BC est uniformément retardé.

b)) Equation horaire de la bille sur la portion BC

$$A\ t=0{,}8s:\ x(t)=\tfrac{1}{2}at^2+v_0t=-4t^2+4t\ \ et$$

$$v(t)=at+v_0=-8t+4$$

c)) Calcul de la distance BC

- Première méthode :

Au point C, $v_C(t)=-8t+4=0\ \Rightarrow\ t_{BC}=0{,}5s$

A t = 0,5s, $BC=x(t)=-4\times 0{,}5^2+4\times 0{,}5=1$

ou bien

T.E.C : entre B et C

$$E_C(C)-E_C(B)=W(\vec{P})+W(\overrightarrow{R_N})+W(\vec{f})$$

$$\Rightarrow-\frac{1}{2}m{v_B}^2=-fBC\ \Rightarrow BC=\frac{m{v_B}^2}{2f}$$

$$BC=\frac{m{v_B}^2}{2f}=\frac{0{,}05\times 16}{2\times 0{,}4}=1m$$

3.a)) Expression de la vitesse de la bille en E en f(g, r, et θ)

T.E.C : entre C et E

$$E_C(E)-E_C(C)=W(\vec{P})+W(\vec{R}),\ Or\ E_C(C)=0$$

$$\frac{1}{2}m{v_E}^2=mgh=mgr(1-\sin\theta)$$

$$v_E=\sqrt{2gr(1-\sin\theta)}$$

b)) Expression de l'intensité la réaction R au point E

T.C.I : $\vec{P}+\vec{R}=m\vec{a}$ *, Suivant* $\vec{N}$ *:*

$$mg\sin\theta-R=ma_n=m\frac{{v_E}^2}{r}=2mg(1-\sin\theta)$$

$$R_E=mg(\sin\theta-2+2\sin\theta)=mg(3\sin\theta-2)$$

b)) Valeur de l'angle θ_0 pour que la bille quitte la piste en E

Si la bille quitte la piste E, alors :

$$R_E=0\Rightarrow 3\sin\theta_0-2\Rightarrow\sin\theta_0=\frac{2}{3}\ \Rightarrow\ \theta_0=41{,}81°$$

Vitesse de la bille au point d'angle $\theta_0=41{,}81°$

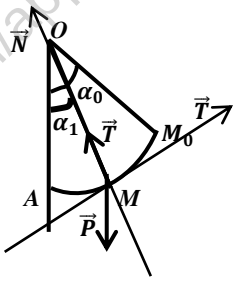
$$v_0=\sqrt{2gr(1-\sin\theta_0)}=\sqrt{2.10.0{,}6\left(1-\frac{2}{3}\right)}=2m.s^{-1}$$

GRATUITS SUR ablanian.com
Téléchargez l'application Ablanian CI sur Play Store et App Store
TÉLÉCHARGEZ L'APPLICATION ABLANIAN CI
DISPONIBLE SUR Google Play Télécharger dans l'App Store

Solution 5

1. a)) Vitesse de S aux points M et A

Le solide S est soumis à son poids $\vec{P}$ et à la tension $\vec{T}$ du fil.



T.E.C : entre M_0 et M

$$E_C(M) - E_C(M_0) = W(\vec{P}) + W(\vec{T})$$

$$\Rightarrow \frac{1}{2}mv_1^2 - \frac{1}{2}mv_0^2 = mgh$$

$$\Rightarrow v_1 = \sqrt{v_0^2 + 2gh}$$

Avec $h = l\cos\alpha_1 - l\cos\alpha_0 = l(\cos\alpha_1 - \cos\alpha_0)$

$$soit \quad v_1 = \sqrt{v_0^2 + 2gl(\cos\alpha_1 - \cos\alpha_0)}$$

Au point A : $\alpha_2 = 0 \Rightarrow v_2 = \sqrt{v_0^2 + 2gl(1 - \cos\alpha_0)}$

$$A.N : v_1 = \sqrt{2^2 + 20(\cos 25° - \cos 40°)} = 2{,}6 m.s^{-1}$$

$$v_2 = \sqrt{2^2 + 20(1 - \cos 40°)} = 2{,}95 m.s^{-1}$$

b)) Tension du fil aux points M et A

$$T.C.I : \vec{P} + \vec{T_1} = m\vec{a}, \quad Suivant \ \vec{N} :$$

$$-mg\cos\alpha_1 + T_1 = ma_n = m\frac{v_1^2}{l} \Rightarrow T_1 = m\left(g\cos\alpha_1 + \frac{v_1^2}{l}\right)$$

$$T_1 = m\left(g\cos\alpha_1 + 2g(\cos\alpha_1 - \cos\alpha_0) + \frac{v_0^2}{l}\right)$$

$$T_1 = m\left[g(3\cos\alpha_1 - 2\cos\alpha_0) + \frac{v_0^2}{l}\right]$$

Au point A : $\alpha_2 = 0 \Rightarrow T_2 = m\left[g(3 - 2\cos\alpha_0) + \frac{v_0^2}{l}\right]$

$$A.N : T_1 = 0{,}2\left[10(3\cos 25° - 2\cos 40°) + \frac{2^2}{1}\right] = 3{,}17N$$

$$T_2 = 0{,}2\left[10(3 - 2\cos 40°) + \frac{2^2}{1}\right] = 3{,}74N$$

c))) Valeur minimale de la vitesse v_0

Si on veut que la sphère fait un tour complet avec fil tendu, il faut

T ≥ 0 et α = π , donc $T_1 = m\left[g(3\cos\pi - 2\cos\alpha_0) + \frac{v_0^2}{l}\right] \geq 0$

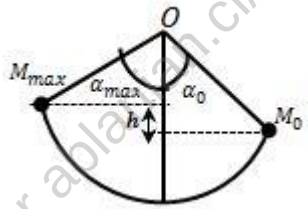
$$\Rightarrow g(-3 - 2\cos\alpha_0) + \frac{v_0^2}{l} \geq 0$$

$$v_0^2 \geq gl(3 + 2\cos\alpha_0) \ soit \ \ v_{0(min)} = \sqrt{gl(3 + 2\cos\alpha_0)}$$

$$A.N : v_{0(min)} = \sqrt{10(3 + 2\cos 40°)} = 6{,}73 m.s^{-1}$$

d)) Angle d'écartement maximal α_m

T.E.C : entre M_0 et M_{max}



$$E_C(M_{max}) - E_C(M_0) = W(\vec{P}) + W(\vec{T}),$$

Or au point d'arrêt $E_C(M_{max}) = 0$

$$E_C(M_0) = mgh = mgl(\cos\alpha_0 - \cos\alpha_{max}) \quad car \ \alpha_m > \alpha_0$$

$$\Rightarrow \cos\alpha_0 - \cos\alpha_{max} = \frac{E_C(M_0)}{mgl} \Rightarrow \cos\alpha_{max} = \cos\alpha_0 - \frac{E_C(M_0)}{mgl}$$

$$A.N : \cos\alpha_{max} = \cos 40° - \frac{1{,}2}{0{,}2\times 10} = 0{,}166 \Rightarrow \alpha_{max} = 80{,}44° \ 2.$$

a)) Relation entre ω et θ

Le solide (S) est soumis à son poids $\vec{P}$ et à la tension $\vec{T}$ du fil

$$T.C.I : \vec{P} + \vec{T} = m\vec{a}$$, suivant x'x : $T\sin\alpha = ma_n = mr\omega^2$

$$avec \ r = l\sin\theta \ , alors : T = ml\omega^2 \ \ (1)$$

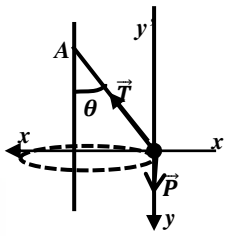
Suivant y'y : $T\cos\theta - mg = 0 \Rightarrow T = \frac{mg}{\cos\theta}$ (2)

$$(1) = (2), alors : ml\omega^2 = \frac{mg}{\cos\theta} \Rightarrow \omega = \sqrt{\frac{g}{l\cos\theta}}$$

$$A.N : \omega = \sqrt{\frac{10}{1\cos 30°}} = 3{,}4 rad.s^{-1}$$

b)) Valeur de la tension T du fil

$$T = \frac{mg}{\cos\theta} \Rightarrow T = \frac{0{,}2\times 10}{\cos 30°} = 2{,}31N$$

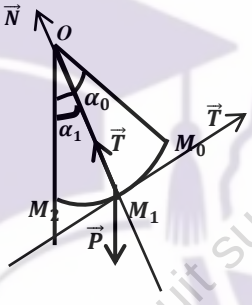


c)) Valeur minimale de ω

$\omega = \sqrt{\frac{g}{l\cos\theta}}$, pour la valeur minimale de ω, $\cos\theta \geq 1$, alors : $\omega_{min} = \sqrt{\frac{g}{l}} =$

$$\sqrt{\frac{10}{1}} = 3{,}16 rad.s^{-1}$$

EXERCICE 6



1. *a))* Energie mécanique E_0

$$E_0 = E_{C0} + E_{PP0} = \frac{1}{2}mv_0^2 - mgl\cos\alpha_0 = m\left(\frac{v_0^2}{2} - gl\cos\alpha_0\right)$$

$$E_0 = 0{,}2\left(\frac{9}{2} - 9{,}8\times 0{,}8\cos 40°\right) = -0{,}3J$$

b)) Expression de v_1 *et* v_2

T.E.C : entre M_1 *et* M_0

$$E_C(M_1) - E_C(M_0) = W(\vec{P}) + W(\vec{T})$$

$$\Rightarrow \frac{1}{2}mv_1^2 - \frac{1}{2}mv_0^2 = mgh$$

$v_1 = \sqrt{v_0^2 + 2gh}$ *Avec* $h = l\cos\alpha_1 - l\cos\alpha_0$

d'où : $v_1 = \sqrt{v_0^2 + 2gl(\cos\alpha_1 - \cos\alpha_0)}$

Au point M_2 : $\alpha_1 = 0 \Rightarrow v_2 = \sqrt{v_0^2 + 2gl(1 - \cos\alpha_0)}$

$$A.N : v_1 = \sqrt{3^2 + 2\times 9{,}8\times 0{,}8(\cos 25° - \cos 40°)}$$

$$v_1 = 3{,}35 m.s^{-1}$$

$$v_2 = \sqrt{3^2 + 2\times 9{,}8\times 0{,}8(1 - \cos 40°)} = 3{,}56 m.s^{-1}$$

c)) Tension du fil au points M_1

$$T.C.I : \vec{P} + \vec{T_1} = m\vec{a} \ , Suivant \ \vec{N} :$$

GRATUITS SUR ablanian.com
Téléchargez l'application Ablanian CI sur Play Store et App Store
TÉLÉCHARGEZ L'APPLICATION ABLANIAN CI
DISPONIBLE SUR Google Play
Télécharger dans l'App Store

$-mg\cos\alpha_1 + T_1 = ma_n = m\frac{{v_1}^2}{l} \Rightarrow T_1 = m\left(g\cos\alpha_1 + \frac{{v_1}^2}{l}\right)$

$T_1 = m(g\cos\alpha_1 + 2g(\cos\alpha_1 - \cos\alpha_0) + \frac{{v_0}^2}{l}$

$T_1 = m\left[g(3\cos\alpha_1 - 2\cos\alpha_0) + \frac{{v_0}^2}{l}\right]$ *et*

Au point M_2 *:* $\alpha_1 = 0 \Longrightarrow T_2 = m\left[g(3 - 2\cos\alpha_0) + \frac{{v_0}^2}{l}\right]$

$A.N : T_1 = 0{,}2\left[9{,}8(3\cos 25° - 2\cos 40°) + \frac{3^2}{0{,}8}\right] = 4{,}58N$ et

$T_2 = 0{,}2\left[9{,}8(3 - 2\cos 40°) + \frac{3^2}{0{,}8}\right] = 5{,}13N$

d)) Energie mécanique en M_2

$E_1 = E_{C1} + E_{PP1} = \frac{1}{2}m{v_2}^2 - mgl = m\left(\frac{{v_2}^2}{2} - gl\right)$

$$E_1 = 0{,}2\left(\frac{3{,}56^2}{2} - 9{,}8 \times 0{,}8\right) = -0{,}3J$$

On a : $E_1 = E_0 = -0{,}3J = cste$*, entre* M_0 *et* M_2 *, il a* conservation de l'énergie mécanique, due à l'absence de résistance de l'aire (force de frottement), donc le système est conservatif.

e)) Valeur minimale de la vitesse v_0

Si on veut que la bille fasse un tour complet avec fil tendu, il faut $T_1 \geq 0$ *et* $\alpha = \pi$ *, donc*

$T_1 = m\left[g(3\cos\pi - 2\cos\alpha_0) + \frac{{v_0}^2}{l}\right] \geq 0$

$$g(-3 - 2\cos\alpha_0) + \frac{{v_0}^2}{l} \geq 0 \Rightarrow {v_0}^2 \geq gl(3 + 2\cos\alpha_0)$$

$\Longrightarrow v_{0(min)} = \sqrt{gl(3 + 2\cos\alpha_0)}$

$A.N : v_{0(min)} = \sqrt{9{,}8(3 + 2\cos 40°)} = 6{,}67m.s^{-1}$

f)) Valeur de l'angle d'écartement maximal

T.E.C : entre M_0 et M_{max} *:*

$E_C(M_{max}) - E_C(M_0) = W(\vec{P}) + W(\vec{T})$

Or au point d'arrêt $E_C(M_{max}) = 0$

$$E_{C0} = \frac{1}{2}m{v_0}^2 = mgh = mgl(\cos\alpha_0 - \cos\alpha_{max}) \Rightarrow$$

$\cos\alpha_0 - \cos\alpha_{max} = \frac{{v_0}^2}{2gl} \Rightarrow \cos\alpha_{max} = \cos\alpha_0 - \frac{{v_0}^2}{2gl}$

$A.N : \cos\alpha_{max} = \cos 40° - \frac{9}{2\times 9{,}8\times 0{,}8} = 0{,}192$

$$\Rightarrow \alpha_{max} = 78{,}92°$$

Equation horaire du mouvement

Après la rupture du fil, T=0 , $mg = ma$ alors $a = g$ (Chute libre sans vitesse initiale)

$$\Longrightarrow y = \frac{1}{2}gt^2 = 4{,}9t^2$$

Solution 7

1. a)) Vitesse v_1 juste avant le choc

La bille est soumis à son poids $\vec{P}$ et à la tension $\vec{T}$ du fil.

T.E.C : $\frac{1}{2}m{v_1}^2 - \frac{1}{2}m{v_0}^2 = mgh \Rightarrow v_1 = \sqrt{2gh}$

b)) Expression de la tension T du fil en fonction de h

T.C.I : $\vec{P} + \vec{T_1} = m\vec{a}$, Suivant $\vec{N}$:

$-mg + T_1 = ma_n = m\frac{{v_1}^2}{l} \Rightarrow T_1 = m(g + \frac{2gh}{l})$

2. Hauteur maximale de deux billes après le choc en f(h)

a))) Pour une collision inélastique

Dans un choc inélastique , il y a conservation du vecteur quantité de mouvement :

- Avant le choc : $\vec{P} = m\vec{v_1} + 2m\vec{v_2} = m\vec{v_1}$ *,car* $v_2 = 0$

- Après le choc : $\vec{P'} = (m + 2m)\vec{v}$

$\vec{P} = \vec{P'} \Rightarrow m\vec{v_1} = (m + 2m)\vec{v} \Rightarrow \vec{v} = \frac{1}{3}\vec{v_1}$.

T.E.C : après le choc

$\frac{1}{2}(3m){v_f}^2 - \frac{1}{2}(3m)v^2 = -\frac{3}{2}mv^2 = -3mgh_{(max)}$

car au point maximal la vitesse s'annule.

$h_{(max)} = \frac{v^2}{2g} = \frac{1}{2g} \times \frac{2gh}{9} = \frac{1}{9}h$

Alors les deux billes s'élèvent d'une hauteur $h_{(max)} = \frac{1}{9}h$

b)) Pour un choc élastique

Il y a conservation de l'énergie cinétique des deux billes et de la quantité de mouvement.

- Vitesse de deux billes après le choc

Le mouvement se décompose à nouveau en 2 étapes.

- Avant le choc :

$\vec{P} = m\vec{v_1} + 2m\vec{v_2} = m\vec{v_1}$ *,car* $v_2 = 0$ *et* $E_C = \frac{1}{2}m{v_1}^2$

- Après le choc :

$\vec{P'} = m\vec{v'_1} + 2m\vec{v'_2}$ *et* $E'_C = \frac{1}{2}m{v'_1}^2 + m{v_2}^2$

Lors d'un choc élastique, alors il y a deux conservations :

- Conservation du vecteur quantité de mouvement :

$\vec{P} = \vec{P'} \Rightarrow m\vec{v_1} = m\vec{v'_1} + 2m\vec{v'_2}$

$\Rightarrow mv_1 = mv'_1 + 2mv'_2 \Longrightarrow (v_1 - v'_1) = 2v'_2$ (1)

- Conservation de l'énergie cinétique

$E_C = E'_C \Rightarrow \frac{1}{2}m{v_1}^2 = \frac{1}{2}m{v'_1}^2 + m{v'_2}^2$

$\Longrightarrow \left({v_1}^2 - {v'_1}^2\right) = 2{v'_2}^2$

$\Longrightarrow (v_1 - v'_1)(v_1 + v'_1) = 2{v'_2}^2$ (2)

donc $\frac{(2)}{(1)}$ donne : $v_1 + v'_1 = v'_2$ (3)

Dans (1): $(v_1 - v'_1) = 2(v_1 + v'_1)$

$\Rightarrow v'_1 = -\frac{1}{3}v_1 = -\frac{1}{3}\sqrt{2gh}$ *et* $v'_2 = \frac{2}{3}v_1 = \frac{2}{3}\sqrt{2gh}$

- Hauteur maximale atteinte par les deux billes

T.E.C : après le choc :

$$\frac{1}{2}m{v_f}^2 - \frac{1}{2}m{v_1}'^2 = -\frac{1}{2}m{v'_1}^2 = -mgh_{1(max)}$$

- Pour la bille de masse m : $h_{1(max)} = \frac{{v'_1}^2}{2g} = \frac{1}{2g} \times \frac{2gh}{9} = \frac{1}{9}h$

- Pour la bille de masse 2m :

$h_{2(max)} = \frac{{v'_2}^2}{2g} = \frac{1}{2g} \times \frac{8gh}{9} = \frac{4}{9}h$

GRATUITS SUR ablanian.com
Téléchargez l'application Ablanian CI sur Play Store et App Store
TÉLÉCHARGEZ L'APPLICATION ABLANIAN CI
DISPONIBLE SUR Google Play Télécharger dans l'App Store

Solution sur le champ de pesanteur

Solution 1

1.a)) Vitesse de la bille M juste avant le choc

Avant le choc : $\vec{P} = m\vec{v_0}$ et $E_C = \frac{1}{2}mv_0{}^2$

Après le choc :

$$\vec{P} = m\vec{v'_0} + m'\vec{v'} \text{ et } E'_C = \frac{1}{2}mv'_0{}^2 + \frac{1}{2}m'v'^2$$

- Conservation du vecteur quantité de mouvement :

$$m\vec{v_0} = m\vec{v'_0} + m'\vec{v'} \Rightarrow mv_0 = mv'_0 + m'v' \ (1)$$

- Conservation de l'énergie cinétique :

$$\frac{1}{2}mv_0{}^2 = \frac{1}{2}mv'_0{}^2 + \frac{1}{2}m'v'^2 \Rightarrow mv_0{}^2 = mv'_0{}^2 + m'v'^2 (2)$$

$$\frac{(2)}{(1)} \Rightarrow v_0 + v'_0 = v' \Longrightarrow v'_0 = v' - v_0$$

$$(1) : mv_0 = m(v' - v_0) + m'v'$$

$$\Longrightarrow v_0 = \frac{(m' + m)}{2m}v' = \frac{(200 + 50)}{100} \times 1{,}6 = 4m.s^{-1}$$

b)) Vitesse de M juste après le choc

$$v'_0 = v' - v_0 = 1{,}6 - 4 = -2{,}4m.s^{-1}$$

Comme $v'_0 < 0$, alors après le choc la bille M recule vers l'arrière(choc avec recule).

2. a)) Nature du mouvement de la bille M'

Si M' quitte la gouttière, alors elle est soumis qu' à son poids $\vec{P} = m'\vec{g}$. T.C.I : $m'\vec{g} = m'\vec{a} \Rightarrow \vec{a} = \vec{g}$, alors le mouvement de M' est une chute libre avec vitesse initiale horizontale.

b)) Equation cartésienne de la trajectoire

$$\overrightarrow{v_C}\begin{vmatrix} v_{Cx} = V_C \\ v = 0 \end{vmatrix} ; \vec{a}\begin{vmatrix} a_x = 0 \\ a_y = g \end{vmatrix} ; \overrightarrow{CM_0}\begin{vmatrix} x_C = 0 \\ y_C = 0 \end{vmatrix} ; \overrightarrow{CM}\begin{vmatrix} x = v_C t \\ y = \frac{1}{2}gt^2 \end{vmatrix}$$

$$y = \frac{g}{2v_C{}^2}x^2 \Rightarrow y = \frac{10}{2 \times 1{,}6^2}x^2 \Rightarrow y = 1{,}95x^2$$

c)) Distance CK

Comme K est un point d'impact, alors :

$$y_K = 1{,}95x_K{}^2 = h \Rightarrow x_K{}^2 = \frac{80}{1{,}95} = 41 \text{ , } donc$$

$$CK = \sqrt{x_K{}^2 + y_K{}^2} = \sqrt{41 + 80^2} = 85{,}25m$$

Solution 2

1. a)) Valeur de l'angle α

T.E.C : entre A_0 et A

$$E_C(A) = W(\vec{P}) \Rightarrow \frac{1}{2}mv^2 = mgl(1 - \cos\alpha)$$

$$\cos\alpha = 1 - \frac{v^2}{2gl} = 1 - \frac{9}{20 \times 0{,}9} = 0{,}5 \Rightarrow \alpha = 60°$$

2. Vitesse de la bille M_2 juste après le choc

Conservation de la quantité de mouvement

$$\overrightarrow{P_1} + \overrightarrow{P_2} = \overrightarrow{P'_1} + \overrightarrow{P'_2} \Rightarrow m_1\overrightarrow{v_1} + \vec{0} = m_1\overrightarrow{v'_1} + m_2\overrightarrow{v'_2} \Rightarrow$$

$$v'_1 = \frac{m_1v_1 - m_2v'_2}{m_1} = \frac{0{,}2 \times 3 - 0{,}1 \times 4}{0{,}2} = 1m.s^{-1}$$

3. a)) Vitesse de M_2 en I en fonction de V, g, r et β

T.E.C : entre A et I :

$$E_C(I) - E_C(A) = W(\overrightarrow{P}) + W(\overrightarrow{R}) \Rightarrow \frac{1}{2}mv_I{}^2 - \frac{1}{2}mv_A{}^2 = -mgh$$

$$v_I = \sqrt{v^2 - 2gh} = \sqrt{v^2 - 2gr\cos\beta}$$

b)) Intensité de la réaction R en f (m, g, r, v et β)

$$T.C.I : m_2\vec{g} + \vec{R} = m_2\vec{a} \text{ , } Suivant \vec{N} : m_2g\cos\beta - R = m_2\frac{v_I{}^2}{r}$$

$$R = m_2(g\cos\beta + 2g\cos\beta - \frac{v^2}{r}) = m_2(3g\cos\beta - \frac{v^2}{r})$$

c)) Valeur du rayon r

Quand la bille M_2 arrive en *D*,

$$\beta = 0 \Rightarrow v_D = \sqrt{v^2 - 2gr}$$

$$v_D{}^2 = v^2 - 2gr \Rightarrow r = \frac{-v_D{}^2 + v^2}{2g} = \frac{-1 + 16}{20} = 0{,}75m$$

4.a)) Equation cartésienne de la trajectoire

$$T.C.I : m\vec{g} = m\vec{a} \Rightarrow \vec{a} = \vec{g}$$

$$\overrightarrow{v_D}\begin{vmatrix} v_{Dx} = v_D \\ v_{Dy} = 0 \end{vmatrix} ; \vec{a}\begin{vmatrix} a_x = 0 \\ a_y = -g \end{vmatrix} ; \overrightarrow{OM_0}\begin{vmatrix} x_0 = 0 \\ y_0 = 0 \end{vmatrix} ;$$

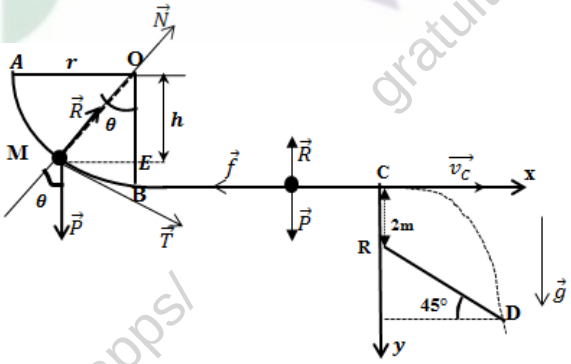
$$\overrightarrow{OM}\begin{vmatrix} x = v_D t \\ y = \frac{1}{2}gt^2 + r \end{vmatrix}$$

$$Donc \quad y = -\frac{g}{2V_D{}^2}x^2 + r \Rightarrow y = -5x^2 + 0{,}75$$

b)) Calcul de la distance OE

$$E\begin{vmatrix} x_E = OE \\ y_E = 0 \end{vmatrix} \Rightarrow 0 = -5OE^2 + 0{,}75 \Rightarrow OE = \sqrt{\frac{0{,}75}{5}} = 0{,}387m$$

Solution 3

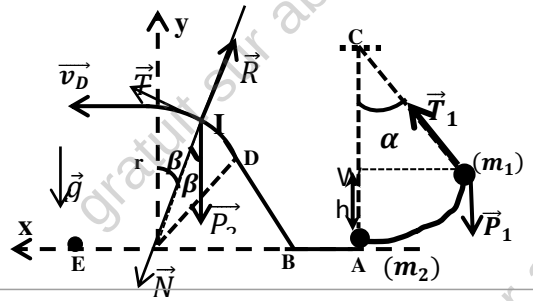


1. Le mobile est soumis à son poids $\vec{P}$ et à la réaction $\vec{R}$

a)) Expression de v_M en f (V_A, g, r, θ)

T.E.C : entre A et M

$$E_C(M) - E_C(A) = W(\vec{P}) + W(\vec{R}) \text{ , } or\ W(\vec{R}) = 0$$



gratuit sur ablanian.ci/apps/

GRATUITS SUR ablanian.com
Téléchargez l'application Ablanian CI sur Play Store et App Store
TÉLÉCHARGEZ L'APPLICATION ABLANIAN CI
DISPONIBLE SUR Google Play
Télécharger dans l'App Store

$\Rightarrow \frac{1}{2}mv_M{}^2 - \frac{1}{2}mv_A{}^2 = mgh = mgr\cos\theta$

$v_M = \sqrt{v_A{}^2 + 2gr\cos\theta}$,

Au point B, $\theta = 0 \Rightarrow v_B = \sqrt{v_A{}^2 + 2gr}$

$$v_B = \sqrt{5^2 + 20} = 6{,}7m.s^{-1}$$

b)) Expression de la réaction R_M en f(m, v_A, g, r, θ)

T.C.I : $m\vec{g} + \vec{R} = m\vec{a}$, *Suivant* $\vec{N}$:

$$-mg\cos\theta + R_M = m\frac{v_M{}^2}{r} \Rightarrow R_M = m\left(g\cos\theta + \frac{v_M{}^2}{r}\right)$$

$$R_M = m\left(g\cos\theta + 2g\cos\theta + \frac{v_A{}^2}{r}\right) = m\left(3g\cos\theta + \frac{v_A{}^2}{r}\right)$$

Au point B, θ = 0, alors : $R_B = m\left(3g + \frac{v_A{}^2}{r}\right)$

$$A.N: R_B = 0{,}1(30 + 25) = 5{,}5N$$

2. a)) Valeur de l'intensité f

Le mobile est soumis à une force de frottement $\vec{f}$

T.E.C : entre B et C

$E_C(C) - E_C(B) = W(\vec{P}) + W(\overrightarrow{R_N}) + W(\vec{f})$,

$\frac{1}{2}mv_C{}^2 - \frac{1}{2}mv_B{}^2 = -fBC \Rightarrow f = \frac{m(v_B{}^2 - v_C{}^2)}{2BC}$

$f = \frac{0{,}1(45 - 25)}{2 \times 3} = 0{,}33N$

b)) Nature du mouvement su la piste horizontale

T.C.I : $\vec{f} + \overrightarrow{R_N} + m\vec{g} = m\vec{a}$, *Suivant x'x :*

$$-f = ma \Rightarrow a = \frac{-f}{m} = \frac{-0{,}33}{0{,}1} = -3{,}3m.s^{-2}$$

Comme $a < 0$, alors le mouvement du mobile su la piste horizontale est uniformément décéléré.

c)) Durée du trajet BC

$$\Delta v = v_C - v_B = at_{BC} \Rightarrow t_{BC} = \frac{v_C - v_B}{a} = \frac{5 - 6{,}7}{-3{,}3} = 0{,}52s$$

d)) Enoncé du théorème de l'énergie mécanique

<< La variation de l'énergie mécanique entre deux instants quelconques est égale à la somme de toutes les travaux des forces non-conservatives : $\Delta E = \sum W(\vec{F}non - consevative)$.

- *Au point B:* $E_B = E_C(B) = \frac{1}{2}mv_B{}^2 = \frac{1}{2} \times 0{,}1 \times 45 = 2{,}25J$

- *Au point C : :* $E_C = E_C(C) = \frac{1}{2}mv_C{}^2 = \frac{1}{2} \times 0{,}1 \times 25 = 1{,}25J$

E(C) < E(B), alors il y a diminution de l'énergie mécanique due aux forces de frottement, donc le système est : « dissipatif »

3. a)) Equation cartésienne de la trajectoire

T.C.I : $m\vec{g} = m\vec{a} \Rightarrow \vec{a} = \vec{g}$

$\overrightarrow{v_C}\begin{vmatrix} v_{Cx} = v_C \\ v_{Cy} = 0 \end{vmatrix}$; $\vec{a}\begin{vmatrix} a_x = 0 \\ a_y = g \end{vmatrix}$; $\overrightarrow{CM_0}\begin{vmatrix} x_C = 0 \\ y_C = 0 \end{vmatrix}$; $\overrightarrow{CM}\begin{vmatrix} x = v_C t \\ y = \frac{1}{2}gt^2 \end{vmatrix}$

Donc : $y = \frac{g}{2v_C{}^2}x^2 \Rightarrow y = \frac{10}{2\times 5^2}x^2 \Rightarrow y = 0{,}2x^2$

b)) Calcul de la distance CD

Comme D est un point d'impact, alors :

(CD) : $y = ax + b$, *où :* $a = \tan\alpha = \tan 45° = 1$ et b=2

(CD) : $y = x + 2 \Rightarrow y = 0{,}2x^2 = x + 2$

$\Rightarrow 0{,}2x^2 - x - 2 = 0 \Longrightarrow \Delta = 1 + 4(0{,}2)2 = 2{,}16$

$\sqrt{\Delta} = 1{,}47 \Rightarrow x = \frac{1 \pm 1{,}47}{0{,}4} \Rightarrow x_D = \frac{1 + 1{,}47}{0{,}4} = 6{,}17m$ *et*

$y_D = 6{,}17 + 2 = 8{,}17m$

$\Rightarrow CD = \sqrt{x_D{}^2 + y_D{}^2} = \sqrt{6{,}17^2 + 8{,}17^2} = 10{,}23m$

- Vitesse du mobile en D $\vec{v}\begin{vmatrix} v_x = v_C \\ v_y = gt \end{vmatrix}$

$$au\ point\ D, x_D = V_C t_D \Rightarrow t_D = \frac{x_D}{V_C} = \frac{6{,}17}{5} = 1{,}23s$$

$\overrightarrow{v_D}\begin{vmatrix} v_{Dx} = v_C = 5 \\ v_{Dy} = gt = 10 \times 1{,}23 = 12{,}3 \end{vmatrix}$

$$v_D = \sqrt{5^2 + 12{,}3^2} = 13{,}27m.s^{-1}$$

c)) Comme entre C et D, il n'y a pas de frottement, alors :

$$E_m(D) = E_m(C) = 1{,}25J$$

Solution 4

1. a)) Montrons que le mouvement est plan

- Condition initiale $\overrightarrow{v_0}\begin{vmatrix} v_{0x} = v_0\sin\alpha_0 \\ v_{0z} = v_0\cos\alpha_0 \\ v_{0y} = 0 \end{vmatrix}$, $\overrightarrow{OM_0}\begin{vmatrix} x_0 = 0 \\ y_0 = 0 \\ z_0 = 0 \end{vmatrix}$

Le ballon est soumis à son poids $\vec{P} = m\vec{g}$

T.C.I : $m\vec{g} = m\vec{a} \Rightarrow \vec{a} = \vec{g}$

$\vec{a}\begin{vmatrix} a_x = 0 \\ a_z = -g \\ a_y = 0 \end{vmatrix}$, $\vec{v}\begin{vmatrix} v_x = v_0\sin\alpha_0 \\ v_z = -gt + v_0\cos\alpha_0 \\ v_y = 0 \end{vmatrix}$ *et*

$\overrightarrow{OM}\begin{vmatrix} x = (v_0\sin\alpha_0)t \\ z = -\frac{1}{2}gt^2 + (v_0\cos\alpha_0)t \\ y = 0 \end{vmatrix}$

Comme y = 0, alors le mouvement est plan et a eu lieu dans le plan (OX, Oz)

b)) Equation de la trajectoire

$x = (V_0\sin\alpha_0)t \Rightarrow t = \frac{x}{V_0\sin\alpha_0}$

$$\Longrightarrow y = -\frac{g}{2V_0{}^2 sin^2\alpha_0}x^2 + x\frac{\cos\alpha_0}{\sin\alpha_0}$$

La trajectoire est une parabole de concavité tourné vers le bas.

2. a)) Valeur de v_0

Le ballon passe par le point de coordonnées x=6m et z=1,95m, donc ce point est un point d'impact du ballon :

$$y = -\frac{g}{2v_0{}^2 sin^2\alpha_0}x^2 + x\frac{\cos\alpha_0}{\sin\alpha_0}$$

$$\Rightarrow z - x\frac{\cos\alpha_0}{\sin\alpha_0} = -\frac{g}{2v_0{}^2 sin^2\alpha_0}x^2$$

$$z\sin\alpha_0 - x\cos\alpha_0 = -\frac{g}{2v_0{}^2 sin\,\alpha_0}x^2 \Rightarrow$$

$$v_0{}^2(2zsin^2\alpha_0 - x\sin 2\alpha_0) = -gx^2$$

$$\Rightarrow v_0 = \sqrt{\frac{gx^2}{x\sin 2\alpha_0 - 2zsin^2\alpha_0}}$$

TÉLÉCHARGEZ L'APPLICATION ABLANIAN CI
DISPONIBLE SUR Google Play
Télécharger dans l'App Store

$$A.N:\ V_0 = \sqrt{\frac{10 \times 6^2}{6\sin 120° - 2 \times 1{,}95 sin^2 60°}} = 12{,}59 m.s^{-1}$$

b)) Temps mis par le ballon pour atteindre le mur

Le mur est situé à une distance d=6m, donc

$$x = (v_0 \sin\alpha_0)t = d\ , t = \frac{d}{v_0 \sin\alpha_0} = \frac{6}{12{,}59 \sin 60°} = 0{,}55s$$

c)) Expression de la Vitesse v_1 en f(g, h et v_0)

T.E.C : entre O et B

$$E_C(B) - E_C(O) = W(\vec{P}) \ \Rightarrow \frac{1}{2}mv_1{}^2 - \frac{1}{2}mv_0{}^2 = -mgh$$

$$v_1 = \sqrt{v_0{}^2 - 2gh}\ ;\ v_1 = \sqrt{12{,}59^2 - 20 \times 1{,}95} = 10{,}93 m.s^{-1}$$

d)) Expression de $\frac{\sin\alpha_1}{\sin\alpha_0}$ en fonction de g, h et v_0

Le mouvement du ballon est uniforme suivant Ox, car $a_x = 0$,

alors : $v_{0x} = v_0 \sin\alpha_0$ et en B, $v_{1x} = v_1 \sin\alpha_1$

$$v_{0x} = v_{1x} \Rightarrow v_0 \sin\alpha_0 = v_1 \sin\alpha_1$$

$$\Rightarrow \frac{\sin\alpha_1}{\sin\alpha_0} = \frac{v_0}{v_1} = \frac{v_0}{\sqrt{v_0{}^2 - 2gh}}$$

$$A.N:\ \frac{\sin\alpha_1}{\sin\alpha_0} = \frac{12{,}59}{\sqrt{12{,}59^2 - 20 \times 1{,},95}} = 1{,}15$$

- Valeur de α_1

$$\frac{sin\,\alpha_1}{sin\,\alpha_0} = 1{,}15 \Rightarrow sin\,\alpha_1 = 1{,}15\, sin\,\alpha_0$$

$$\Rightarrow \alpha_1 = sin^{-1}(1{,}15 \sin\alpha_0)$$

$A.N : \alpha_1 = sin^{-1}(1{,}15 \sin 60°) = 84{,}83°$

3. Valeur de la distance D, si le tir n'était pas contré

Lorsque le ballon touche le sol, z =0 : alors

$$-\frac{g}{2v_0{}^2 sin^2\alpha_0}x^2 + x\frac{\cos\alpha_0}{\sin\alpha_0} = 0$$

$$D = x = \frac{v_0{}^2 \sin 2\alpha_0}{g} = \frac{12{,}59^2 \sin 120°}{10} = 13{,}72m$$

Solution 5

1. a)) Accélération du solide (S)

Le solide (S) est soumis à son poids $\vec{P}$, à la réaction normale $\overrightarrow{R_N}$, à la force de frottement $\vec{f}$ et à la force de poussée $\vec{F}$.

$$T.C.I : \vec{P} + \vec{f} + \vec{F} + \overrightarrow{R_N} = m\vec{a}$$

Suivant x'x : $-f + F = ma \Rightarrow a = \frac{F-f}{m} = \frac{5-1}{0{,}5} = 8 m.s^{-2}$

Comme a >0, alors le mouvement est rectiligne uniformément accéléré.

- Lois horaires du mouvement de (S)

$$x(t) = \frac{1}{2}at^2 + v_0 t + x_0\ ; or\ à\ t = 0, v_0 = 1{,}5 m.s^{-1}\ et\ x_0 = 0$$

$$x(t) = \tfrac{1}{2}at^2 + v_0 t\ \ et\ v = at + v_0$$

$$\Rightarrow x(t) = 4t^2 + 1{,}5t\ \ et\ v(t) = 8t + 1{,}5$$

b)) Vitesse de (S) en B

$$R.I.T : v_B{}^2 - v_A{}^2 = 2aAB \ \Rightarrow\ v_B = \sqrt{v_A{}^2 + 2aAB}$$

$$v_B = \sqrt{1{,}5^2 + 2 \times 8} = 4{,}27 m.s^{-1}$$

- Durée mise par (S) pour atteindre le point B

$$v_B = 8t_B + 1{,}5 = 4{,}27 \ \Rightarrow\ t_{AB} = \tfrac{4{,}27-1{,}5}{8} = 0{,}35s$$

- Energie mécanique de (S) en B

$$E(B) = E_C(B) = \frac{1}{2}mv_B{}^2 = \frac{1}{2} \times 0{,}5 \times 4{,}27^2 = 4{,}56J$$

2. a)) Longueur de la piste BO = L

T.E.C : entre B et O : $\frac{1}{2}mv_0{}^2 - \frac{1}{2}mv_B{}^2 = -mgL\sin\alpha - fL$

$$\Rightarrow L = \frac{m(v_B{}^2 - v_0{}^2)}{2(mg\sin\alpha + f)}$$

$$A.N:\ L = \frac{0{,}5(4{,}27^2 - 2^2)}{2(0{,}5 \times 10 \sin 30° + 1)} = 1{,}03m$$

b)) Energie mécanique en O

$$E(O) = E_C(O) + E_P(O) = \tfrac{1}{2}mv_0{}^2 + mgL\sin\alpha$$

$$\Rightarrow \mathrm{E}(O) = m\left(\frac{v_0{}^2}{2} + gL\sin\alpha\right)$$

$$A.N : E(O) = 0{,}5\left(\frac{2^2}{2} + 10 \times 1{,}03 \times \sin 30°\right) = 3{,}52J$$

3. a)) Lois horaires du mouvement de (S) dans (Ox ,Oy)

- Condition initiale

$$\vec{v_0}\left|\begin{matrix} v_{0x} = v_0\cos\alpha \\ v_{0y} = v_0\sin\alpha \end{matrix}\right. ,\ \overrightarrow{OM_0}\left|\begin{matrix} x_0 = 0 \\ y_0 = 0 \end{matrix}\right.$$

Le mobile est soumis à son poids $\vec{P} = m\vec{g}$

$$T.C.I : m\vec{g} = m\vec{a} \ \Rightarrow\ \vec{a} = \vec{g}$$

$$\vec{a}\left|\begin{matrix} a_x = 0 \\ a_y = -g \end{matrix}\right. ,\ \vec{v}\left|\begin{matrix} v_x = v_0\cos\alpha \\ v_y = -gt + v_0\sin\alpha \end{matrix}\right. \ et$$

$$\overrightarrow{OM}\left|\begin{matrix} x = (v_0\cos\alpha)t \\ y = -\frac{1}{2}gt^2 + (v_0\sin\alpha)t \end{matrix}\right.$$

Equation de la trajectoire

$$x = (v_0\cos\alpha)t \ \Rightarrow t = \tfrac{x}{v_0\cos\alpha} \Rightarrow y = -\tfrac{g}{2v_0{}^2 cos^2\alpha}x^2 + x\tan\alpha$$

$$y = -\frac{10}{2 \times 2^2 cos^2 30°}x^2 + x\tan 30° \ \Rightarrow y = -1{,}67x^2 + 0{,}57x$$

b)) Distance OC

C est un point d'impact de la trajectoire de (S) alors :

(OC) : y = ax où $a = \frac{\Delta y}{\Delta x} = tan\ 30° = 0{,}57$

Dans la base (Ox,Oy) : $a = -0{,}57 \Rightarrow y = -0{,}57x$

Pour calculer la distance OC, il faut déterminer d'abord les coordonnées du point d'impact C.

$$y_C = -1{,}67x^2{}_C + 0{,}57x_C = -0{,}57x_C$$

$$\Rightarrow -1{,}67x^2{}_C + 1{,}14x_C = 0$$

$$x_C = \frac{1{,}14}{1{,}67} = 0{,}68\ \ et\ \ y_C = -0{,}57 \times 0{,}68 = -0{,}39$$

$$OC = \sqrt{x_C{}^2 + y_C{}^2} = \sqrt{0{,}68^2 + (-0{,}39)^2} = 0{,}78m$$

- Durée du saut

$$x_C = (v_0\, cos\,\alpha)t_C \ \Rightarrow\ t_C = \frac{x_C}{v_0\, cos\,\alpha} = \frac{0{,}68}{2\cos 30°} = 0{,}4s$$

GRATUITS SUR ablanian.com
Téléchargez l'application Ablanian CI sur Play Store et App Store
TÉLÉCHARGEZ L'APPLICATION ABLANIAN CI
DISPONIBLE SUR Google Play
Télécharger dans l'App Store

c)) Energie mécanique du système en C

Comme l'influence de l'air est négligeable entre O et C alors :

$E(C)) = E(O) = 3{,}52J$

4. a)) Equation cartésienne de la trajectoire

Ici, $y_0 = L\sin\alpha = 5{,}15m$;d'après l'étude précédente,

$$y = -1{,}67x^2 + 0{,}57x + 5{,}15$$

b)) Distance O'C

Arrivée en C, $y_C = 0$ *et* $OC = x_C > 0$

$$\Longrightarrow y = -1{,}67x^2 + 0{,}57x + 5{,}15 = 0$$

$$\Delta = 0{,}57^2 + 4(1{,}67)(5{,}15) = 34{,}73 \Rightarrow \sqrt{\Delta} = 5{,}9$$

$$x_C = \frac{-0{,}57 \pm 5{,}9}{2(-1{,}67)} \Rightarrow x_C = \frac{-0{,}57 - 5{,}9}{-2\times 1{,}67} = 1{,}937$$

$D'où : \ O'C = 1{,}937m$

Solution 6

1. a)) Montrons que les deux fusées ont même vecteur $\vec{a}$

Puisque ces deux fusées évoluent dans un champs de pesanteur uniforme $\vec{g}$, alors elles sont soumises aux poids $\overrightarrow{P_A} = m_A\vec{g}$ *et* $\overrightarrow{P_B} = m_B\vec{g}$. $T.C.I : m\vec{g} = m\vec{a} \Rightarrow \vec{a} = \vec{g}$

On remarque que le vecteur accélération est indépendant de la masse de la fusée, alors les fusées A et B ont même vecteur accélération

b)) Lois horaires du mouvement et équation de la trajectoire

- Pour la fusée A

Condition initiale : $\overrightarrow{v_A}\begin{vmatrix} v_{Ax} = v_A\cos\alpha \\ v_{Ay} = v_A\sin\alpha \end{vmatrix}$, $\overrightarrow{OM_0}\begin{vmatrix} x_0 = 0 \\ y_0 = 0 \end{vmatrix}$

$\vec{a}\begin{vmatrix} a_x = 0 \\ a_y = -g \end{vmatrix}$, $\vec{v}\begin{vmatrix} v_x = v_A\cos\alpha \\ v_y = -gt + v_A\sin\alpha \end{vmatrix}$ e t

$\overrightarrow{OM}\begin{vmatrix} x = (v_A\cos\alpha)t \\ y = -\frac{1}{2}gt^2 + (v_A\sin\alpha)t \end{vmatrix} \Rightarrow y = -\frac{g}{2{v_A}^2\cos^2\alpha}x^2 + x\tan\alpha$

La trajectoire est une parabole de concavité tourné vers le bas.

- Pour la fusée B

$\overrightarrow{v_B}\begin{vmatrix} v_{Bx} = 0 \\ v_{By} = v_B \end{vmatrix} \Longrightarrow y = -\frac{1}{2}gt^2 + v_Bt$

La trajectoire est une droite verticale

2. a)) Valeur de α

$$x_P = (v_A\cos\alpha)t_P \Rightarrow \cos\alpha = \frac{x_P}{t_Pv_A} = \frac{30}{4\times 51{,}4} = 0{,}1456$$

$D'où: \alpha = cos^{-1}(0{,}1456) = 81{,}60°$

b)) Distance séparant les deux fusées

$$\begin{cases} y_A = -\frac{1}{2}gt^2 + (v_A\sin\alpha)t = \frac{-1}{2}\times 9{,}8\times 16 + 51{,}4\times 4\sin 81{,}6° = 125m \\ y_B = -\frac{1}{2}gt^2 + v_Bt = \frac{-1}{2}\times 9{,}8\times 16 + 50\times 4 = 122m \end{cases}$$

$AB = y_A - y_B = 3m$, alors la distance séparant les deux fusées à t=4s, est AB=3m

c)) Sécurité des spectateur

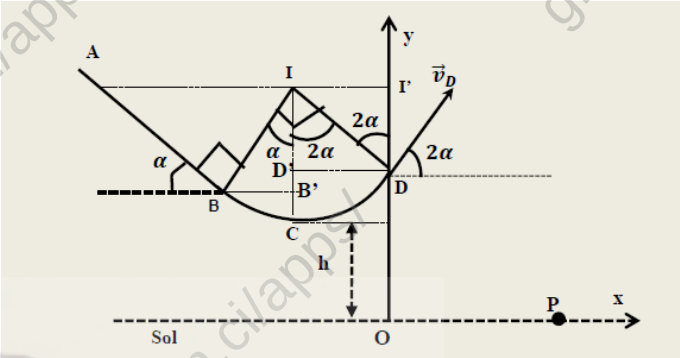
Si la fusée A explose sur le sol, alors $y = 0$

$$\Leftrightarrow -\frac{g}{2{v_A}^2\cos^2\alpha}x^2 + x\tan\alpha = 0$$

$$x = \frac{{v_A}^2\sin 2\alpha}{g} = \frac{51{,}4^2\sin(2\times 81{,}6°)}{9{,}8} = 77{,}9m$$

Les spectateurs se trouvent à 10m du lancement. A ce distance les spectateurs ne sont pas en sécurité car $100m > 77{,}9m$

Solution 7



1. Le solide (S) est soumis à son poids $\vec{P}$ et à la réaction $\vec{R}$

a)) Vitesse de (S) en B

T.E.C : entre A et B

$$\frac{1}{2}m{v_B}^2 = mgAB\sin\alpha \Rightarrow v_B = \sqrt{2gAB\sin\alpha}$$

$$v_B = \sqrt{2\times 10\times 1{,}6\sin 30°} = 4m.s^{-1}$$

- Vitesse de (S) en C

$T.E.C : \ \frac{1}{2}m{v_C}^2 - \frac{1}{2}m{v_B}^2 = mgh = mgR(1-\cos\alpha)$

$soit \quad v_C = \sqrt{{v_B}^2 + 2gR(1-\cos\alpha)}$

$A.N: v_C = \sqrt{4^2 + 2\times 10\times 0{,}9(1-\cos 30°)} = 4{,}29m.s^{-1}$

- Vitesse de (S) en D

T.E.C : $\frac{1}{2}m{v_D}^2 - \frac{1}{2}m{v_C}^2 = -mgh = -mgR(1-\cos 2\alpha)$

$soit \ v_D = \sqrt{{v_C}^2 - 2gR(1-\cos 2\alpha)}$

$A.N: v_D = \sqrt{4{,}29^2 - 20\times 0{,}9(1-\cos 60°)} = 3{,}06m.s^{-1}$

b)) Calcul de N en C

$T.C.I : \vec{R} + m\vec{g} = m\vec{a}, \ Suivant \ \vec{N}, \ R_C - mg = m\frac{{v_C}^2}{R}$

$$R_C = m\left(g + \frac{{v_C}^2}{R}\right) = 0{,}05\left(10 + \frac{4{,}29^2}{0{,}9}\right) = 1{,}52N$$

- Valeur de N en D

$T.C.I : \vec{R} + m\vec{g} = m\vec{a}$, $Suivant \ \vec{N}$,

$soit \ R_D - mg\cos 2\alpha = m\frac{{v_D}^2}{R} \Rightarrow R_D = m\left(g\cos 2\alpha + \frac{{v_D}^2}{R}\right)$

$$R_D = 0{,}05\left(10\cos 60° + \frac{3{,}06^2}{0{,}9}\right) = 0{,}77N$$

c)) Caractéristique de $\overrightarrow{v_D}$ de (S) au point D

- Direction : vers le haut
- Sens : tangente à la trajectoire faisant un angle de 2α avec l'horizontal
- intensité : $v_D = 3{,}06m.s^{-1}$

GRATUITS SUR ablanian.com
Téléchargez l'application Ablanian CI sur Play Store et App Store
TÉLÉCHARGEZ L'APPLICATION ABLANIAN CI
DISPONIBLE SUR Google Play
Télécharger dans l'App Store

2. a)) Equation cartésienne de la trajectoire de (S)

- Condition initiale

$$\overrightarrow{v_D}\begin{vmatrix} v_{Dx} = v_D\cos 2\alpha \\ v_{Dy} = v_D \sin 2\alpha \end{vmatrix}, \overrightarrow{OM_0}\begin{vmatrix} x_0 = 0 \\ y_0 = h + R(1-\cos 2\alpha) = 2m \end{vmatrix}$$

Le solide (S) est soumis à son poids $\vec{P} = m\vec{g}$

$T.C.I : m\vec{g} = m\vec{a} \Rightarrow \vec{a} = \vec{g}$

$$\vec{a}\begin{vmatrix} a_x = 0 \\ a_y = -g \end{vmatrix}; \ \vec{v}\begin{vmatrix} v_x = v_D\cos 2\alpha \\ v_y = -gt + v_D \sin 2\alpha \end{vmatrix} \ et$$

$$\overrightarrow{OM}\begin{vmatrix} x = (v_D\cos 2\alpha)t \\ y = -\frac{1}{2}gt^2 + (v_D \sin 2\alpha)t + y_0 \end{vmatrix}$$

$$t = \frac{x}{v_0\cos 2\alpha} \Rightarrow y = -\frac{g}{2{v_D}^2 cos^2 2\alpha}x^2 + x\tan 2\alpha + y_0$$

$$y = -\frac{10}{2\times 3{,}06^2 cos^2 60°}x^2 + x\tan 60° + y_0$$

$$\Rightarrow y = -2{,}13x^2 + 1{,}73x + 2$$

b)) Hauteur maximale atteinte au-dessus du sol

Au point maximale, $\frac{dy}{dx} = 0 \Rightarrow -4{,}23x_m + 1{,}73 = 0 \Rightarrow$

$$x_m = \frac{1{,}73}{4{,}23} = 0{,}4m \Rightarrow y_{max} = -2{,}13.0{,}4^2 + 1{,}73.0{,}4 + 2$$

$$\Rightarrow H_{max} = y_{max} = 2{,}35m$$

c)) Calcul de la distance OP

$P(x_P = OP;\ y_P = 0) \Rightarrow$

$$y_P = -2{,}13OP^2 + 1{,}73OP + 2 = 0$$

$$\Delta = 1{,}73^2 + 4\times 2\times 2{,}13 = 20{,}033 \Rightarrow \sqrt{\Delta} = 4{,}48$$

$$OP = \frac{-1{,}73 \pm 4{,}48}{-2\times 2{,}13} \Rightarrow OP = \frac{-1{,}73 - 4{,}48}{-2\times 2{,}13} = 1{,}46m$$

3. a)) Expression de W($\vec{f}$)

Entre A et D, (S) est soumis à une force de frottement $\vec{f}$

T.E.C : entre A et D

$$\Delta E_C = 0 = W(\vec{P}) + W(\vec{f}) + W(\vec{R})$$

$$\Rightarrow W(\vec{f}) = -W(\vec{P}) = -mghW(\vec{f}) = -mgh = -mgR\cos 2\alpha$$

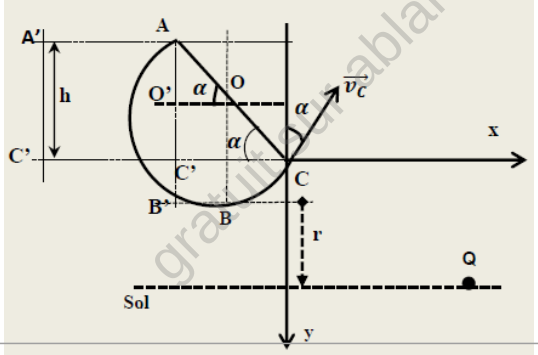
$$A.N: W(\vec{f}) = -0{,}05\times 10\times 0{,}9\times\cos 60° = -0{,}225J$$

d)) Intensité de la force de frottement f

$$W(\vec{f}) = -fd = -f(AB + BC) = -f\left(AB + \frac{R\pi}{2}\right)$$

$$\Rightarrow f = -\frac{W(\vec{f})}{AB + \frac{R\pi}{2}} = -\frac{0{,}225}{1{,}6 + \frac{0{,}9\pi}{2}} = 7{,}46.10^{-2}N$$

Solution 8



1. La bille est soumise à son poids $\vec{P}$ et à la réaction $\vec{R}$

a)) Vitesse en A

T.E.C : entre A et C

$$\frac{1}{2}m{v_C}^2 - \frac{1}{2}m{v_A}^2 = mgh = mg2r\sin\alpha$$

car dans le triangle ACC' rectangle en C', $h = A'C' = AC'$

$$\sin\alpha = \frac{AC'}{AC} = \frac{h}{2r} \Rightarrow h = 2r\sin\alpha \Rightarrow v_A = \sqrt{{v_C}^2 - 4gr\sin\alpha}$$

$$A.N: v_A = \sqrt{3{,}75^2 - 40\times 0{,}5\sin 30°} = 2m.s^{-1}$$

b) Vitesse de la bille en B

$$T.E.C: \frac{1}{2}m{v_B}^2 - \frac{1}{2}m{v_A}^2 = mgh = mgr(1+\sin\alpha)$$

$car\ ICI, h = AO' + O'B' = AO' + OB$

Or, dans le triangle AOO' rectangle en O',

$$\sin\alpha = \frac{AO'}{AO} = \frac{AO'}{r} \Rightarrow AO' = r\sin\alpha \ \ et\ OB = r$$

$$h = r\sin\alpha + r = r(1+\sin\alpha) \Rightarrow v_B = \sqrt{{v_A}^2 + 2gr(1+\sin\alpha)}$$

$$A.N: v_B = \sqrt{2^2 + 20\times 0{,}5(1+\sin 30°)} = 4{,}35m.s^{-1}$$

c)) Valeur de la réaction R_B

$T.C.I: m\vec{g} + \vec{R} = m\vec{a}$, *Suivant* $\vec{N}$:

$$-mg + R_B = m\frac{{v^2}_B}{r} \Rightarrow R_B = m\left(g + \frac{{v^2}_B}{r}\right)$$

$$A.N: R_B = 0{,}05\left(10 + \frac{4{,}35^2}{0{,}5}\right) = 2{,}4N$$

2. La bille est soumise à une force de frottement $\vec{F}$

Vitesse de la bille en C

T.E.C : entre A et C

$$\frac{1}{2}m{v_C}^2 - \frac{1}{2}m{v_A}^2 = mg2r\sin\alpha - F.AC\ , avec\ AC = r\pi \Rightarrow$$

$$v_C = \sqrt{{v_A}^2 + 4gr\sin\alpha - \frac{2Fr\pi}{m}}$$

$$A.N: v_C = \sqrt{2^2 + 0\times 0{,}5\sin 30° - \frac{2\times 0{,}1\times 0{,}5\pi}{0{,}05}} = 2{,}78m.s^{-1}$$ 3.

a)) Equation de la trajectoire

- Condition initiale : $\overrightarrow{v_C}\begin{vmatrix} v_{Cx} = v_C\sin\alpha \\ v_{Cy} = -v_C\cos\alpha \end{vmatrix}, \overrightarrow{OM_0}\begin{vmatrix} x_0 = 0 \\ y_0 = 0 \end{vmatrix}$

Le mobile est soumis à son poids $\vec{P} = m\vec{g}$

$T.C.I: m\vec{g} = m\vec{a} \Rightarrow \vec{a} = \vec{g}$

$$\vec{a}\begin{vmatrix} a_x = 0 \\ a_y = g \end{vmatrix}, \vec{v}\begin{vmatrix} v_x = v_C\sin\alpha \\ v_y = gt - v_C\cos\alpha \end{vmatrix} \ \ et$$

$$\overrightarrow{OM}\begin{vmatrix} x = (v_C\sin\alpha)t \\ y = \frac{1}{2}gt^2 - (v_C\cos\alpha)t \end{vmatrix}$$

Equation de la trajectoire

$$x = (v_C\sin\alpha)t \Rightarrow t = \frac{x}{v_C\sin\alpha}$$

$$y = -\frac{g}{2{v_C}^2 sin^2\alpha}x^2 - x\frac{1}{\tan\alpha} \Rightarrow$$

$$y = +-\frac{10}{2\times 3{,}75^2 sin^2 30°}x^2 - x\frac{1}{\tan 30°}$$

GRATUITS SUR ablanian.com
Téléchargez l'application Ablanian CI sur Play Store et App Store
TÉLÉCHARGEZ L'APPLICATION ABLANIAN CI
DISPONIBLE SUR Google Play Télécharger dans l'App Store

$$D'où : y = 0{,}077x^2 - 1{,}73x$$

b)) Coordonnées du point Q

$$Q\left|\begin{matrix} x_Q \\ y_Q = r + (r(1+\sin\alpha) - 2r\sin\alpha) = r(2-\sin\alpha)\end{matrix}\right.$$

$$Q\left|\begin{matrix} x_Q \\ y_Q = r(2-\sin\alpha) = 0{,}5(2-\sin 30°) = 0{,}75m\end{matrix}\right.$$

$$y_Q = 0{,}07{x_Q}^2 - 1{,}73x_Q = 0{,}75$$

$$\Rightarrow 0{,}07{x_Q}^2 - 1{,}73x_Q - 0{,}75 = 0$$

$$\Delta = 1{,}73^2 + 4\times 0{,}75\times 0{,}07 = 3{,}2 \Rightarrow \sqrt{\Delta} = 1{,}79$$

$$x_Q = \frac{1{,}73 \pm 1{,}79}{2\times 0{,}07} \Rightarrow x_Q = \frac{1{,}73+1{,}79}{2\times 0{,}07} = 25{,}14$$

$$D'où : Q\left|\begin{matrix} x_Q = 25{,}14 \\ y_Q = 0{,}75\end{matrix}\right.$$

c)) Calcul de la distance CQ

$$CQ = \sqrt{{x_Q}^2 + {y_Q}^2} = \sqrt{25{,}14^2 + 0{,}75^2} = 25{,}15m$$

Vitesse de la bille au point Q

$$x_Q = (v_C \sin\alpha)t_Q \Rightarrow t_Q = \frac{x_Q}{v_C \sin\alpha} = \frac{25{,}14}{3{,}75\sin 30°} = 13{,}40s$$

$$\overrightarrow{v_Q}\left|\begin{matrix} v_{Qx} = v_C\sin\alpha = 3{,}75\times\sin 30° = 1{,}875 \\ v_{Qy} = gt_Q - v_C\cos\alpha = 10.13{,}40 - 3{,}75\cos 30° = 130{,}75\end{matrix}\right.$$

$$v_Q = \sqrt{{v_{Qx}}^2 + {v_{Qy}}^2} = \sqrt{1{,}875^2 + 130{,}75^2} = 130{,}76m.s^{-1}$$

Solution 9

1. (S) est soumise à son poids $\vec{P}$ et à la réaction $\vec{R}$

a)) Vitesse de (S) en B

T.E.C : entre A et B

$$\frac{1}{2}m{v_B}^2 = mgh = mgAB\sin\alpha \Rightarrow$$

$$v_B = \sqrt{2gAB\sin\alpha} = \sqrt{20\times 1{,}5\sin 60°} = 5{,}09m.s^{-1}$$

b)) Accélération de (S) sur la piste AB

T.C.I : $\vec{P} + \vec{R} = m\vec{a}$, *Suivant x 'x :*

$$mg\sin\alpha = ma \Rightarrow a = g\sin\alpha$$

$$a = 10\sin 60° = 8{,}66ms^{-1} = cste > 0$$

Alors le mouvement est rectiligne uniformément accéléré.

c)) Lois horaires du mouvement

$$x(t) = \frac{1}{2}at^2 = 4{,}33t^2 \quad et \quad v(t) = at = 8{,}66t$$

- Durée du trajet AB

Au point B, $v_B = 8{,}66t_B = 5{,}09 \Rightarrow t_B = \frac{5{,}09}{8{,}66} = 0{,}58s$

2. a)) Expression de v_M en f(r,g,θ , α, v_B)

T.E.C : entre B et M

$$\frac{1}{2}m{v_M}^2 - \frac{1}{2}m{v_B}^2 = mgh \ avec\ h = r\cos\theta - r\cos\alpha$$

$$v_M = \sqrt{{v_B}^2 + 2gr(\cos\theta - \cos\alpha)}$$

b)) Vitesse de (S) aux points O et C

- *Au point C :* $\theta = 0$, $v_C = \sqrt{{v_B}^2 + 2gr(1-\cos\alpha)}$

$$v_C = \sqrt{5{,}09^2 + 20(1-\cos 60°)} = 6m.s^{-1}$$

- Au point O, $\theta = \alpha \Rightarrow v_0 = v_B = 5{,}09m.s^{-1}$

c)) Expression de R_M en f(r, m,g,θ , α, v_B)

T.C.I : $\vec{P} + \vec{R} = m\vec{a}$, Suivant $\vec{N}$:

$$-mg\cos\theta + R = ma_n = m\frac{{v_M}^2}{r} \Rightarrow R_M = m\left(g\cos\theta + \frac{{v_M}^2}{r}\right)$$

$$soit\ R_M = m\left(g\cos\theta + 2g(\cos\theta - \cos\alpha) + \frac{{v_B}^2}{r}\right)$$

$$D'où : R_M = m\left[g(3\cos\theta - 2\cos\alpha) + \frac{{v_B}^2}{r}\right]$$

- Au point $C : \theta = 0 : R_C = m\left[g(3-2\cos\alpha) + \frac{{v_B}^2}{r}\right]$

$$A.N : R_C = 0{,}2\left[10(3-2\cos 60°) + \frac{5{,}09^2}{1}\right] = 9{,}18N$$

- Au point O : $\theta = \alpha :\ R_0 = m\left(g\cos\alpha + \frac{{v_B}^2}{r}\right)$

$$R_0 = 0{,}2(10\cos 60 + 5{,}09^2) = 6{,}18N$$

3.a)) Equation cartésienne de la trajectoire

- Condition initiale : $\overrightarrow{v_0}\left|\begin{matrix} v_{0x} = v_0\cos\alpha \\ v_{0y} = v_0\sin\alpha\end{matrix}\right.$, $\overrightarrow{OM_0}\left|\begin{matrix} x_0 = 0 \\ y_0 = 0\end{matrix}\right.$

(S) est soumis à son poids $\vec{P} = m\vec{g}$

T.C.I : $m\vec{g} = m\vec{a} \Rightarrow \vec{a} = \vec{g}$

$$\vec{a}\left|\begin{matrix} a_x = 0 \\ a_y = -g\end{matrix}\right. , \quad \vec{v}\left|\begin{matrix} v_x = v_0\cos\alpha \\ v_y = -gt + v_0\sin\alpha\end{matrix}\right. \quad et$$

$$\overrightarrow{OM}\left|\begin{matrix} x = (v_0\cos\alpha)t \\ y = -\frac{1}{2}gt^2 + (v_0\sin\alpha)t\end{matrix}\right.$$

Equation de la trajectoire

$$x = (v_0\cos\alpha)t \Rightarrow t = \frac{x}{v_0\cos\alpha}$$

$$soit \quad y = -\frac{g}{2{v_0}^2 cos^2\alpha}x^2 + x\tan\alpha$$

$$y = -\frac{10}{2\times 5{,}09^2 cos^2 60°}x^2 + x\tan 60°$$

$$\Rightarrow y = -0{,}77x^2 + 1{,}73x$$

b)) Altitude maximale atteinte

Au point maximal :

$$\frac{dy}{dx} = 0 \Rightarrow -1{,}54x + 1{,}73 = 0 \Rightarrow x = \frac{1{,}73}{1{,}54} = 1{,}12$$

$$y_{max} = -0{,}77\times 1{,}12^2 + 1{,}73\times 1{,}12 = 0{,}97m$$

c)) Distance sur l'axe Ox

Si (S) touche l'axe Oy, $y = 0 \Rightarrow -0{,}77x^2 + 1{,}73x = 0$

$$x = 0(condition\ initiale)$$

$$et\ x = \frac{1{,}73}{0{,}77} = 2{,}24 \Longrightarrow d = x = 2{,}24m$$

Solution 10

1. Vitesse de la bille en C

. (S) est soumise à son poids $\vec{P}$ et à la réaction $\vec{R}$

T.E.C : entre A et B

$$\frac{1}{2}m{v_B}^2 = mgh = mgAB\sin\alpha$$

GRATUITS SUR ablanian.com
Téléchargez l'application Ablanian CI sur Play Store et App Store
TÉLÉCHARGEZ L'APPLICATION ABLANIAN CI
Google Play
l'App Store

$v_B = \sqrt{2gAB\sin\alpha} = \sqrt{20 \times 2{,}5\sin 30°} = 5m.s^{-1}$,

Comme les frottement sont négligeable entre B et C, alors :

$v_C = v_B = 5m.s^{-1}$

2. Vitesse de la bille B_1 juste après le choc

Appliquons la conservation de la quantité de mouvement $\vec{P}$

$\overrightarrow{P_{Avant}} = \overrightarrow{P_{Après}} \Leftrightarrow m_1\overrightarrow{v_C} = m_1\overrightarrow{v_1} + m_2\overrightarrow{v'_2}$

$\Longrightarrow v_1 = \dfrac{m_1v_C - m_2v'_2}{m_1} = \dfrac{0{,}2 \times 5 - 0{,}3 \times 4}{0{,}2} = -1m.s^{-1}$

3.a)) Equation cartésienne de la trajectoire

- Condition initiale

$\overrightarrow{v_D}\begin{vmatrix} v_{Dx} = v_D\cos\theta \\ v_{Dy} = v_D\sin\theta \end{vmatrix}, \overrightarrow{OM_0}\begin{vmatrix} x_0 = 0 \\ y_0 = 0 \end{vmatrix}$

(S) est soumis à son poids $\vec{P} = m\vec{g}$

$T.C.I : m\vec{g} = m\vec{a} \Rightarrow \vec{a} = \vec{g}$

$\vec{a}\begin{vmatrix} a_x = 0 \\ a_y = -g \end{vmatrix}, \vec{v}\begin{vmatrix} v_x = v_D\cos\theta \\ v_y = -gt + v_D\sin\theta \end{vmatrix}$

$\overrightarrow{OM}\begin{vmatrix} x = (v_D\cos\theta)t \\ y = -\frac{1}{2}gt^2 + (v_D\sin\theta)t \end{vmatrix}$

$x = (v_D\cos\theta)t \Rightarrow t = \frac{x}{v_D\cos\theta} \Rightarrow y = -\frac{g}{2v_D{}^2cos^2\theta}x^2 + x\tan\theta$

$$y = -\frac{10}{2 \times 3{,}5^2cos^2 45°}x^2 + x\tan 45°$$

$D'où:\ y = -0{,}83x^2 + x$

b)) Détermination de la distance *EE'*

E' est un point d'impact de la trajectoire de (B_2) :

$y_{E'} = -0{,}83x_{E'}{}^2 + x_{E'}$, *or* $y_{E'} = -ED = -(h + h')$

- Détermination de h'

$T.E.C : \frac{1}{2}mv_D{}^2 - \frac{1}{2}mv_0{}^2 = -mgh' \Rightarrow h' = \frac{v_0{}^2 - v_D{}^2}{2g}$

$$h' = \frac{4^2 - 3{,}5^2}{20} = 0{,}1875m$$

$y_{E'} = -(h + h') = -(1{,}2 + 0{,}1875) = -1{,}3875m$

$-0{,}83x_{E'}{}^2 + x_{E'} + 1{,}3875 = 0$

$\Longrightarrow \Delta = 1 + 4(0{,}83)(1{,}3875) = 5{,}61 \Rightarrow \sqrt{\Delta} = 2{,}36$

$x_{E'} = \dfrac{-1 \pm 2{,}36}{-2 \times 0{,}83} \Rightarrow x_{E'} = \dfrac{-1 - 2{,}36}{-2 \times 0{,}83} = 2{,}02m$

soit $EE' = x_{E'} = 2{,}02m$

On peut aussi déduire la longueur du fil :

$$h' = l(1 - \cos\theta) \Rightarrow l = \frac{h'}{1 - \cos\theta} = \frac{0{,}1875}{1 - \cos 45°} = 0{,}64m$$

4. Les frottements sur la piste AC sont équivalents à

une force unique $\vec{f} = \frac{1}{10}m_1\vec{g}$.

a)) Vitesse de (B_1) aux points B et C

T.E.C : entre A et B : $\frac{1}{2}mv_B{}^2 = mgAB\sin\alpha - \frac{1}{10}mgAB$

$$v_B = \sqrt{2gAB(\sin\alpha - 0{,}1)}$$

$A.N:\ v_B = \sqrt{20 \times 2{,}5(\sin 30° - 0{,}1)} = 4{,}47m.s^{-1}$

T.E.C :entre B et C

$\frac{1}{2}mv_C{}^2 - \frac{1}{2}mv_B{}^2 = -\frac{1}{10}mg(2l)$

$$\Rightarrow v_C = \sqrt{v_B{}^2 - \frac{2gl}{5}} = \sqrt{4{,}47^2 - \frac{20 \times 0{,}64}{5}} = 4{,}17m.s^{-1}$$

b)) Nature du mouvement de (B_1) sur la piste BC

$T.C.I : \vec{f} + \vec{P} + \vec{R} = m_1\vec{a}$

Suivant x'x : $-f = m_1a \Rightarrow a = -0{,}1 \times 10 = -1m.s^{-2}$

a < 0 , le mouvement est uniformément retardé.

- Lois horaires du mouvement

$x(t) = \dfrac{1}{2}at^2 + v_0t + x_0$; *or à* $t = 0, v_0 = 4{,}47m.s^{-1}$ *et* $x_0 = 0$

$x(t) = \frac{1}{2}at^2 + v_0t$ *et* $v = at + v_0 \Rightarrow$

$x(t) = -0{,}5t^2 + 4{,}47t$ *et* $v(t) = -t + 4{,}47$

c)) Durée totale du mouvement : $t_{AC} = t_{AB} + t_{BC}$

- *Détermination de la durée du trajet AB*

$T.C.I : \vec{f} + \vec{P} + \vec{R} = m_1\vec{a}$ *Suivant x'x :*

$$-\frac{1}{10}m_1g + m_1g\sin\alpha = m_1a$$

$$a = g(\sin\alpha - 0{,}1) = 10(\sin 30° - 0{,}1) = 4m.s^{-2}$$

$x(t) = \frac{1}{2}at^2$, *en B :* $x_B = AB = \frac{1}{2}at^2{}_{AB}$

$$\Rightarrow t_{AB} = \sqrt{\frac{2AB}{a}} = \sqrt{\frac{2 \times 2{,}5}{4}} = 1{,}1s$$

- Détermination de la durée du trajet BC

$v(t) = -t + 4{,}17$, *au point C :* $v_C = -t_{BC} + 4{,}47 = 4{,}17m.s^{-1}$

$t_{BC} = 4{,}47 - 4{,}17 = 0{,}3s \Longrightarrow t_{AC} = 1{,}1 + 0{,}3 = 1{,}4s$

b)) Vitesse du système (S) après le choc

Appliquons la conservation de la quantité de mouvement $\vec{P}$

$\vec{P}_{Avant} = \overrightarrow{P_{Après}} \Leftrightarrow m_1\overrightarrow{v_1} = (m_1+m_2)\vec{v} \Rightarrow v = \frac{m_1}{m_1+m_2}v_1$

$v = \frac{200}{500} \times 4{,}17 = 1{,}7m.s^{-1}$,

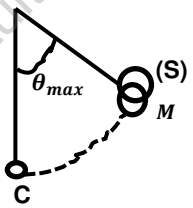
la vitesse du système (S) après le choc est $v = 1{,}7m.s^{-1}$.

- Hauteur maximale atteinte

T.E.C : entre C et M :

$-\dfrac{1}{2}Mv^2 = -Mgh_{max}$

$\Rightarrow h_{max} = \dfrac{v^2}{2g} = \dfrac{1{,}7^2}{20} = 0{,}14m$



- Amplitude maximale

$h_{max} = l(1 - \cos\theta_{max}) \Rightarrow \cos\theta_{max} = 1 - \dfrac{h_{max}}{l}$

$\cos\theta_{max} = 1 - \frac{0{,}14}{0{,}64} = 0{,}78 \Rightarrow \theta_{max} = 38{,}74°$

GRATUITS SUR ablanian.com
Téléchargez l'application Ablanian CI sur Play Store et App Store
TÉLÉCHARGEZ L'APPLICATION ABLANIAN CI
DISPONIBLE SUR Google Play
Télécharger dans l'App Store

Solution 11

1. Calcul de la distance AB

Le solide (S) est soumis à son poids

$\vec{P} = m\vec{g}$ *et à la réaction* $\vec{R} = \overrightarrow{R_N} + \overrightarrow{R_T}$

T.E.C : entre A et B :

$$-\frac{1}{2}mv_A{}^2 = -mgAB\sin\alpha - fAB \Rightarrow AB = \frac{mv_A{}^2}{2(mg\sin\alpha + f)}$$

$$AB = \frac{0{,}05 \times 6^2}{2(0{,}05 \times 10\sin 60° + 10^{-2})} = 2{,}03m$$

2. Vitesse (S) en C

T.E.C : entre B et C

$$\frac{1}{2}mv_C{}^2 = -mgr\cos\theta \Rightarrow v_C = \sqrt{2gr\cos\theta}$$

$$v_C = \sqrt{20 \times 0{,}5\cos\frac{\pi}{4}} = 2{,}66m.s^{-1}$$

3. a)) Equation cartésienne de la trajectoire

- Condition initiale : $\overrightarrow{v_C}\begin{vmatrix} v_{Cx} = v_C\cos\alpha \\ v_{Cy} = v_C\sin\alpha \end{vmatrix}$, $\overrightarrow{OM_0}\begin{vmatrix} x_0 = 0 \\ y_0 = h \end{vmatrix}$

*O*ù $h = AB\sin\alpha - r\cos\theta = 2{,}03\sin 60° - 0{,}5\cos 45° = 1{,}4m$

Le solide (S) est soumis à son poids $\vec{P} = m\vec{g}$

T.C.I : $m\vec{g} = m\vec{a} \Rightarrow \vec{a} = \vec{g}$

$\vec{a}\begin{vmatrix} a_x = 0 \\ a_y = -g \end{vmatrix}$, $\vec{v}\begin{vmatrix} v_x = v_C\cos\alpha \\ v_y = gt - v_C\sin\alpha \end{vmatrix}$

$$\overrightarrow{OM}\begin{vmatrix} x = (v_C\cos\alpha)t \\ y = -\frac{1}{2}gt^2 + (v_C\sin\alpha)t + h \end{vmatrix}$$

$$x = (v_C\cos\alpha)t \Rightarrow t = \frac{x}{V_C\cos\alpha} \Rightarrow$$

$$y = -\frac{g}{2v_C{}^2cos^2\alpha}x^2 + x\tan\alpha + h$$

$$\Rightarrow y = -\frac{10}{2 \times 2{,}66^2cos^2 60°}x^2 + x\tan 60° + 1{,}4$$

$$\Rightarrow y = -2{,}82x^2 + 1{,}73x + 1{,}4$$

b)) Coordonnées du point D

$$D\begin{vmatrix} x_D \\ y_D = 0 \end{vmatrix} \Rightarrow -2{,}82x_D{}^2 + 1{,}73x_D + 1{,}4 = 0$$

$$\Delta = 1{,}73^2 + 4 \times 2{,}82 \times 1{,}4 = 18{,}79 \Rightarrow \sqrt{\Delta} = 4{,}33$$

$$x_D = \frac{-1{,}73 \pm 4{,}33}{2(-2{,}82)} \Rightarrow x_D = \frac{-1{,}73 - 4{,}33}{2(-2{,}82)} = 1{,}07m$$

D'où : $D\begin{vmatrix} x_D = 1{,}07 \\ y_D = 0 \end{vmatrix}$

Solution 12

1. Montrons que : $y = -\frac{9{,}8}{v_O{}^2}x^2 + x + 2$

- Condition initiale : $\overrightarrow{v_0}\begin{vmatrix} v_{0x} = v_0\cos\alpha \\ v_{0y} = v_0\sin\alpha \end{vmatrix}$, $\overrightarrow{OM_0}\begin{vmatrix} x_0 = 0 \\ y_0 = h = 2 \end{vmatrix}$

Le ballon est soumis à son poids $\vec{P} = m\vec{g}$

T.C.I : $m\vec{g} = m\vec{a} \Rightarrow \vec{a} = \vec{g}$

$\vec{a}\begin{vmatrix} a_x = 0 \\ a_y = -g \end{vmatrix}$; $\vec{v}\begin{vmatrix} v_x = v_0\cos\alpha \\ v_y = -gt + v_0\sin\alpha \end{vmatrix}$

$$\overrightarrow{OM}\begin{vmatrix} x = (v_0\cos\alpha)t \\ y = -\frac{1}{2}gt^2 + (v_0\sin\alpha)t + y_G \end{vmatrix}$$

$$x = (v_0\cos\alpha)t \Rightarrow t = \frac{x}{V_0\cos\alpha} \Rightarrow$$

$$y = -\frac{g}{2v_0{}^2cos^2\alpha}x^2 + x\tan\alpha + y_G$$

$$\Rightarrow y = -\frac{9{,}8}{2v_0{}^2cos^2 45°}x^2 + x\tan 45° + 2$$

$$\Rightarrow y = -\frac{9{,}8}{v_O{}^2}x^2 + x + 2$$

2. Valeur de la vitesse v_0

Le centre de la panier a pour coordonnées : C(d ;h)

$$h = -\frac{9{,}8\ d^2}{v_O{}^2} + d + 2 \Rightarrow -\frac{9{,}8\ d^2}{v_O{}^2} = h - d + 2 \Rightarrow$$

$$v_0 = \sqrt{\frac{9{,}8d^2}{d + 2 - h}} = \sqrt{\frac{9{,}8 \times 7{,}1^2}{7{,}1 + 2 - 3{,}05}} = 9{,}04m.s^{-1}$$

3. a)) Durée mise par le ballon pour atteindre le point C

$$x_C = (v_0\cos\alpha)t_C = d \Rightarrow t_C = \frac{d}{v_0\cos\alpha} = \frac{7{,}1}{9{,}04\cos 45°} = 1{,}1s$$

b)) Vitesse du panier lorsque le panier est marqué

T.E.C : $\frac{1}{2}mv_C{}^2 - \frac{1}{2}mv_G{}^2 = -mgH' \Rightarrow v_C = \sqrt{v_0{}^2 - 2gH'}$

Où : $H' = H - h = 3{,}05 - 2 = 1{,}05m$

$$v_C = \sqrt{9{,}04^2 - 2 \times 9{,}8 \times 1{,}05} = 7{,}23m.s^{-1}$$

c)) Le panier sera marqué si et seulement si les coordonnées du Joueur B ne vérifie pas l'équation de la trajectoire:

$$y = -0{,}12x^2 + x + 2$$

$B(0{,}90\ ;\ 2{,}70)$:

$$y_B = -0{,}12 \times 0{,}90^2 + 0{,}90 + 2 = 2{,}80 \neq 2{,}70$$

Comme le point B n'appartient pas à la trajectoire du ballon.

Alors le panier sera marqué.

Solution 13

1. Equation de la trajectoire

- Condition initiale : $\overrightarrow{v_0}\begin{vmatrix} v_{0x} = v_0\cos\alpha \\ v_{0y} = v_0\sin\alpha \end{vmatrix}$, $\overrightarrow{OM_0}\begin{vmatrix} x_0 = 0 \\ y_0 = h \end{vmatrix}$

Le poids est soumis à son poids $\vec{P} = m\vec{g}$

T.C.I : $m\vec{g} = m\vec{a} \Rightarrow \vec{a} = \vec{g}$

$\vec{a}\begin{vmatrix} a_x = 0 \\ a_y = -g \end{vmatrix}$; $\vec{v}\begin{vmatrix} v_x = v_0\cos\alpha \\ v_y = -gt + v_0\sin\alpha \end{vmatrix}$

$$\overrightarrow{OM}\begin{vmatrix} x = (v_0\cos\alpha)t \\ y = -\frac{1}{2}gt^2 + (v_0\sin\alpha)t + h \end{vmatrix}$$

$$x = (v_0\cos\alpha)t \Rightarrow t = \frac{x}{V_0\cos\alpha} \Rightarrow$$

$$y = -\frac{g}{2v_0{}^2cos^2\alpha}x^2 + x\tan\alpha + h$$

2. Expression de v_0 en fonction de v_0, h, x_1, g *et* α

Lorsque le poids arrive en C, y=0 et $x = x_1$

$$y = -\frac{g}{2v_0{}^2cos^2\alpha}x_1{}^2 + x_1\tan\alpha + h = 0$$

GRATUITS SUR ablanian.com
Téléchargez l'application Ablanian CI sur Play Store et App Store
TÉLÉCHARGEZ L'APPLICATION ABLANIAN CI
DISPONIBLE SUR Google Play
Télécharger dans l'App Store

$$\frac{g}{2{v_0}^2 cos^2\alpha}{x_1}^2 = x_1 \tan\alpha + h$$

$$\Rightarrow 2{v_0}^2 cos^2\alpha(x_1 \tan\alpha + h) = g{x_1}^2$$

$$soit\ v_0 = \sqrt{\frac{g{x_1}^2}{2(x_1 \tan\alpha + h)cos^2\alpha}}$$

$$A.N: v_0 = \sqrt{\frac{10 \times 19{,}43^2}{2(19{,}43 \tan 45° + 1{,}80)cos^2 45°}} = 13{,}33 m.s^{-1}$$

3. Hauteur maximale atteinte

$$h_{max} = \frac{{v_0}^2 sin^2\alpha}{g} + h = \frac{13{,}33^2 sin^2 45°}{10} + 1{,}80 = 10{,}68m$$

Coordonnées du vecteur vitesse au sommet de la trajectoire

$$\vec{v}\begin{vmatrix} v_x = v_0 \cos\alpha \\ v_y = 0 \end{vmatrix}$$

4. Norme du vecteur vitesse du projectile au point C

Il faut d'abord chercher la durée du saut : Or C est un point d'impact de la trajectoire et le mouvement suivant Ox est uniforme alors $x_1 = x = (v_0 \cos\alpha)t_1$

Durée de saut :

$$t_1 = \frac{x_1}{v_0 \cos\alpha} = \frac{19{,}43}{13{,}33 cos 45°} = 2{,}06s$$

Coordonnées de $\vec{v}$ à l'instant t_1

$$\vec{v}\begin{vmatrix} v_x = v_0 \cos\alpha \\ v_y = -gt_1 + v_0 \sin\alpha \end{vmatrix}$$

$$v_1 = \sqrt{{v_{x1}}^2 + {v_{y1}}^2} = \sqrt{(v_0 \cos\alpha)^2 + (-gt_1 + v_0 \sin\alpha)^2}$$

$$v_1 = \sqrt{(13{,}33 cos\ 45°)^2 + (-10 \times 2{,}06 + 13{,}33 sin\ 45°)^2}$$

$$D'où : v_1 = 14{,}62 m.s^{-1}$$

5. Energie mécanique du poids en A et en C

Ici, il faut comprendre que le niveau de l'énergie potentielle sera prise nulle en A.

- Au point A : $E(A) = E_C(A) + E_{PP}(A)$

$or\ EPP(A) = 0$ (début du mouvement)

$$E(A) = E_C(A) = \frac{1}{2}m{v_0}^2 = \frac{1}{2} \times 7{,}35 \times 13{,}33^2 = 653J$$

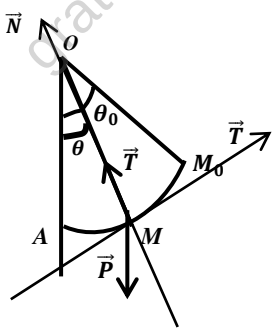
- au point C : $E(C) = E_C(C) + E_{PP}(C)$

$$E(C) = \frac{1}{2}m{v_C}^2 + mgz = m\left(\frac{{v_C}^2}{2} - gh\right)\ car\ z = -h$$

$$E(C) = 7{,}35\left(\frac{14{,}62^2}{2} - 10 \times 1{,}80\right) = 653J$$

On remarque que $E(A) = E(C) = 653J = cste$, l'énergie mécanique du système se conserve, cette conservation est due à l'absence de l'influence de l'aire et les autres frottement divers. D'où le système est conservatif

Solution 14



A.1. a)) Valeur de v_0

La bille est soumise à son poids $\vec{P}$ et à la tension $\vec{T}$ du fil.

T.E.C : entre A et O :

$$E_C(O) - E_C(A) = W(\vec{P}) + W(\vec{T}) \Rightarrow \frac{1}{2}m{v_0}^2 - \frac{1}{2}m{v_1}^2 = mgh$$

$$v_0 = \sqrt{{v_1}^2 + 2gl(1 - cos\ \theta_0)}$$

$$A.N:\ v_0 = \sqrt{4^2 + 20(1 - cos\ 60°)} = 5{,}09 m.s^{-1}$$

2. a)) Expression de V en f(v_1,g,l,θ_0, θ)

T.E.C : entre A et M

$$E_C(M) - E_C(A) = W(\vec{P}) + W(\vec{T})$$

$$\frac{1}{2}mv^2 - \frac{1}{2}m{v_1}^2 = mgh$$

$$v = \sqrt{{v_1}^2 + 2gh}\ \ Avec\ h = l\cos\theta - l\cos\theta_0$$

$$soit\ \ v = \sqrt{{v_1}^2 + 2gl(\cos\theta - \cos\theta_0)}$$

b)) Tension du fil au points M

T.C.I : $\vec{P} + \vec{T_1} = m\vec{a}$ *, Suivant* $\vec{N}$ *:*

$$-mg\ cos\ \theta + T = ma_n = m\frac{v^2}{l} \Rightarrow T = m\left(g\ cos\ \theta + \frac{v^2}{l}\right)$$

$$\Rightarrow T = m(g\ cos\ \theta + 2g(cos\ \theta - cos\ \theta_0) + \frac{{v_1}^2}{l}$$

$$D'où\ : T = m\left[g(3\cos\theta - 2cos\ \theta_0) + \frac{{v_1}^2}{l}\right]$$

3. Valeur minimale de la vitesse v_1

Si on veut que la bille fasse un tour complet avec fil tendu, il faut $T \geq 0$ et $\alpha = \pi$, donc

$$T_1 = m\left[g(3\ cos\ \pi - 2cos\ \theta_0) + \frac{{v_1}^2}{l}\right] \geq 0$$

$$g(-3 - 2cos\ \theta_0) + \frac{{v_1}^2}{l} \geq 0 \Rightarrow {v_1}^2 \geq gl(3 + 2cos\ \theta_0) \Rightarrow$$

$$v_{1(min)} = \sqrt{gl(3 + 2cos\ \theta_0)}$$

$$A.N: v_{1(min)} = \sqrt{10(3 + 2cos\ 60°)} = 6{,}32 m.s^{-1}$$

B. 1. Vitesse de la bille à son passage en O

$$v_0 = \sqrt{{v_1}^2 + 2gl(1 - cos\ \theta_0)}$$

$$v_0 = \sqrt{6{,}25^2 + 20(1 - \cos 60°)} = 7 m.s^{-1}$$

2. Equation de la trajectoire

$$A\ t{=}0,\ \overrightarrow{v_0}\begin{vmatrix} v_{0x} = v_0 \\ v_{0y} = 0 \end{vmatrix}\ ;\ \overrightarrow{OM_0}\begin{vmatrix} x_0 = 0 \\ y_0 = 0 \end{vmatrix}$$

La bille est soumise à son poids $\vec{P} = m\vec{g}$

$$T.C.I : m\vec{g} = m\vec{a} \Rightarrow \vec{a} = \vec{g}$$

GRATUITS SUR ablanian.com
Téléchargez l'application Ablanian CI sur Play Store et App Store
TÉLÉCHARGEZ L'APPLICATION ABLANIAN CI
DISPONIBLE SUR Google Play
Télécharger dans l'App Store

$\vec{a}\begin{vmatrix} a_x = 0 \\ a_y = g \end{vmatrix}$; $\overrightarrow{OM}\begin{vmatrix} x = v_0 t \\ y = \frac{1}{2}gt^2 \end{vmatrix}$

$y = \frac{g}{2{v_0}^2}x^2$: $y = \frac{10}{2\times 7^2}x^2 \Rightarrow y = 0{,}1x^2$

3. Abscisse du point C

Comme C est un point d'impact, alors :

$$y_C = 0{,}1{x_C}^2 = h \Rightarrow x_C = \sqrt{10h} = \sqrt{10\times 1} = 3{,}16m$$

C. 1. a)) Tension T du fil

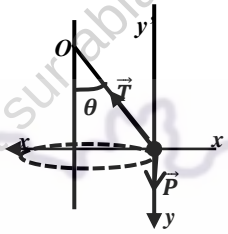
Le solide (S) est soumis à son poids $\vec{P}$ et à la tension $\vec{T}$ du fil

$T.C.I : \vec{P} + \vec{T} = m\vec{a}$

suivant x'x : $Tsin\alpha = ma_n = mr\omega^2$ *avec* $r = lsin\theta$,

$T = ml\omega^2 = ml(2\pi N)^2 = 0{,}1 \times (2\pi \times 1{,}5)^2 = 8{,}88N$

- Valeur de l'angle θ



Suivant y'y : $Tcos\theta - mg = 0 \Rightarrow$

$\cos\theta = \frac{mg}{T} = \frac{0{,}1\times 10}{8{,}88} = 0{,}112$

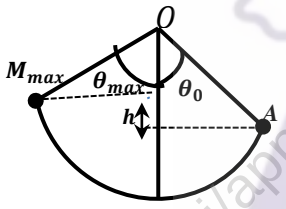
Alors : $\theta = 83{,}57°$

b)) Valeur de N si $\theta_0 = 60°$

$$T = ml(2\pi N)^2 = \frac{mg}{\cos\theta_0} \Rightarrow N = \sqrt{\frac{g}{(2\pi)^2 l\cos\theta_0}}$$

$$N = \sqrt{\frac{10}{(2\pi)^2\, cos\, 60°}} = 0{,}71Hrz$$

2. a)) Valeur de l'angle d'écartement maximal



T.E.C : entre A et M_{max}

$E_C(M_{max}) - E_C(A) = W(\vec{P}) + W(\vec{T})$

Or au point d'arrêt $E_C(M_{max}) = 0$

$$E_{C1} = mgh = mgl(cos\,\theta_0 - cos\,\theta_{max}) \Rightarrow$$

$$cos\,\theta_0 - cos\,\theta_{max} = \frac{E_{C1}}{mgl} \Rightarrow cos\,\theta_{max} = cos\,\theta_0 - \frac{E_{C1}}{mgl}$$

$$A.N: cos\,\theta_{max} = cos\,60° - \frac{0{,}28}{1} = 0{,}22 \Rightarrow \theta_{max} = 77{,}29°$$

b)) Equation horaire du mouvement

Après la rupture du fil, $T = 0$,

$$mg = ma\ , alors\ a = g \implies y = \frac{1}{2}gt^2$$

GRATUITS SUR ablanian.com
Téléchargez l'application Ablanian CI sur Play Store et App Store
TÉLÉCHARGEZ L'APPLICATION ABLANIAN CI
DISPONIBLE SUR Google Play
Télécharger dans l'App Store

Solutions sur le champ gravitationnel

Solution 1

1. Détermination de la masse de la Terre

$$\frac{T^2}{r^3}=\frac{4\pi^2}{GM_T}\Rightarrow M_T=\frac{4\pi^2r^3}{GT^2}=\frac{4\pi^2\times(42164.10^3)^2}{6{,}67\times10^{-11}\times86164^2}=6\times10^{24}kg$$

2. a)) Calculons la masse du planète de mars

$$M_M=\frac{4\pi^2r^3}{GT^2}$$

- *Pour le Phobos :* $r=9380km=9380\times10^3m$ *et*

$$T=7h39min=7\times3600+39\times60=27{,}54\times10^3s$$

$$M_M=\frac{4\pi^2(9380.10^3)^3}{6{,}67.10^{-11}\times(27{,}54\times10^3)^2}=6{,}52\times10^{23}kg$$

- *Pour Deimos :* $r=23460km=23460\times10^3m$ *et*

$$T=30h18min=30\times3600+18\times60=109{,}08\times10^3s$$

$$M_M=\frac{4\pi^2(23460.10^3)^3}{6{,}67.10^{-11}\times(109{,}08\times10^3)^2}=6{,}50\times10^{23}kg$$

b)) Pour les deux satellites la masse du planète masse est :

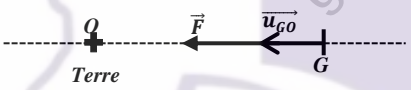
$M_M=6{,}5\times10^{23}kg$

3. Valeur de la masse de la Lune

$$M_L=\frac{4\pi^2(2040.10^3)^3}{6{,}67.10^{-11}\times(8240)^2}=7{,}50\times10^{22}kg$$

Solution 2

1. a)) Loi de l'attraction gravitationnelle



$$\vec{F}=G\frac{mM_T}{r^2}\overrightarrow{u_{GO}}=G\frac{mM_T}{(R+h)^2}\overrightarrow{u_{GO}}$$

b)) Expression de F en fonction de m , g_0, R et h

$$F=G\frac{mM_T}{(R+h)^2}\quad Or\ au\ sol\ GM_T=g_0R^2\Rightarrow F=\frac{mg_0R^2}{(R+h)^2}$$

c)) Application numérique pour h =h_H = 600 km

$$F=\frac{12\times10^3\times9{,}8\times(6380.10^3)^2}{(6380.10^3+600.10^3)^2}=9{,}82\times10^4N$$

2. a)) Montrons que le mouvement est circulaire uniforme

En appliquant le théorème de centre d'inertie :

$$\vec{F}=G\frac{mM_T}{(R+h)^2}\overrightarrow{u_{GO}}=m\vec{a}\ \Rightarrow\ \vec{a}=G\frac{M_T}{(R+h)^2}\overrightarrow{u_{GO}}$$

Alors le vecteur accélération est radial (porté par le rayon GO) et centripète (même sens que $\overrightarrow{GO}$), il n'y a donc pas d'accélération tangentielle : $a_T=\frac{dv}{dt}=0\Longrightarrow v=cste:$

Donc le mouvement est uniforme

Par ailleurs l'orbite du satellite est circulaire, alors son mouvement est circulaire uniforme.

b)) Expression de la vitesse v

$$a=\frac{v^2}{R+h}=\frac{GM_T}{(R+h)^2}\Rightarrow v=\sqrt{\frac{GM_T}{R+h}}\ ,Or\ au\ sol\ \ GM_T=g_0R^2$$

$$v=R\sqrt{\frac{g_0}{R+h}}=6380\times10^3\sqrt{\frac{9{,}8}{6380\times10^3+600\times10^3}}$$

$$v=7{,}56\times10^3m.s^{-1}$$

b)) Valeur de la période de révolution T

$$T=\frac{2\pi r}{v}=\frac{2\pi(R+h)}{R}\times\sqrt{\frac{R+h}{g_0}}=\frac{2\pi}{R}\sqrt{\frac{(R+h)^3}{g_0}}$$

$$T=\frac{2\pi}{6380\times10^3}\sqrt{\frac{(6380\times10^3+600\times10^3)^3}{9{,}8}}$$

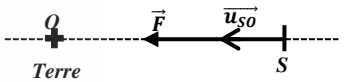
$$T=5{,}80\times10^3s$$

Solution 3

1. a)) La trajectoire du satellite est définie dans le référentiel géocentrique (lié à la terre).

b)) Montrons que le mouvement est circulaire uniforme

$$\vec{F}=-G\frac{mM_T}{(R+h)^2}\overrightarrow{u_{SO}}$$



En appliquant le théorème de centre d'inertie *:*

$$\vec{F}=-G\frac{mM_T}{(R+h)^2}\overrightarrow{u_{SO}}=m\vec{a}\ \Rightarrow\ \vec{a}=G\frac{M_T}{(R+h)^2}\overrightarrow{u_{SO}}$$

Alors le vecteur accélération est radial (porté par le rayon SO) et centripète (même sens que $\overrightarrow{SO}$), il n'y a donc pas d'accélération tangentielle : $a_T=\frac{dv}{dt}=0\Longrightarrow v=cste$ M.U

Par ailleurs l'orbite du satellite est circulaire, alors son mouvement est circulaire uniforme

c)) Expression de v en fonction de R, g_0 *et* z

$$T.C.I:\vec{F}=m\vec{g}=G\frac{mM_T}{(R+z)^2}\overrightarrow{u_{SO}}\ \Rightarrow\ \vec{g}=G\frac{mM_T}{(R+z)^2}\overrightarrow{u_{SO}}$$

$$g=G\frac{mM_T}{(R+z)^2}\ \ or\ au\ sol\ z=0\ ,g_0=\frac{GM_T}{R^2}\Rightarrow GM_T=g_0R^2$$

$$M.C.U:a=\frac{v^2}{R+z}=\frac{GM_T}{(R+Z)^2}$$

$$\Rightarrow v=\sqrt{\frac{GM_T}{R+Z}}=R_T\sqrt{\frac{g_0}{R+Z}}$$

2. a)) Un satellite géostationnaire est un satellite qui reste fixe à un point de la terre et dont sa période propre est celle de la Terre.

b)) Expression du rayon de l'orbite en fonction g_o, R_T *et* ω_T

$$v=R_T\sqrt{\frac{g_0}{R+Z}}=R_T\sqrt{\frac{g_0}{r}}=r\omega_T\Rightarrow {R_T}^2\,\frac{g_0}{r}=r^2{\omega_T}^2$$

$$soit\ \ r^3=\frac{g_0{R_T}^2}{{\omega_T}^2}$$

$$r=\sqrt[3]{\frac{g_0{R_T}^2}{{\omega_T}^2}}=\sqrt[3]{\frac{9{,}8\times(6380\times10^3)^2}{(7{,}29\times10^{-5})^2}}=4{,}2183\times10^7m$$

c)) Un tel satellite est utilisé comme relais de télécommunication (pour transmettre des informations).

II. 1. Vitesse du satellite et son énergie cinétique

TÉLÉCHARGEZ L'APPLICATION ABLANIAN CI
DISPONIBLE SUR Google Play — Télécharger dans l'App Store
gratuit sur ablanian.ci/apps/

$v = R_T\sqrt{\frac{g_0}{R+Z}}$ et $E_C = \frac{1}{2}mv^2$ où

$v = 6380.10^3.\sqrt{\frac{9{,}8}{6380\times10^3+705\times10^3}} = 7{,}50\times10^3 m.s^{-1}$

$E_C = \frac{1}{2}\times 2000\times(7{,}50\times10^3)^2 = 5{,}625\times10^{10}J$

2. Calculons l'énergie potentielle du satellite

$E = E_C + E_P$

$E_P = -\frac{G.M_T.m_{sat}}{r} = -\frac{mg_0{R^2}_T}{R_T+z}$

$E_P = -\frac{2\times10^3\times9{,}8\times(6380\times10^3)^2}{6380\times10^3+705\times10^3} = -1{,}126\times10^{11}J$

$E = 5{,}625\times10^{10} - 1{,}126\times10^{11} = -5{,}63\times10^{10}J$

3. a)) Valeur de l'énergie mécanique minimale

$E_m = E_C + E_P = 0 \Rightarrow E_C = -E_P = \frac{mg_0{R^2}_T}{R_T}$ *car au sol* $z = 0$

$E_{min} = E_C = \frac{2\times10^3\times9{,}8\times6380\times10^3}{6380\times10^3} = 1{,}25\times10^{11}J$

b)) Vitesse de libération de ce satellite

$E_{min} = E_C = \frac{1}{2}m_S{v_L}^2 \Rightarrow v_L = \sqrt{\frac{2E_m}{m_S}}$

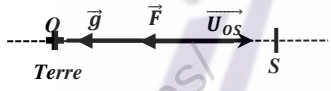
$v_L = \sqrt{\frac{2\times1{,}25\times10^{11}}{2000}} = 1{,}118\times10^4 m.s^{-1}$

Or pour $R_T = 6400km$:

$v_l = 11{,}2km.s^{-1} \approx V_L = 11{,}18km.s^{-1}$

Solution 4

I. 1. a)) Schéma



b)) Expression de g (h) en fonction de G ,M, R, h

$\vec{F} = -G\frac{mM_T}{r^2}\overrightarrow{U_{OS}} = -G\frac{mM_T}{(R+h)^2}\overrightarrow{U_{OS}} = m\overrightarrow{g(h)}$

$\Rightarrow \overrightarrow{g(h)} = -G\frac{M_T}{(R+h)^2}\overrightarrow{U_{OS}}$

Au sol : $h = 0 \Rightarrow g_0 = \frac{GM_T}{{R_T}^2} \Rightarrow GM_T = g_0{R_T}^2$

$\Rightarrow \overrightarrow{g(h)} = -g_0\frac{{R_T}^2}{(R+h)^2}\overrightarrow{U_{OS}} \Rightarrow g(h) = g_0\frac{{R_T}^2}{(R+h)^2}$

c)) Montrons que le mouvement du satellite est uniforme

En appliquant le théorème de centre d'inertie :

$\vec{F} = G\frac{mM_T}{(R+h)^2}\overrightarrow{u_{OS}} = m\vec{a} \Rightarrow \vec{a} = G\frac{M_T}{(R+h)^2}\overrightarrow{u_{OS}}$

Alors le vecteur accélération est radial (porté par le rayon OS) et centripète (même sens que $\overrightarrow{SO}$), il n'y a donc pas d'accélération tangentielle : $a_T = \frac{dv}{dt} = 0 \Rightarrow v = cste$:

Donc le mouvement est uniforme.

3. Expression de la vitesse v et de la période T et de la vitesse angulaire ω

$M.C.U : a = \frac{v^2}{R_T+h} = \frac{GM_T}{(R_T+h)^2} \Rightarrow v = \sqrt{\frac{GM_T}{R_T+h}}$

$Or\ au\ sol :\ GM_T = g_0{R_T}^2 \Rightarrow v = R_T\sqrt{\frac{g_0}{R_T+h}}$

$T = \frac{2\pi r}{v} = \frac{2\pi(R_T+h)}{R_T}\times\sqrt{\frac{R_T+h}{g_0}} = \frac{2\pi}{R_T}\sqrt{\frac{(R_T+h)^3}{g_0}}$

$T = \frac{2\pi}{\omega} \Rightarrow \omega = \frac{2\pi}{T} = R_T\sqrt{\frac{g_0}{(R_T+h)^3}}$

III. 1. Application numérique

$v = 6380\times10^3\sqrt{\frac{9{,}8}{6380\times10^3+7{,}8\times10^5}}$

$v = 7{,}46\times10^3 m.s^{-1}$

$T = \frac{2\pi}{6380\times10^3}\sqrt{\frac{(6380\times10^3+7{,}8\times10^5)^3}{9{,}8}}$

$T = 6{,}027\times10^3 s$

$\omega = 6380\times10^3\sqrt{\frac{9{,}8}{(6380\times10^3+7{,}8\times10^5)^3}}$

$= 1{,}042\times10^{-3}rad.s^{-1}$

2. Temps qui sépare deux passages successif du satellite

Les équations horaires du mouvement

$\begin{cases}\text{Pour le satellite S} : \theta_S = \omega_S t - 2\pi \\ \text{Pour la terre} : \theta_T = \omega_T t\end{cases} \Rightarrow \theta_S = \theta_T$

$\Rightarrow \omega_S t - 2\pi = \omega_T t$

$t = \frac{2\pi}{\omega_S-\omega_T} = \frac{2\pi}{\frac{2\pi}{T_S}-\frac{2\pi}{T_0}} = \frac{T_S\times T_0}{T_S-T_0}$

$t = \frac{6{,}027\times10^3\times8{,}6\times10^4}{8{,}6\times10^4-6{,}027\times10^3} = 6{,}48\times10^3 s$

III. 1. Un satellite géostationnaire est un satellite dont son orbite est dans le plan équatorial, celui-ci tourne dans le même sens que la terre, il apparait immobile à un observateur terrestre. C'est donc un engin qui a la même vitesse de rotation que celle de la terre.

2. Calcul de l'altitude h d'un satellite géostationnaire

$T_0 = \frac{2\pi}{R_T}\sqrt{\frac{(R_T+h)^3}{g_0}} \Rightarrow \frac{{T_0}^2{R_T}^2}{4\pi^2} = \frac{(R_T+h)^3}{g_0}$

$\Rightarrow R_T + h = \sqrt[3]{\frac{{T_0}^2{R_T}^2g_0}{4\pi^2}} \Rightarrow h = \sqrt[3]{\frac{{T_0}^2{R_T}^2g_0}{4\pi^2}} - R_T$

$h = \sqrt[3]{\frac{(8{,}6\times10^4)^2(6380\times10^3)^2\times9{,}8}{4\pi^2}} - 6380\times10^3$

$h = 3{,}55\times10^7 m$

IV. 1. Relation entre h_{n+1} et h_n

Si la réduction d'altitude à la fin de chaque tour est supposée égale au millième de l'altitude au début en début de tour , alors :

GRATUITS SUR ablanian.com
Téléchargez l'application Ablanian CI sur Play Store et App Store
TÉLÉCHARGEZ L'APPLICATION ABLANIAN CI
DISPONIBLE SUR Google Play
Télécharger dans l'App Store

$$\Delta h = \frac{h_0}{10^3} \Rightarrow h_{n+1} = h_n - \frac{h_n}{10^3} = h_n\left(1 - \frac{1}{1000}\right)$$

$$h_n = 0{,}999 h_n$$

2. Relation entre h_n et h_0

$h_{n+1} = 0{,}999 h_n$, alors l'altitude se réduit géométriquement, donc $h_n = (0{,}99)^n h_0$

3. Nombre de tours effectués si $h_n = 100km$

$$h_n = (0{,}99)^n h_0 \Rightarrow \ln\left(\frac{h_n}{h_0}\right) = \ln(0{,}99)^n = n\ln(0{,}999)$$

$$\Rightarrow n = \frac{\ln\left(\frac{h_n}{h_0}\right)}{\ln(0{,}999)} \quad A.N: \quad n = \frac{\ln\left(\frac{400}{780}\right)}{\ln(0{,}999)} = 6{,}67 \times 10^2 tours$$

Solution 5

1. Expression de l'énergie potentielle

La force entre la terre et le satellite s'écrit : $\vec{F} = -\frac{GMm}{r^2}\vec{u}$ où $\vec{u}$ est un vecteur unitaire.

F est une force qui dérive d'un potentiel, donc :

$$W = \int \vec{F}.\overrightarrow{dl} = -\int_r^\infty \frac{GMm}{r^2}\vec{u}.\overrightarrow{dl} = -GMm\int_r^\infty \frac{dr}{r^2} = -\frac{GMm}{r}$$

$$W = -\Delta E_{PP} = E_P(r) - E_P(\infty) \quad , en\ posant\ E_P(\infty) = 0$$

$$\Rightarrow E_P(r) = -\frac{GMm}{r}$$

2. Expression de l'énergie totale en fonction de M, G, m, r

$$Comme: F = \frac{GMm}{r^2} = ma_n = m\frac{v^2}{r} \Rightarrow mv^2 = \frac{GMm}{r}$$

$$\Rightarrow E_C = \frac{1}{2}\frac{GMm}{r}$$

$$E_T = E_C + E_P = \frac{1}{2}\frac{GMm}{r} - \frac{GMm}{r} = -\frac{1}{2}\frac{GMm}{r}$$

3. Montrons que $\omega^2 r^3 = GM$.

$$F = \frac{GMm}{r^2} = m\frac{v^2}{r} = mr\omega^2$$

$$\Rightarrow \frac{GMm}{r^2} = mr\omega^2 \Rightarrow \omega^2 r^3 = GM$$

4. Si le satellite ne bouge pas, alors il a même période que la terre : $T = 24h = 8{,}64 \times 10^4 s$

$$F = \frac{GMm}{r^2} = mr\omega^2 = mr\frac{4\pi^2}{T^2} \Rightarrow r = (R+h) = \sqrt[3]{\frac{GMT^2}{4\pi^2}}$$

$$r = \sqrt[3]{\frac{6{,}67 \times 10^{-11} \times 5{,}98 \times 10^{24} \times 86400^2}{4\pi^2}}$$

$$r = 4{,}2 \times 10^7 m \Rightarrow r = R + h \Rightarrow h = r - R$$

$$h = 4{,}2 \times 10^7 m - 6380 \times 10^3 = 3{,}56 \times 10^7 m$$

$$v = \frac{2\pi}{T}r = \frac{2\pi \times 4{,}2 \times 10^7}{8{,}64 \times 10^4} = 3{,}054 \times 10^3 m.s^{-1}$$

$$E_T = -\frac{1}{2}\frac{GMm}{r} = -\frac{6{,}67 \times 10^{-11} \times 5{,}98 \times 10^{24} \times 68}{2 \times 4{,}2 \times 10^7}$$

$$E_T = -3{,}22 \times 10^8 J$$

5. Vitesse de libération du satellite

$$\Delta E_m = E_{mf} - E_{mi} = -E_{mi} = -\left(\frac{1}{2}mv_l^2 - \frac{GMm}{R}\right) = 0$$

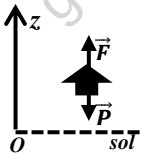
$$soit \quad v_l = \sqrt{\frac{2GM}{R}} = \sqrt{\frac{2 \times 6{,}67 \times 10^{-11} \times 5{,}98 \times 10^{24}}{6380 \times 10^3}}$$

$$v_l = 1{,}12 \times 10^4 m.s^{-1}$$

Solution 6

I. 1. Bilan des forces appliquées

La fusée est soumise à son poids $\vec{P}$ et à la force de poussée $\vec{F}$.



2. Accélération de la fusée au décollage

$T.C.I: \overrightarrow{\ } + \vec{P} = m\vec{a}$, Suivant Oz :

$$-mg + F = ma \Rightarrow a = \frac{F - mg}{m}$$

Or , pour que la fusée décolle, il faut que

$$F > P \Rightarrow F - mg > 0 \Rightarrow a > 0$$

alors la fusée a un M.U.A

$$a = \frac{3{,}24 \times 10^7 - 2{,}041 \times 10^6 \times 9{,}8}{2{,}041 \times 10^6} = 5{,}14 m.s^{-2}$$

3. Distance parcourue par la fusée à t = 2s :

$$z = \frac{1}{2}at^2 = \frac{1}{2} \times 5{,}14 \times 2^2 = 10{,}28m$$

II. 1. Représentation du vecteur accélération :

Le vecteur accélération est centripète et radial



2. a)) Montrons que $g(h) = g_0\frac{{R_T}^2}{(R+h)^2}$

$$\vec{F} = -G\frac{mM_T}{r^2}\overrightarrow{U_{OS}} = -G\frac{mM_T}{(R+h)^2}\overrightarrow{U_{OS}} = m\overrightarrow{g(h)}$$

$$\Rightarrow \overrightarrow{g(h)} = -G\frac{M_T}{(R+h)^2}\overrightarrow{U_{OS}}$$

Au sol : $h = 0 \Rightarrow g_0 = \frac{GM_T}{{R_T}^2} \Rightarrow GM_T = g_0{R_T}^2$

$$\Rightarrow \overrightarrow{g(h)} = -g_0\frac{{R_T}^2}{(R+h)^2}\overrightarrow{U_{OS}} \Rightarrow g(h) = g_0\frac{{R_T}^2}{(R+h)^2}$$

b)) Application numérique : h=296km

$$g(h) = \frac{9{,}8 \times (6380 \times 10^3)^2}{(6380 \times 10^3 + 296 \times 10^3)^2} = 8{,}95 m.s^{-2}$$

3. Montrons que $v = \sqrt{g(h).(R_T + h)}$

$$F = \frac{GMm}{r^2} = ma_n = mg(h) = m\frac{v^2}{r}$$

$$\Rightarrow v = \sqrt{rg(h)} = \sqrt{g(h) \times (R_T + h)}$$

$$A.N: v = \sqrt{8{,}95(6380 + 296) \times 10^3} = 7{,}73 \times 10^3 m.s^{-1}$$

TÉLÉCHARGEZ L'APPLICATION ABLANIAN CI
DISPONIBLE SUR Google Play
Télécharger dans l'App Store

III. 1. Calculons le travail du poids du satellite

$$W(\vec{P}) = -\Delta E_P = mg_0{R_T}^2\left(\frac{1}{R_T+h_2}-\frac{1}{R_T+h_1}\right)$$

$avec\ h_1 = 54{,}86km\ et\ h_2 = 11{,}58km$

$$W(\vec{P}) = -69{,}68.10^3.9{,}8(6380.10^3)^2\left(\frac{10^{-3}}{6380+11{,}58}-\frac{10^{-3}}{6380+54{,}86}\right)$$

$$W(\vec{P}) = 2{,}92\times10^{10}J$$

2. Calculons le travail de la force de frottement de l'air

T.E.C : $\Delta E_C = \frac{1}{2}m{v_2}^2-\frac{1}{2}m{v_1}^2 = W(\vec{P})+W(\vec{f})$

$$\Rightarrow W(\vec{f}) = \frac{m}{2}({v_2}^2-{v_1}^2)-W(\vec{P})$$

$$W(\vec{f}) = \frac{m}{2}({v_2}^2-{v_1}^2)-W(\vec{P})$$

$$W(\vec{f}) = \frac{69{,}68\times10^3}{2}(223{,}5^2-1475^2)-2{,}92.10^{10}$$

$$W(\vec{f}) = -1{,}032\times10^{11}J\ ,$$

$$or\ W(\vec{f}) = -f.\Delta h \Rightarrow f = -\frac{W(\vec{f})}{\Delta h} = -\frac{W(\vec{f})}{h_1-h_2}$$

$$A.N:\ f = \frac{1{,}032\times10^{11}}{(54{,}86-11{,}58)\times10^3} = 2{,}38\times10^6N$$

Solution 7

1. Expression de G(h) en fonction

M_T , R_T , h et K puis en fonction de R_T , h et G_0

La force exercée entre le satellite et la terre :

$$\vec{F} = -K\frac{mM_T}{r^2}\vec{u}$$

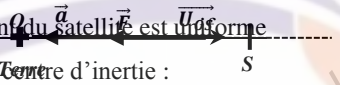
$$\vec{F} = -K\frac{mM_T}{r^2}\vec{u} = -K\frac{mM_T}{(R_T+h)^2}\vec{u} = m\overrightarrow{G(h)}$$

$$\Rightarrow \overrightarrow{G(h)} = -K\frac{M_T}{(R+h)^2}\vec{u}$$

Au sol : $h=0 \Rightarrow G_0 = \frac{KM_T}{{R_T}^2} \Rightarrow KM_T = g_0{R_T}^2$

$$\overrightarrow{G(h)} = -g_0\frac{{R_T}^2}{(R_T+h)^2}\vec{u} \Rightarrow G(h) = g_0\frac{{R_T}^2}{(R_T+h)^2}$$

2. Montrons que le mouvement du satellite est uniforme



En appliquant le théorème de centre d'inertie :

$$\vec{F} = -G\frac{mM_T}{(R+h)^2}\overrightarrow{u_{OS}} = m\vec{a} \Rightarrow \vec{a} = -G\frac{M_T}{(R+h)^2}\overrightarrow{u_{OS}}$$

Alors le vecteur accélération est radial (porté par le rayon SO) et centripète (même sens que $\overrightarrow{SO}$), il n'y a donc pas d'accélération tangentielle : $a_T = \frac{dv}{dt} = 0 \Rightarrow v = cste$:

D'où le mouvement est uniforme.

3. Expression de v et T

$$M.C.U : a = \frac{v^2}{R_T+h} = \frac{GM_T}{(R_T+h)^2} \Rightarrow v = \sqrt{\frac{GM_T}{R_T+h}}\ ,$$

$$Or\ au\ sol\ \ GM_T = g_0{R_T}^2 \Rightarrow v_S = R_T\sqrt{\frac{g_0}{R_T+h}}$$

$$T_S = \frac{2\pi r}{v} = \frac{2\pi(R_T+h)}{R_T}\times\sqrt{\frac{R_T+h}{g_0}} = \frac{2\pi}{R_T}\sqrt{\frac{(R_T+h)^3}{g_0}}$$

4. Application numérique

$$v = 6400\times10^3\sqrt{\frac{9{,}8}{6400\times10^3+2\times10^5}} = 7{,}80\times10^3m.s^{-1}$$

$$T = \frac{2\pi}{6400\times10^3}\sqrt{\frac{(6400\times10^3+2\times10^5)^3}{9{,}8}} = 5{,}32\times10^3s$$

5. a)) Le METEOSAT 8 est géostationnaire si et seulement si son orbite est dans le plan équatorial, celui-ci tourne dans le même sens que la terre et il apparait immobile à un observateur terrestre.

C'est donc un engin qui a la même vitesse de rotation et même période $T_0 = 86400s$ que celle de la terre.

b)) En déduisons le rayon de l'orbite d'un satellite géostationnaire

$$T_0 = \frac{2\pi}{R_T}\sqrt{\frac{(R_T+h)^3}{g_0}} \Rightarrow \frac{{T_0}^2{R_T}^2}{4\pi^2} = \frac{(R_T+h)^3}{g_0}$$

$$\Rightarrow R_T+h = \sqrt[3]{\frac{{T_0}^2{R_T}^2g_0}{4\pi^2}} \Rightarrow h = \sqrt[3]{\frac{{T_0}^2{R_T}^2g_0}{4\pi^2}}-R_T$$

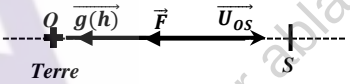
$$h = \sqrt[3]{\frac{(8{,}64\times10^4)^2(6400\times10^3)^2\times9{,}8}{4\pi^2}}-6400\times10^3$$

$$h = 3{,}57\times10^7m$$

Solution 8

1. Caractéristique de la force gravitationnelle

$$\vec{F} = -G\frac{mM_T}{r^2}\overrightarrow{U_{OS}}$$



La force $\vec{F}$ est centripète et radiale.

Son intensité est donnée par : $F = G\frac{mM_T}{r^2}$

2. Expression du vecteur champ Gravitationnel

$$\vec{F} = -G\frac{mM_T}{r^2}\overrightarrow{U_{OS}} = -G\frac{mM_T}{(R+h)^2}\overrightarrow{U_{OS}} = m\overrightarrow{g(h)}$$

$$\Rightarrow \overrightarrow{g(h)} = -G\frac{M_T}{(R+h)^2}\overrightarrow{U_{OS}}$$

3. Nature du mouvement du satellite

En appliquant le théorème de centre d'inertie :

$$\vec{F} = G\frac{mM_T}{(R+h)^2}\overrightarrow{U_{SO}} = m\vec{a} \Rightarrow \vec{a} = G\frac{M_T}{(R+h)^2}\overrightarrow{U_{SO}}$$

Alors le vecteur accélération est radial et centripète, donc:

$a_T = \frac{dv}{dt} = 0 \Rightarrow v = cste$:

D'où le mouvement est circulaire et uniforme.

gratuit sur ablanian.ci/apps/

TÉLÉCHARGEZ L'APPLICATION ABLANIAN CI
DISPONIBLE SUR Google Play
Télécharger dans l'App Store

4. Expression de v et de T en fonction de G, M et r

$$F = \frac{GMm}{r^2} = ma_n = m\frac{v^2}{r} \Rightarrow mv^2 = \frac{GMm}{r}$$

$$\Rightarrow v = \sqrt{\frac{GM}{r}} \quad et\ T = \frac{2\pi r}{v} = 2\pi r\sqrt{\frac{r}{GM}} = 2\pi\sqrt{\frac{r^3}{GM}}$$

Montrons que $\frac{T^2}{r^3} = cste$

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{r^3}{GM}} \Rightarrow T^2 = 4\pi^2 \times \frac{r^3}{GM} \Rightarrow \frac{T^2}{r^3} = \frac{4\pi^2}{GM} = cste$$

$$\Rightarrow \frac{T^2}{r^3} = cste \quad (Loi\ de\ Kepler)$$

5. Détermination de la masse du planète P

$$\frac{T^2}{r^3} = \frac{4\pi^2}{GM} \Rightarrow M = \frac{4\pi^2 r^3}{T^2 G}$$

$ave\ 185500km\ et\ T = 22{,}6h = 81{,}36 \times 10^3 s$

$$A.N: M = \frac{4\pi^2 \times (185500 \times 10^3)^3}{(81{,}36 \times 10^3)^2 \times 6{,}67 \times 10^{-11}} = 5{,}70 \times 10^{26} kg$$

6. Calculons le rayon r' de l'orbite du planète P'

$$\frac{T^2}{r^3} = \frac{T'^2}{r'^3} = cste \Rightarrow r' = \sqrt[3]{\frac{T'^2 r^3}{T^2}}$$

$$r' = \sqrt[3]{\frac{(108{,}4 \times 3600)^2 \times (185500 \times 10^3)^3}{(81{,}36 \times 10^3)^2}} = 5{,}275 \times 10^8 m$$

Solution 9

1. Expression de g en fonction de $R_T, g_0\ et\ h$

$$F = G\frac{mM_T}{r^2} = G\frac{mM_T}{(R+h)^2} = mg(h) \Rightarrow g(h) = G\frac{M_T}{(R+h)^2}$$

$$Au\ sol: h = 0 \Rightarrow g_0 = \frac{GM_T}{{R_T}^2} \Rightarrow GM_T = g_0 {R_T}^2$$

$$\Rightarrow g(h) = g_0\frac{{R_T}^2}{(R+h)^2}$$

2. Expression de la vitesse v et de la période T

Le satellite évolue dans le champ gravitationnel uniforme $\vec{G}$, donc son mouvement est nécessairement circulaire uniforme.

$$F = mg(h) = \frac{mg_0{R_T}^2}{(R_T+h)^2} = m\frac{v^2}{R_T+h} \Rightarrow v = R_T\sqrt{\frac{g_0}{R_T+h}}$$

$$T = \frac{2\pi r}{v} = \frac{2\pi(R_T+h)}{R_T} \times \sqrt{\frac{R_T+h}{g_0}} = \frac{2\pi}{R_T}\sqrt{\frac{(R_T+h)^3}{g_0}}$$

$$A.N: v = 6400 \times 10^3\sqrt{\frac{9{,}8}{6400 \times 10^3 + 4 \times 10^5}}$$

$$= 7{,}68 \times 10^3 m.s^{-1}$$

$$T = \frac{2\pi}{6400 \times 10^3}\sqrt{\frac{(6400 \times 10^3 + 4 \times 10^5)^3}{9{,}8}} = 5{,}56 \times 10^3 s$$

Expression de l'énergie cinétique

$$E_C = \frac{1}{2}mv^2 = \frac{mR_T{}^2 g_0}{2(R_T+h)}$$

$$E_C = \frac{1020 \times (6400 \times 10^3)^2 \times 9{,}8}{2(6400 \times 10^3 + 4 \times 10^5)} = 3 \times 10^{10} J$$

3. Justification du signe (-)

La force entre la terre et le satellite s'écrit : $\vec{F} = -\frac{GM_T m_S}{r^2}\vec{u}$ où $\vec{u}$ est un vecteur unitaire.

F est une force qui dérive d'un potentiel, donc :

$$W = \int \vec{F}.\overrightarrow{dl} = -\int_r^\infty \frac{GM_T m_S}{r^2}\vec{u}.\overrightarrow{dl} = -GM_T m_S\int_r^\infty \frac{dr}{r^2}$$

$$W = -\frac{GM_T m_S}{r}$$

$$W = -\Delta E_P = E_P(r) - E_P(\infty) \quad ,en\ posant\ E_P(\infty) = 0$$

$$\Rightarrow E_P(r) = -\frac{GM_T m_S}{r}$$

$$r = R_T + h\ et\ GM_T = g_0{R_T}^2 \Rightarrow E_P(h) = -\frac{m_S g_0 {R_T}^2}{R_T+h}$$

b)) Expression de l'énergie mécanique

$$E = E_C + E_P = \frac{m_S{R_T}^2 g_0}{2(R_T+h)} - \frac{m_S g_0 {R_T}^2}{R_T+h} = -\frac{m_S{R_T}^2 g_0}{2(R_T+h)}$$

$$E = \frac{1}{2}E_P = -E_C \Rightarrow E = -E_C = \frac{1}{2}E_P$$

4. a)) Nouvelle énergie cinétique

$$E = -E_C \Rightarrow \Delta E = -\Delta E_C = -(E_C - E_{C0})$$

$$\Rightarrow E_C = E_{C_0} - \Delta E$$

$$Or\ E_C = \frac{mR_T{}^2 g_0}{2(R_T+h)}\ \ au\ sol\ \ h = 0 \Rightarrow E_{C_0} = \frac{mR_T g_0}{2}$$

$$\Rightarrow E_C = \frac{mR_T g_0}{2} - \Delta E$$

$$A.N: E_C = \frac{1020 \times 6400.10^3 \times 9{,}8}{2} - 5 \times 10^8 = 3{,}148 \times 10^{10} J$$

$$E_C = \frac{1}{2}mv^2 \Rightarrow v = \sqrt{\frac{2E_C}{m}} = \sqrt{\frac{2 \times 3{,}148 \times 10^{10}}{1020}}$$

$$v = 7{,}856 \times 10^3 m.s^{-1}$$

b)) Calculons sa nouvelle énergie potentielle

$$E = -E_C = \frac{1}{2}E_P \Rightarrow E_P = -2E_C$$

$$E_P = -2 \times 3{,}148 \times 10^{10} = -6{,}296 \times 10^{10} J$$

Valeur de l'altitude h correspondant

$$E_P(h) = -\Rightarrow R_T + h = -\frac{m_S g_0 {R_T}^2}{E_P(h)}$$

$$\Rightarrow h = -\frac{m_S g_0 {R_T}^2}{E_P(h)} - R_T$$

$$h = -\frac{1020 \times 9{,}8 \times (6400 \times 10^3)^2}{-6{,}296 \times 10^{10}} - 6400 \times 10^3$$

$$h = 1{,}031 \times 10^5 m = 103{,}1km$$

Solution 10

1. a)) Expression de la vitesse v en fonction de g_o, de R et de r

La force exercée entre la terre et le satellite s'écrit :

$$\vec{F} = -\frac{GMm}{r^2}\vec{u}$$

GRATUITS SUR ablanian.com
Téléchargez l'application Ablanian CI sur Play Store et App Store
TÉLÉCHARGEZ L'APPLICATION ABLANIAN CI
DISPONIBLE SUR Google Play — Télécharger dans l'App Store

$M.C.U: F = \frac{GMm}{r^2} = m\frac{v^2}{r} \Rightarrow mv^2 = \frac{GMm}{r}$

$\Rightarrow v = \sqrt{\frac{GM}{r}}$ *or au sol:* $GM = g_0R^2$

D'où : $v = \sqrt{\frac{g_0R^2}{r}} = R\sqrt{\frac{g_0}{r}}$

b)) Expression de la période T :

$T = \frac{2\pi r}{v} = \frac{2\pi}{R}\sqrt{\frac{r^3}{g_0}}$

$A.N: T = \frac{2\pi}{6400\times10^3}\sqrt{\frac{(8\times10^5)^3}{9{,}8}} = 7{,}096\times10^3 s$

2. a)) Montrer que W= $mg_0R^2\left(\frac{1}{r}-\frac{1}{R}\right)$.

La force entre la terre et le satellite s'écrit : $\vec{F} = -\frac{GMm}{r^2}\vec{u}$ où $\vec{u}$ est un vecteur unitaire.

$\vec{F}$ est une force qui dérive d'un potentiel, donc :

$W = \int \vec{F}.\overrightarrow{drr} = -\int_R^r \frac{GMm}{r^2}\vec{u}.\overrightarrow{dr}$

$W = -GMm\int_R^r \frac{dr}{r^2} = -GMm\left[-\frac{1}{r}\right]_R^r = -GMm\left(-\frac{1}{r}+\frac{1}{R}\right)$

$W = -GMm\left(-\frac{1}{r}+\frac{1}{R}\right) = mg_0R^2\left(\frac{1}{r}-\frac{1}{R}\right) \quad (cfd)$

b)) Déduisons l'expression de l'énergie potentielle

$W = -\Delta E_P = E_P(R) - E_P(r) = -E_P(r)$

$\Rightarrow E_P(r) = mg_0R^2\left(\frac{1}{R}-\frac{1}{r}\right), \quad car\ au\ sol\ E_P(R) = 0$

4. Expression de l'énergie cinétique

$E_C = \frac{1}{2}mv^2\ or\ v = R\sqrt{\frac{g_0}{r}} \Rightarrow E_C = \frac{mR^2g_0}{2r}$

Expression de l'énergie mécanique totale

$E = E_C + E_P = \frac{mR^2g_0}{2r} + mg_0R^2\left(\frac{1}{R}-\frac{1}{r}\right)$

$= mg_0R^2\left(\frac{1}{2r}+\frac{1}{R}-\frac{1}{r}\right) = mg_0R^2\left(\frac{1}{R}-\frac{1}{2r}\right)$

5. Expression de dv

$v = R\sqrt{\frac{g_0}{r}} = Rg_0^{\frac{1}{2}}r^{-\frac{1}{2}} \Rightarrow dv = Rg_0^{\frac{1}{2}}\left(-\frac{1}{2}r^{-\frac{3}{2}}\right)dr$

$dv = -\frac{1}{2}Rg_0^{\frac{1}{2}}r^{-\frac{3}{2}}dr$

Montrons que $dv = -\frac{\pi}{T}dr$

$T = \frac{2\pi}{R}\sqrt{\frac{r^3}{g_0}} = \frac{2\pi r^{\frac{3}{2}}}{Rg_0^{\frac{1}{2}}} \Rightarrow TRg_0^{\frac{1}{2}} = 2\pi r^{\frac{3}{2}}$

$\Rightarrow \frac{1}{r^{\frac{3}{2}}} = \frac{2\pi}{TRg_0^{\frac{1}{2}}} \Rightarrow r^{-\frac{3}{2}} = \frac{2\pi}{TRg_0^{\frac{1}{2}}}$

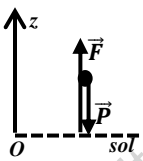
$dv = -\frac{1}{2}Rg_0^{\frac{1}{2}}r^{-\frac{3}{2}}dr = -\frac{1}{2}Rg_0^{\frac{1}{2}}\times\frac{2\pi}{TRg_0^{\frac{1}{2}}}dr = -\frac{\pi}{T}dr$

$\Rightarrow dv = -\frac{\pi}{T}dr$

Solution 11

I.1.a)) Bilan des forces appliquées

La fusée Ariane dans le référentiel terrestre supposé galiléen est soumise à son poids $\vec{P}$ et à la force de poussée $\vec{F}$.



b)) Expression de l'accélération a

$T.C.I: \vec{F} + \vec{P} = m\vec{a}$,

Suivant Oz : $-mg + F = ma \Rightarrow a = \frac{F}{m} - g$

2.a)) Application numérique :

$a_1 = \frac{F}{m_1} - g \Rightarrow a_1 = \frac{2445\times10^3}{208\times10^3} - 9{,}8 = 1{,}95 m.s^{-2}$

b)) Valeur de la masse m_2

$m_2 = m_1 - m(N_2O_4)\ emporté$

$m_2 = 208 - 147{,}5 = 60{,}5t = 60{,}5\times10^3 kg$

Valeur de l'accélération a_2 :

$a_2 = \frac{F}{m_2} - g = \frac{2445\times10^3}{60{,}5\times10^3} - 9{,}8 = 30{,}6 m.s^{-2}$

La somme des forces est constante mais la masse de la fusée varie donc la valeur de l'accélération change au cours du temps.

Le mouvement n'est pas uniformément accéléré.

3. a)) Unité de $v_e = \frac{\Delta t}{\Delta m}F$:

Analyse dimensionnelle: On exprime l'intensité d'une force en Newtons en utilisant les unités S.I. :

avec la force poids P = m.g donc Newtons.

$[V_e] = s.kg^{-1}.N = s.kg^{-1}.(kg.m.s^{-2}) = m.s^{-1}$

Calcul de v_e :

en $\Delta t = 145$ secondes la fusée subit une variation de masse $|\Delta m| = 147{,}5$ tonnes.

$v_e = \frac{\Delta t}{\Delta m}F = \frac{145}{147{,}5\times10^3}\times2445\times10^3 = 2{,}40\times10^3 m.s^{-1}$

b)) $\frac{\Delta t}{\Delta m}$ est négatif puisque $\Delta m < 0$ (perte de masse),

donc $\overrightarrow{v_e}$ est orienté vers le bas, opposé à la force de poussée $\vec{F}$. Ceci est logique, les molécules de gaz sont éjectées de la fusée, elles s'éloignent de celle-ci.

c)) D'après la 3ème loi de Newton, principe des actions réciproques: les moteurs exercent sur les gaz une force verticale vers le bas, alors les gaz exercent sur la fusée une force verticale vers le haut de même valeur.

II. 1. a)) Caractéristiques du vecteur accélération pour un mouvement circulaire uniforme

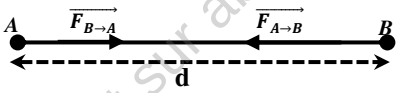
Dans la base de Frenet $(\vec{T},\vec{N})$: $\vec{a} = \frac{dv}{dt}\vec{T} + \frac{v^2}{r}\vec{N}$

or pour un mouvement uniforme $\frac{dv}{dt} = 0$, alors $\vec{a} = a_n\vec{N}$, d'où le vecteur accélération est centripète et radial.

GRATUITS SUR ablanian.com
Téléchargez l'application Ablanian CI sur Play Store et App Store
TÉLÉCHARGEZ L'APPLICATION ABLANIAN CI
DISPONIBLE SUR Google Play
Télécharger dans l'App Store

b)) Enoncée la de loi de l'attraction universelle

Deux masses ponctuelles m_1 *et* m_2 placées à une distance r l'une de l'autre exercent des forces d'attraction directement opposées, dirigés suivant la droite (OS) d'intensité proportionnelles aux produits de leur masse et inversement proportionnelle au carré de leur distance :



$$\vec{F}_{A\to B} = -\vec{F}_{B\to A} = -G\frac{m_1 m_2}{d^2}\vec{u}_{AB}$$

2. a)) Expression de g(h)

$$\overrightarrow{F_S} = -G\frac{mM_T}{r^2}\overrightarrow{U_{OS}} = -G\frac{mM_T}{(R_T+h)^2}\overrightarrow{U_{OS}} = m\overrightarrow{g(h)}$$

$$\Longrightarrow \overrightarrow{g(h)} = -G\frac{M_T}{(R_T+h)^2}\overrightarrow{U_{OS}}$$

$$Au\ sol : h = 0 \Longrightarrow g_0 = \frac{GM_T}{{R_T}^2} \Longrightarrow GM_T = g_0{R_T}^2$$

$$\Longrightarrow \overrightarrow{g(h)} = -g_0\frac{{R_T}^2}{(R_T+h)^2}\overrightarrow{U_{OS}}$$

$$soit\quad g(h) = g_0\frac{{R_T}^2}{(R+h)^2}$$

b)) Expression de la vitesse v et de la période T

Le système satellite dans le référentiel géocentrique (supposé galiléen) subit la force d'attraction de la Terre.

La deuxième loi de Newton conduit à $\vec{F}_S = m_S\vec{a}$, Par projection suivant l'axe radial orienté positivement du satellite vers le centre de la Terre, il vient:

$$m_S g(h) = m_S a \Longrightarrow a = \frac{v^2}{r} = \frac{v^2}{R_T+h}$$

$$\Longrightarrow g(h) = g_0\frac{{R_T}^2}{(R_T+h)^2} \Longrightarrow v_S = R_T\sqrt{\frac{g_0}{R_T+h}}$$

Période de révolution T_S

$$T_S = \frac{2\pi(R_T+h)}{v_S} = \frac{2\pi}{R_T}\sqrt{\frac{(R_T+h)^3}{g_0}}$$

c)) Application numérique

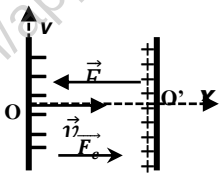
$$v = 6400\times10^3\sqrt{\frac{9{,}8}{6400\times10^3+2\times10^5}} = 7{,}80\times10^3 m.s^{-1}$$

$$T = \frac{2\pi}{6400\times10^3}\sqrt{\frac{(6400\times10^3+2\times10^5)^3}{9{,}8}} = 5{,}32\times10^3 s$$

GRATUITS SUR ablanian.com
Téléchargez l'application Ablanian CI sur Play Store et App Store
TÉLÉCHARGEZ L'APPLICATION ABLANIAN CI
DISPONIBLE SUR Google Play
Télécharger dans l'App Store

Solution sur le champ électrostatique

Solution 1



1. a)) Comme $q=-e<0$, *alors* $\vec{E}$ est de sens opposé avec le vecteur vitesse $\vec{v}$.

b)) *Valeur de E :*

$$E = \frac{U}{d} = \frac{800}{0{,}04} = 2.10^4 V.m^{-1}$$

2. a)) $\vec{F_e} = q\vec{E} = -e\vec{E} \Rightarrow \vec{F_e}$ est de sens opposé avec $\vec{E}$.

b)) Caractéristique de $\vec{a}$

L'électron est soumis à la force électrique $\vec{F_e} = q\vec{E}$

$T.C.I : \vec{F_e} = q\vec{E} = m\vec{a} \Rightarrow \vec{a} = -\frac{e}{m}\vec{E}$

- Direction : horizontal
- sens : suivant Ox
- Intensité : $a = \frac{e}{m}E = \frac{1{,}6.10^{-19}\times 2.10^4}{9{,}1.10^{-31}} = 3{,}15.10^{15} m.s^{-2}$

3. Energie cinétique en O'

T.E.C : entre O et O'

$$E'_C = W(\vec{F_e}) = |q|U = eU = 1{,}6.10^{-19}\times 800 = 1{,}28.10^{-16} J$$

$$Or\ 1eV = 1{,}6\times 10^{-19} J \Rightarrow E'_C = \frac{1{,}28.10^{-16}}{1{,}6.10^{-19}} = 800eV$$

- *vitesse de l'électron en O'*

$$E_C = \frac{1}{2}mv^2 \Rightarrow v = \sqrt{\frac{2E_C}{m}} = \sqrt{\frac{2\times 1{,}28.10^{-16}}{9{,}1.10^{-31}}}$$

$$= 1{,}67\times 10^7 m.s^1$$

4. a)) Equation horaire du mouvement

$$x(t) = \frac{1}{2}at^2 = \frac{1}{2}\times 3{,}5.10^{15}t^2 = 1{,}75\times 10^{15}t^2$$

b)) Durée du passage

Au point O', $x = d = 0{,}04 = 1{,}75\times 10^{15}t^2$

$$\Rightarrow t = \sqrt{\frac{0{,}04}{1{,}75\times 10^{15}}} = 4{,}78\times 10^{-9} s$$

c)) Déduisons la vitesse en O'

$$v = at = 3{,}5\times 10^{15}\times 4{,}78\times 10^{-9} = 1{,}67\times 10^7 m.s^{-1}$$

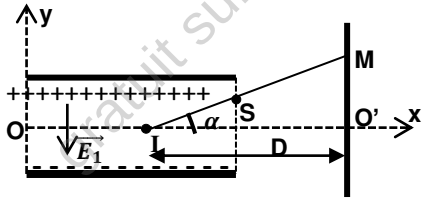
Solution 2

1. Valeur de la tension accélératrice U

$$T.E.C: \frac{1}{2}mv^2 = |q|U \Rightarrow U = \frac{mv^2}{2|q|}$$

$$A.N: U = \frac{9{,}1\times 10^{-31}\times (16.10^6)^2}{2\times 1{,}6\times 10^{-19}} = 728V$$

2. a)) Equation de la trajectoire



$T.C.I : \vec{F_e} = q\vec{E} = m\vec{a} \Rightarrow \vec{a} = -\frac{e}{m}\vec{E}$

$$\vec{E}\begin{vmatrix} E_x = 0 \\ E_y = -E \end{vmatrix}; \vec{a}\begin{vmatrix} a_x = 0 \\ a_y = \frac{eE}{m} \end{vmatrix}; \overrightarrow{OM}\begin{vmatrix} x = v_0 t \\ y = \frac{eE}{2m}t^2 \end{vmatrix} \Rightarrow y = \frac{eE}{2mv_0{}^2}x^2$$

b)) Condition d'émergence

Si on veut que le faisceau ne rencontre pas l'une des armatures du condensateur, il faut que $y_S < \frac{d}{2}$. $S\begin{vmatrix} x_S = l \\ y_S = \frac{eE}{2mv_0{}^2}l^2 = \frac{eU_1}{2mdv_0{}^2}l^2 \end{vmatrix}$

$$y_S < \frac{d}{2} \Rightarrow \frac{eU_1}{2mdv_0{}^2}l^2 < \frac{d}{2} \Rightarrow U_1 < \frac{md^2v_0{}^2}{el^2}$$

c)) Montrons que la déviation verticale du faisceau est proportionnelle à U_1.

$tan\alpha = \frac{y_M}{IO'} \Rightarrow y_M = IO' \tan\alpha = D\tan\alpha$, *Avec*

$$\tan\alpha = \frac{y_S}{l/2} = \frac{2y_S}{l} = \frac{2}{l}\times\frac{eU_1}{2mdv_0{}^2}l^2 = \frac{eU_1 l}{mdv_0{}^2}$$

$$\Rightarrow y_M = D\times\frac{eU_1 l}{mdv_0{}^2} = kU_1 \text{ , Où } k = \frac{Del}{mdv_0{}^2}\text{, alors } y_M \text{ est}$$

proportionnelle à U_1.

d)) Valeur de la distance D

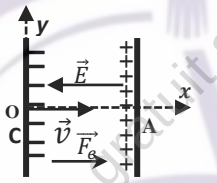
$$y_M = U_1 k \Rightarrow \frac{U_1}{y_M} = \frac{mdv_0{}^2}{elD} = \frac{1}{k} = s \Rightarrow elDs = mdv_0{}^2$$

$$\Rightarrow D = \frac{mdv_0{}^2}{els} = \frac{9{,}1.10^{-31}\times 0{,}02\times (16.10^6)^2}{1{,}6.10^{-19}\times 0{,}08\times 10} = 36{,}4cm$$

Solution 3

1. a)) Equation de la trajectoire

L'électron est soumis à la force électrique $\vec{F_e} = q\vec{E}$



$T.C.I : \vec{F_e} = q\vec{E} = m\vec{a} \Rightarrow \vec{a} = -\frac{e}{m}\vec{E}$

$$\vec{E}\begin{vmatrix} E_x = -E \\ E_y = 0 \end{vmatrix}; \vec{a}\begin{vmatrix} a_x = \frac{eE}{m} \\ a_y = 0 \end{vmatrix}; \overrightarrow{v_0}\begin{vmatrix} v_{0x} = v_0 \\ v_{0y} = 0 \end{vmatrix} \text{ et } \overrightarrow{OM}\begin{vmatrix} x = \frac{eE}{2m}t^2 + v_0 t \\ y = 0 \end{vmatrix}$$

$y = 0$, alors la trajectoire est une droite mais son mouvement est uniformément accéléré suivant Ox.

b)) Vitesse de l'électron en A

$$T.E.C: \frac{1}{2}mv_A{}^2 - \frac{1}{2}mv_C{}^2 = eU \Rightarrow v_A = \sqrt{v_C{}^2 + \frac{2eU}{m}}$$

$$A.N: v_A = \sqrt{(1{,}5.10^5)^2 + \frac{2\times 1{,}6\times 10^{-19}\times 800}{9{,}1.10^{-31}}} = 1{,}67\times 10^7 m.s^1$$

c)) *Nombre d'électron capté en 1s*

$$Q = It = ne \Rightarrow n = \frac{It}{e} = \frac{7\times 10^{-3}}{1{,}6\times 10^{-19}} = 4{,}37\times 10^{16} électrons$$

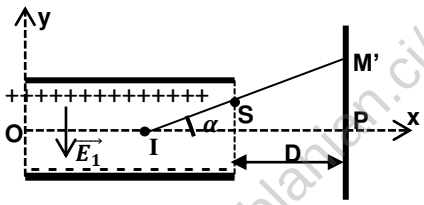
2. a)) *Vitesse en O*

Entre A et O, il ne règne aucune champ, donc E=0, alors

$$E_C(O) = E_C(A) \Rightarrow v_0 = v_A = 1{,}67\times 10^7 m.s^1$$

TÉLÉCHARGEZ L'APPLICATION ABLANIAN CI
DISPONIBLE SUR Google Play
Télécharger dans l'App Store

b)) Equation de la trajectoire



$T.C.I : \vec{F_e} = q\vec{E} = m\vec{a} \Rightarrow \vec{a} = -\frac{e}{m}\vec{E}$

$\vec{E_1}\left|\begin{matrix}E_{1x}=0\\E_{1y}=-E\end{matrix}\right. ; \vec{a}\left|\begin{matrix}a_x=0\\a_y=\frac{eE}{m}\end{matrix}\right. ; \overrightarrow{OM}\left|\begin{matrix}x=v_0t\\y=\frac{eE}{2m}t^2\end{matrix}\right.$

$\Rightarrow y = \frac{eE}{2mv_0{}^2}x^2 = \frac{eU_1}{2mdv_0{}^2}x^2$

$A.N: y = \frac{1{,}6.10^{-19}\times 100}{2\times 9{,}1.10^{-31}\times 4.10^{-2}\times(1{,}67.10^7)^2}x^2 = 0{,}788x^2$

Alors la trajectoire des électrons à l'intérieur du condensateur est un arc de parabole.

3. a)) Coordonnées de S

$S\left|\begin{matrix}x_S = l = 0{,}1\\y_S = 0{,}788x_S{}^2 = 0{,}788\times 0{,}1^2 = 7{,}88\times 10^{-3}\end{matrix}\right.$

b)) Equation de la trajectoire au delà de S

Au-delà de S, les électrons suivent une droite $(T) : y = ax+b$

$où\ a = \left(\frac{dy}{dx}\right)_{x=l} = 2\times 0{,}788l = 2\times 0{,}0788\times 0{,}1 = 0{,}1576$

$\Rightarrow (T): y = 0{,}1576x + b$

$Or\ S\epsilon\ (T) \Rightarrow y_S = 0{,}1576x_S + b \Rightarrow b = y_S - 0{,}1576x_S$

$b = y_S - 0{,}1576x_S = 7{,}88\times 10^{-3} - 0{,}1576\times 0{,}1$

$= -7{,}88\times 10^{-3}$

$(T): y = 0{,}1576x - 7{,}88\times 10^{-3}$

c)) Montrons que I(5 ; 0) ∈ (T)

$y = 0{,}1576\times 5\times 10^{-2} - 7{,}88\times 10^{-3} = 0$, *Alors* $I \in (T)$

- Valeur de la déviation verticale $y_{M'}$

$\tan\alpha = \frac{y_{M'}}{IP} \Rightarrow y_{M'} = IP\tan\alpha$, *où* $\tan\alpha = 0{,}1576$

$y_{M'} = IP\tan\alpha = \left(\frac{l}{2}+D\right)\tan\alpha = (5.10^{-2}+0{,}5)\times 0{,}1576$

$y_{M'} = 8{,}67\times 10^{-2}m = 8{,}67cm$

Solution 4

1. Les protons portent une charge +e>0,

alors $\vec{v}$ a même sens que $\vec{E}$. *donc :* $V_D - V_C < 0$

$T.E.C : \frac{1}{2}mv_0{}^2 = eU \Rightarrow v_0 = \sqrt{\frac{2eU}{m}}$

$A.N: v_0 = \sqrt{\frac{2\times 1{,}6\times 10^{-19}\times 10^3}{1{,}67.10^{-27}}} = 4{,}37\times 10^5 m.s^{-1}$

2. Signe de $V_A - V_B$

Si le faisceau des protons passent par le point O', cela signifie qu'ils dévient vers le bas.

Donc la plaque A(+) et B(-) . *Par conséquent :* $V_D - V_C > 0$

3. Equation de la trajectoire

- *Condition initiale :* $\vec{v_0}\left|\begin{matrix}v_{0x}=v_0\cos\alpha\\v_{0y}=v_0\sin\alpha\end{matrix}\right.$ *et* $\overrightarrow{OM_0}\left|\begin{matrix}x_0=0\\y_0=0\end{matrix}\right.$

$T.C.I : \vec{F_e} = q\vec{E} = m\vec{a} \Rightarrow \vec{a} = \frac{e}{m}\vec{E}$

$\vec{E}\left|\begin{matrix}E_x=0\\E_y=-E\end{matrix}\right. ; \vec{a}\left|\begin{matrix}a_x=0\\a_y=-\frac{eE}{m}\end{matrix}\right. ; \overrightarrow{OM}\left|\begin{matrix}x=(v_0\cos\alpha)t\\y=-\frac{eE}{2m}t^2+(v_0\sin\alpha)t\end{matrix}\right.$

$\Rightarrow y = -\frac{eE}{2mv_0{}^2cos^2\alpha}x^2 + x\tan\alpha$, $or\ E = \frac{U}{d}$

$y = -\frac{eU}{2mdv_0{}^2cos^2\alpha}x^2 + x\tan\alpha$

Alors la trajectoire est une parabole .

4. Valeur de U'

$O'(L;0)$, *est un point de la trajectoire, alors :*

$0 = -\frac{eU'}{2mdv_0{}^2cos^2\alpha}L^2 + L\tan\alpha \Rightarrow U' = \frac{2mdv_0{}^2cos^2\alpha\tan\alpha}{eL}$

$\Rightarrow U' = \frac{mdv_0{}^2 2cos\alpha\times\sin\alpha}{eL} = \frac{mdv_0{}^2\sin 2\alpha}{eL}$

$A.N: U' = \frac{1{,}67.10^{-27}\times 0{,}07\times(4{,}37.10^5)^2\times\sin 60°}{1{,}6\times 10^{-19}\times 0{,}2} = 604V$

5. Distance minimale de passage des protons

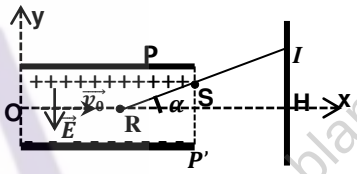
Au point de la sortie : $S\left|\begin{matrix}x_S=L\\y_S=D_{min}\end{matrix}\right.$

$y_S = -\frac{eU'}{2mdv_0{}^2cos^2\alpha}L^2 + L\tan\alpha$

$y_S = -\frac{1{,}6.10^{-19}.604.0{,}2^2}{2\times 2{,}67.10^{-27}.0{,}07.(4{,}37.10^5)^2cos^2 30°} + 0{,}2\tan 30°$

$D_{min} = y_S = 3{,}2\times 10^{-5}m$

Solution 5



1. a)) *Voir figure*

b)) Valeur du champ E :

$E = \frac{U}{d} = \frac{500}{0{,}04} = 1{,}25\times 10^4 V.m^{-1}$ *et* $\vec{E}\left|\begin{matrix}E_x=0\\E_y=-E\end{matrix}\right.$

2. a)) Coordonnées de $\vec{a}$

$T.C.I : \vec{F_e} = q\vec{E} = m\vec{a} \Rightarrow \vec{a} = -\frac{e}{m}\vec{E} ; \vec{a}\left|\begin{matrix}a_x=0\\a_y=\frac{eE}{m}\end{matrix}\right.$

c)) Coordonnées du vecteur vitesse $\vec{v}$ et position $\overrightarrow{OM}$;

$\vec{v}\left|\begin{matrix}v_x=v_0\\v_y=\frac{eE}{m}t\end{matrix}\right.$ *et* $\overrightarrow{OM}\left|\begin{matrix}x=v_0t\\y=\frac{eE}{2m}t^2\end{matrix}\right. \Rightarrow y = \frac{eE}{2mv_0{}^2}x^2$

$A.N: y = \frac{1{,}6.10^{-19}\times 1{,}25.10^4}{2\times 9{,}1.10^{-31}\times(10^7)^2}x^2 \Rightarrow y = 11x^2$

3. a)) Coordonnées de S

$S\left|\begin{matrix}x_S=l\\y_S=\frac{eE}{2mv_0{}^2}l^2 = \frac{eU}{2mdv_0{}^2}l^2 = Uk\end{matrix}\right.\ Où: k = \frac{el^2}{2mdv_0{}^2} = cte$

$y_S = kU$, *alors* y_S *est proportionnelle à U*

GRATUITS SUR ablanian.com
Téléchargez l'application Ablanian CI sur Play Store et App Store
TÉLÉCHARGEZ L'APPLICATION ABLANIAN CI
DISPONIBLE SUR Google Play
Télécharger dans l'App Store

b)) Coordonnées de $\overrightarrow{v_S}$

$$\overrightarrow{v_s}\begin{vmatrix} v_{sx}=v_0 \\ v_{sy}=\frac{eE}{m}t_s \end{vmatrix} \text{où } x_S=v_0t_S=l \Rightarrow t_S=\frac{l}{v_0} \Rightarrow \overrightarrow{v_s}\begin{vmatrix} v_{sx}=v_0 \\ v_{sy}=\frac{eEl}{mv_0} \end{vmatrix}$$

$$\Rightarrow v_S=\sqrt{{v_0}^2+\left(\frac{eEl}{mv_0}\right)^2}$$

- *Valeur de l'angle* α $\tan\alpha=\frac{y_S}{l/2}=\frac{2y_S}{l}=\frac{2}{l}\times\frac{eE}{2m{v_0}^2}l^2=\frac{eEl}{m{v_0}^2}$

c)) *Valeur numérique de* t_S, α, y_S, v_S

$$t_S=\frac{l}{v_0}=\frac{0{,}08}{10^7}=8\times10^{-9}s \text{ et}$$

$$\tan\alpha=\frac{1{,}6.10^{-19}\times1{,}25.10^4\times0{,}08}{9{,}1.10^{-31}\times(10^7)^2}=1{,}758 \Rightarrow \alpha=60{,}37°$$

$$y_S=\frac{1{,}6.10^{-19}\times1{,}25.10^4\times0{,}08^2}{2\times9{,}1.10^{-31}\times(10^7)^2}=7{,}04\times10^{-2}m=7{,}04cm$$

$$v_S=\sqrt{(10^7)^2+\left(\frac{1{,}6.10^{-19}\times1{,}25.10^4\times0{,}08}{9{,}1.10^{-31}\times10^7}\right)^2}$$

$$=2{,}02\times10^7 m.s^{-1}$$

4. a)) Entre S et I, le mouvement des électrons est rectiligne uniforme car au-delà de S, le champ $\vec{E}=\vec{0}$.

b)) Expression de IH en fonction de l, m, *U, l, L, d,* v_0

$\tan\alpha=\frac{IH}{I'H}\Rightarrow IH=I'H\tan\alpha$ *Avec :*

$I'H=\left(L-\frac{l}{2}\right)$ *et* $\tan\alpha=\frac{eEl}{m{v_0}^2}$

$$IH=I'H\tan\alpha=\frac{eUl}{md{v_0}^2}\left(L-\frac{l}{2}\right)$$

c)) Valeur numérique de IH *:*

$$A.N: IH=\frac{1{,}6.10^{-19}\times1{,}25.10^4\times0{,}08}{9{,}1.10^{-31}\times(10^7)^2}(0{,}3-0{,}04)=0{,}45m$$

Solution 6

1. Vitesse de la bille après une chute de hauteur h

La bille est soumis à son poids $\vec{P}$

T.E.C :entre le début et la fin

$$\frac{1}{2}mv^2=mgh \Rightarrow v=\sqrt{2gh}=\sqrt{2\times9{,}8\times0{,}5}=3{,}13m/s$$

2. a)) Signe de la charge q

La bille est soumise à son poids $\vec{P}=m\vec{g}$ et à la force électrostatique $\overrightarrow{F_e}=q\vec{E}$.

$T.C.I: m\vec{g}+q\vec{E}=m\vec{a} \Rightarrow \vec{a}=\vec{g}+\frac{q}{m}\vec{E}\Rightarrow$

$$\vec{a}\begin{vmatrix} a_x=\frac{q}{m}E>0 \\ a_y=g \end{vmatrix} \Rightarrow q>0$$

b)) Equation de la trajectoire

$$\overrightarrow{OM}\begin{vmatrix} x=\frac{qE}{2m}t^2 \\ y=\frac{1}{2}gt^2 \end{vmatrix} \Rightarrow \frac{y}{x}=\frac{mg}{qE} \Rightarrow y=\frac{mg}{qE}x$$

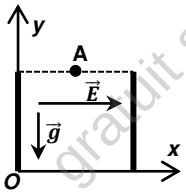
$A.N: y=\frac{5.10^{-3}\times9{,}8}{4.10^{-7}\times10^5}x=1{,}225x$ *; la trajectoire est une droite.*

c)) Valeur de la distance d

Comme B est un point d'impact, alors *:*

$$y_B=1{,}225x_B \Rightarrow h=1{,}225d=0{,}5 \Rightarrow d=0{,}41m$$

3. a)) Equation de la trajectoire



$$\overrightarrow{OM_0}\begin{vmatrix} x_0=\frac{d}{2} \\ y_0=l \end{vmatrix} ; \vec{a}\begin{vmatrix} a_x=\frac{q}{m}E \\ a_y=-g \end{vmatrix}$$

$$\overrightarrow{OM}\begin{vmatrix} x=\frac{qE}{2m}t^2+\frac{d}{2} \\ y=-\frac{1}{2}gt^2+l \end{vmatrix}$$

$$\Rightarrow t^2=\left(x-\frac{d}{2}\right)\frac{2m}{qE}\Rightarrow y=-\frac{mg}{qE}\left(x-\frac{d}{2}\right)+l$$

$$y=-\frac{mg}{qE}x+\left(\frac{mgd}{2qE}+l\right)$$

$$A.N: y=-\frac{5.10^{-3}\times9{,}8}{4.10^{-7}\times10^5}x+\left(\frac{5.10^{-3}\times9{,}8\times0{,}41}{2\times4.10^{-7}\times10^5}+0{,}05\right)$$

$$\Rightarrow y=-1{,}225x+0{,}75$$

b)) Durée mise par la bille pour passer sur l'axe Ox

Si la bille passe sur l'axe (Ox), alors

$$y=-\frac{1}{2}gt^2+l=0\Rightarrow t=\sqrt{\frac{2l}{g}}=\sqrt{\frac{2\times0{,}5}{9{,}8}}=0{,}32s$$

c)) Valeur de U

Si la bille arrive en B, alors y=0 et x=d

$$0=-\frac{mg}{qE}\left(d-\frac{d}{2}\right)+l \Rightarrow \frac{mgd}{2qE}=l\Rightarrow E=\frac{U}{d}=\frac{mgd}{2ql}$$

$$\Rightarrow U=\frac{mgd^2}{2ql}$$

$$A.N: U=\frac{5.10^{-3}\times9{,}8\times0{,}41^2}{2\times4.10^{-7}\times0{,}5}=2{,}06\times10^4V$$

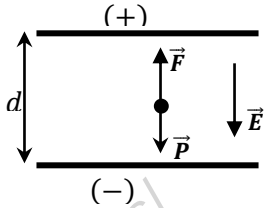
Solution 7

1.Valeur de E et F

$$On\ a: E=\frac{U_{AB}}{d}=\frac{10^5}{5\times10^{-2}}=2\times\frac{10^6V}{m}$$

$$F=|q|E=10^{-12}\times2\times10^6=2\times10^{-6}N$$

2. Schéma : le champ électrique est dirigé vers la plaque négative.



4. $On\ a: P=mg=0{,}1\times10^{-6}\times10=10^{-6}N$

Le bilan vectoriel est : $\vec{P}+\vec{F}=\vec{0}$ donc la goutte d'huile n'est pas en équilibre. Puisque F > P la bille se met en mouvement dans la direction de la force électrique.

Cette dernière est opposée au champ électrique puisque q<0.

La goutte d'huile va donc vers le haut.

GRATUITS SUR ablanian.com
Téléchargez l'application Ablanian CI sur Play Store et App Store
TÉLÉCHARGEZ L'APPLICATION ABLANIAN CI
DISPONIBLE SUR Google Play
Télécharger dans l'App Store

Solution 8

I.1. En appliquant le Théorème de centre d'inertie :

$$\sum \vec{F}_{ext} = m\vec{a} = m\frac{d\vec{v}}{dt} \ or\ v = cte \Rightarrow \frac{d\vec{v}}{dt} = \vec{0} \Rightarrow \sum \vec{F}_{ext} = \vec{0}$$

D'où l'ensemble des forces subies par la goutte est égale au vecteur nulle.

2. Expression de la masse m et de son poids P

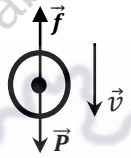
La goutte est supposée sphérique de rayon r, alors son volume

$$V = \frac{4}{3}\pi r^3 \ \ et\ \ \rho = \frac{m}{V} \Rightarrow m = \rho V = \frac{4}{3}\pi r^3 \rho$$

Son poids : $P = mg = \frac{4}{3}\pi r^3 \rho g$

II. 1. En absence du champ électrique, la gouttelette est soumis à son poids $\vec{P}$ et à la force de frottement $\vec{f}$.

2. Représentation des forces



3. Expression de r

A l'équilibre : $\vec{P} + \vec{f} = \vec{0}$

Suivant $\vec{v}$: $P - f_1 = 0$

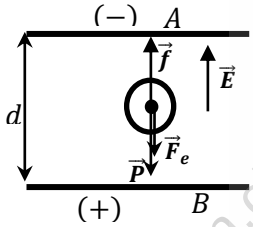
$$P = f_1 \Rightarrow \frac{4}{3}\pi r^3 \rho g = 6\pi\eta r v_1 \Rightarrow r^2 = \frac{9\eta v_1}{2\rho g} \Rightarrow r = 3\sqrt{\frac{\eta v_1}{2\rho g}}$$

III. 1. Schéma et légende

On a : $V_B - V_A > 0 \Rightarrow B(+) et\ A(-)$

D'autre part le mouvement de la gouttelette reste verticale et ascendant, et $v_2 > v_1\ \ alors\ \ f_2 > f_1 = P \Rightarrow f_2 > P$

alors la force électrique doit se diriger vers le bas, pour qu'on ait la condition d'équilibre.



2. Sens de de la charge q

On a : $\vec{F}_e = q\vec{E}$, : $\vec{F}_e\ s'oppose$ à $\vec{E}$, alors q < 0

3. Expression de la charge q

A l'équilibre $\vec{P} + \vec{F}_e + \vec{f} = \vec{0}$

Suivant la vitesse $\vec{v}$: $P + F_e - f = 0$

$$\frac{4}{3}\pi r^3 \rho g - qE = 6\pi\eta r v_2 \Rightarrow -qE = -\frac{4}{3}\pi r^3 \rho g + 6\pi\eta r v_2$$

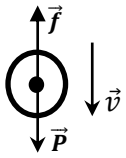
$$\Rightarrow qE = \frac{4}{3}\pi r.r^2 \rho g - 6\pi\eta r v_2 = \frac{4}{3}\pi r.\frac{9\eta v_1}{2\rho g}.\rho g - 6\pi\eta r v_2$$

$$\Rightarrow qE = 6\pi\eta r v_1 - 6\pi\eta r v_2 \Rightarrow q = -\frac{6\pi\eta r}{E}(v_2 - v_1)$$

Solution 9

1. Vitesse limite atteinte par la gouttelette

En absence du champ électrique, la gouttelette est soumis à son poids $\vec{P}$ et à la force de frottement $\vec{f}$.



La goutte est supposée sphérique de rayon r, alors son volume est : $V = \frac{4}{3}\pi r^3 \ \ et$

$$\rho = \frac{m}{V} \Rightarrow m = \rho V = \frac{4}{3}\pi r^3 \rho$$

Son poids : $P = mg = \frac{4}{3}\pi r^3 \rho g$

A l'équilibre : $\vec{P} + \vec{f} = \vec{0}$

Suivant $\vec{v}$: $P - f = 0 \Rightarrow P = f$

$$\frac{4}{3}\pi r^3 \rho g = 6\pi\eta r v_{limite} \Rightarrow v_{Limite} = \frac{2r^2}{9\eta}\rho g$$

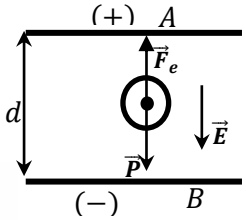
$$A.N:\ v_{Limite} = \frac{2(1{,}6.10^{-6})^2}{9 \times 1{,}8.10^{-5}} 880 \times 10^3 \times 9{,}81 = 0{,}27 m.s^{-1}$$

2. Valeur de la charge portée par la gouttelette

La gouttelette s'immobilise alors : $\vec{f} = \vec{0}$

Pour avoir l'équilibre la force électrique doit se diriger vers le haut

A l'équilibre $\vec{P} + \vec{F}_e = \vec{0}$



Suivant la vitesse $\vec{v}$:

$$P - F_e = 0 \Rightarrow F_e = -qE = P$$

$$q = -\frac{P}{E} = -\frac{4}{3}\pi r^3 \rho g\ \frac{d}{U}$$

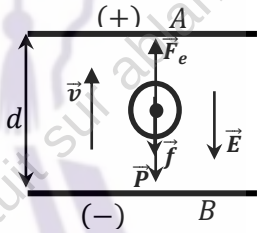
$$A.N: q = -\frac{4}{3}\pi(1{,}6.10^{-6})^3 \times 880 \times 10^3 \times 9{,}81 \times \frac{0{,}12}{3950}$$

$$q = -2{,}81 \times 10^{-9} C$$

3. Valeur de la nouvelle charge q

La gouttelette remonte avec une vitesse

$$v = \frac{d}{v} = \frac{10^{-3}}{5{,}8} = 1{,}72 \times 10^{-4} m.s^{-1}$$



A l'équilibre $\vec{P} + \vec{F}_e + \vec{f} = \vec{0}$

Suivant la vitesse $\vec{v}$: $-P + F_e - f = 0$

$$-\frac{4}{3}\pi r^3 \rho g - qE - 6\pi\eta r v = 0 \Rightarrow qE = -\frac{4}{3}\pi r^3 \rho g - 6\pi\eta r v$$

$$Or\ v_{Limite} = \frac{2r^2}{9\eta}\rho g \Rightarrow qE = -6\pi\eta r v_{Limite} - 6\pi\eta r v_2$$

$$\Rightarrow q = -\frac{6\pi\eta r}{E}(v_{Limite} + v) = -\frac{6\pi\eta r d}{U}(v_{Limite} + v)$$

$$A.N:\ q = -\frac{6\pi \times 1{,}8.10^{-5} \times 1{,}6.10^{-6} \times 0{,}12}{3950}(0{,}27 + 1{,}72.10^{-4})$$

$$q = -4{,}45 \times 10^{-15} C$$

Solution 10

1. Valeur de la tension U_{AB}

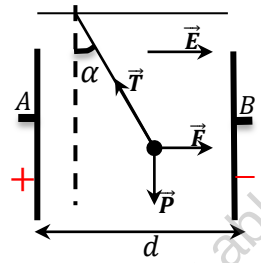
$$E = \frac{U_{AB}}{d} \ soit\ U_{AB} = Ed = 2.10^5 \times 0{,}2 = 4 \times 10^4 V$$

2. Puisque le fil est incliné vers la plaque négative, on en déduit que la sphère est chargée positivement.

3. Valeur du poids : $P = mg = 4.10^{-4} \times 10 = 4 \times 10^{-3} N$

GRATUITS SUR ablanian.com
Téléchargez l'application Ablanian CI sur Play Store et App Store
TÉLÉCHARGEZ L'APPLICATION ABLANIAN CI
DISPONIBLE SUR Google Play
Télécharger dans l'App Store

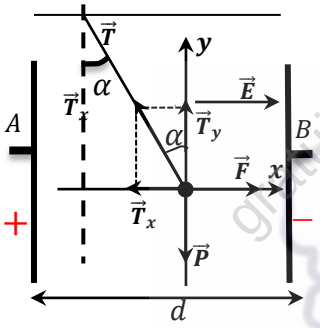
4. Schéma de l'ensemble



La bille est soumise à trois forces : son poids, la force électrique et la tension du fil.

On a : $\vec{P} + \vec{F} + \vec{T} = \vec{0}$ c'est la condition d'équilibre.

5. Calcul de T et F



$$\vec{P} + \vec{F} + \vec{T} = \vec{0}$$

Projections dans la base (Ox ,Oy)

$\begin{cases} F - T_x = 0 \\ T_y - P = 0 \end{cases}$ Or $\sin\alpha = \frac{T_x}{T} \Longrightarrow T_x = T\sin\alpha$

$$\cos\alpha = \frac{T_y}{T} \Longrightarrow T_x = T\cos\alpha$$

Suivant Ox : $F - T\sin\alpha = 0$

Suivant Oy : $T\cos\alpha - P = 0 \Longrightarrow T = \frac{P}{\cos\alpha}$

$$F - \frac{P}{\cos\alpha}\sin\alpha = 0 \Longrightarrow F = P\tan\alpha$$

$$T = \frac{4\times10^{-3}}{\cos 20°} = 4{,}26\times10^{-3}N$$

$$F = 4.10^{-3}\tan 20° = 1{,}45\times10^{-3}N$$

6. Valeur de la charge q

$$F = |q|E \Longrightarrow |q| = \frac{F}{E} = \frac{1{,}45\times10^{-3}}{2\times10^{5}} = 7{,}25\times10^{-9}C$$

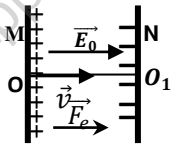
Et comme $q > 0$ alors $q = 7{,}25\times10^{-9}C$

gratuit sur ablanian.ci/apps/

TÉLÉCHARGEZ L'APPLICATION ABLANIAN CI
DISPONIBLE SUR Google Play
Télécharger dans l'App Store

Solution sur le Champ magnétique

Solution 01



1. a)) Signe de U_0

Ions positifs accélérés de la plaque positive (M) à la plaque négative (N) donc

$$V_M > V_N \Rightarrow V_M - V_N > 0 \Rightarrow U_0 > 0$$

b)) Expression de v_1 en fonction de m_1, e, U_0

$$T.E.C : \frac{1}{2}m_1{v_1}^2 = eU_0 \Rightarrow v_1 = \sqrt{\frac{2eU_0}{m_1}},\ Or\ m_1 = \frac{M_1}{N}$$

$$v_1 = \sqrt{\frac{2eNU_0}{M_1}} = \sqrt{\frac{2 \times 1{,}6.10^{-19} \times 6{,}02.10^{23} \times 2.10^4}{20.10^{-3}}}$$

$$v_1 = 4{,}39.10^5 m.s^{-1}$$

c)) Montrons qu'en O_1, ${m_1v_1}^2 = {m_2v_2}^2$

T.E.C : entre O et O_1

$$E_C(O_1) = eU_0 = cste \Rightarrow E_{C1} = E_{C2} = E_C(O_1) = eU_0 = cste$$

$$Alors : E_{C1} = E_{C2} \Rightarrow \frac{1}{2}m_1{v_1}^2 = \frac{1}{2}m_2{v_2}^2 \Rightarrow {m_1v_1}^2 = {m_2v_2}^2$$

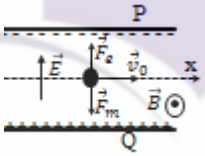
- Déduction de v_2 :

$$m_1{v_1}^2 = m_2{v_2}^2 \Rightarrow \left(\frac{v_2}{v_1}\right)^2 = \frac{m_1}{m_2} \Rightarrow v_2 = v_1\sqrt{\frac{m_1}{m_2}} = v_1\sqrt{\frac{M_1}{M_2}}$$

$$v_2 = 4{,}39.10^5\sqrt{\frac{20.10^{-3}}{22.10^{-3}}} = 4{,}18 \times 10^5 m.s^{-1}$$

2. a)) Représentation de $\vec{E}$ et $\vec{B}$On : $U = V_Q - V_P > 0$

Dans cette région les particules sont soumises à la force électrostatique $\vec{F_e}$ et à la force magnétique $\vec{F_m}$. Ces deux forces s'opposent, alors : $\vec{F_e} + \vec{F_m} = \vec{0} \Rightarrow \vec{F_m} = -\vec{F_e}$



En utilisant la règle de trois doigts de la mains droit, $\vec{B}$ est sortant.

b)) Voir figure précédente

c)) Expression de U en fonction de v_1 ,d , B

$$On\ a : \overrightarrow{F_m} = -\overrightarrow{F_e} \Rightarrow F_m = F_e \Rightarrow |q|v_1B = |q|E$$

$$\Rightarrow v_1B = E = \frac{U}{d} \Rightarrow U = Bv_1d$$

$$A.N : U = 0{,}1 \times 4{,}39.10^5 \times 0{,}05 = 2{,}2 \times 10^3 V$$

d)) Les ions $^{22}Ne^+$ ont une vitesse $v_2 = 4{,}18 \times 10^5 m.s^{-1}$.

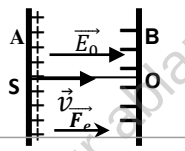
Comme $v_2 > v_1 = v_0$, alors la force magnétique F_m est supérieure que la force électriqueF_e , les ions $^{22}Ne^+$ seront déviés vers le bas (vers la plaque Q).

Solution 02

1. Représentation de $\vec{E_0}$,et déduction de du signe de U_0

Ions positifs accélérés de la plaque positive (A) à la plaque négative (B) donc

$$V_A > V_B \Rightarrow V_A - V_B > 0 \Rightarrow U_0 > 0$$



2. a)) Montrons que les ions arrivent en O avec une même E_C

Les ions sont soumis à la force électrostatique $\vec{F_e} = q\vec{E}$.

T.E.C : entre S et O

$$E_C(O) = eU_0 = cste \Rightarrow E_{C1} = E_{C2} = E_C(O_1) = eU_0 = cste$$

$E_{C1} = E_{C2} = E_{C3} = eU_0 = cste$, alors les ions arrivent en O avec une même énergie cinétique.

b)) Déduisons que ${m_1v_1}^2 = {m_2v_2}^2 = {m_3v_3}^2$

$$On\ a : E_{C1} = E_{C2} = E_{C3} \Rightarrow \frac{1}{2}{m_1v_1}^2 = \frac{1}{2}{m_2v_2}^2 = \frac{1}{2}{m_3v_3}^2$$

$$soit\ \ {m_1v_1}^2 = {m_2v_2}^2 = {m_3v_3}^2$$

c)) Calcul de v_2

$$E_{C2} = \frac{1}{2}{m_2v_2}^2 = eU_0 \Rightarrow v_2 = \sqrt{\frac{2eU_0}{m_2}}$$

$$v_2 = \sqrt{\frac{2 \times 1{,}6.10^{-19} \times 5.10^4}{66{,}4.10^{-27}}} = 4{,}90 \times 10^5 m.s^{-1}$$

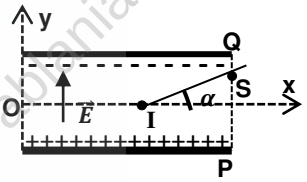
3. a)) Equation cartésienne de la trajectoire des ions

$$T.C.I : \vec{F_e} = q\vec{E} = m\vec{a} \Rightarrow \vec{a} = -\frac{e}{m}\vec{E}$$

$$\vec{E}\left|\begin{matrix}E_x = 0\\ E_y = E\end{matrix}\right. ; \vec{a}\left|\begin{matrix}a_x = 0\\ a_y = \frac{eE}{m}\end{matrix}\right. ; \overrightarrow{OM}\left|\begin{matrix}x = v_0t\\ y = \frac{eE}{2m}t^2\end{matrix}\right. \Rightarrow y = \frac{eE}{2m{v_0}^2}x^2$$

- pour les ions $^{39}K^+$:

$$y = \frac{eE}{2m_1{v_1}^2}x^2$$



-pour les ions $^{40}K^+$:

$$y = \frac{eE}{2m_2{v_2}^2}$$

-pour les ions $^{41}K^+$:

$$y = \frac{eE}{2m_3{v_3}^2}$$

Les ions $^{39}K^+$, $^{40}K^+$ et $^{41}K^+$ ont une trajectoire parabolique à l'intérieur du condensateur.

b)) Calcul de la déviation angulaire de l'isotope $^{40}K^+$

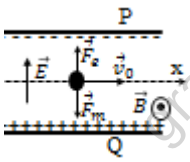
$$On\ a : \tan\alpha = \frac{y_S}{l/2} = \frac{2y_S}{l}\ or\ S\left|\begin{matrix}x_S = l\\ y_S = \frac{eE}{2mv_2{}^2}l^2\end{matrix}\right.$$

$$\Rightarrow \tan\alpha = \frac{y_S}{l/2} = \frac{2y_S}{l} = \frac{2}{l} \times \frac{eE}{2m{v_2}^2}l^2 = \frac{eEl}{m{v_2}^2}$$

$$\tan\alpha = \frac{1{,}6.10^{-19} \times 2.10^4 \times 0{,}02}{66{,}4.10^{-27} \times (4{,},90.10^5)^2} = 4 \times 10^{-3} \Rightarrow \alpha = 0{,}23°$$

4. a)) Sens de $\vec{B}$

En utilisant la règle de trois doigts de la main droite , le vecteur champ $\vec{B}$ est sortant.



b)) Valeur B

Comme le mouvement est rectiligne uniforme, alors :

$$On\ a : \overrightarrow{F_m} = -\overrightarrow{F_e} \Rightarrow F_m = F_e \Rightarrow |q|v_2B = |q|E$$

$$\Rightarrow v_2B = E = \frac{U}{d} \Rightarrow U = Bv_2d \Rightarrow B = \frac{U}{dv_2}$$

GRATUITS SUR ablanian.com
Téléchargez l'application Ablanian CI sur Play Store et App Store
TÉLÉCHARGEZ L'APPLICATION ABLANIAN CI
DISPONIBLE SUR Google Play
Télécharger dans l'App Store

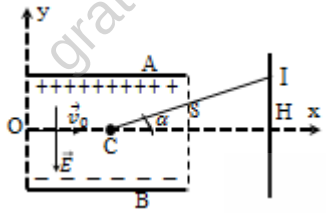
$$B = \frac{1000}{0{,}05 \times 4{,}90.10^5} = 0{,}04T = 40mT$$

c))*On a :* $m_1 < m_2 < m_3 \Longrightarrow v_1 > v_2 > v_3$

Les ions $39K^+$ seront déviés vers le bas (vers la plaque Q) car $v_1 > v_2$ donc la force magnétique supérieur à la force électrique et les ions $41K^+$seront déviés vers le haut (vers la plaque P) car $v_3 < v_2$ donc la force électrique supérieure à la force magnétique.

Solution 04

I. 1. Représentation de $\vec{E}$ et sa norme



Comme $U = V_A - V_B = 100 > 0 \Rightarrow A(+)\ et\ B(-)$

$$E = \frac{U}{d} = \frac{100}{0{,}04} = 2{,}5 \times 10^3 V.m^{-1}$$

2. a)) Equation cartésienne de la trajectoire

$$T.C.I : \vec{F_e} = q\vec{E} = m\vec{a} \Rightarrow \vec{a} = -\frac{e}{m}\vec{E}$$

$$\vec{E}\begin{vmatrix} E_x = 0 \\ E_y = E \end{vmatrix} ; \vec{a}\begin{vmatrix} a_x = 0 \\ a_y = \frac{eE}{m} \end{vmatrix} ; \overrightarrow{OM}\begin{vmatrix} x = v_0 t \\ y = \frac{eE}{2m}t^2 \end{vmatrix} \Rightarrow y = \frac{eE}{2mv_0{}^2}x^2$$

$$A.N:\ y = \frac{1{,}6.10^{-19} \times 2{,}5.10^4}{2 \times 9{,}1.10^{-31} \times (10^7)^2}x^2 \Rightarrow y = 2{,}2x^2$$

- Coordonnées de S

$$S\begin{vmatrix} x_S = l = 0{,}1 \\ y_S = 2{,}2x_S{}^2 = 2{,}2 \times 0{,}1^2 = 2{,}2 \times 10^{-2} \end{vmatrix}$$

- Coordonnées de $\overrightarrow{v_S}$

$$\overrightarrow{v_s}\begin{vmatrix} v_{sx} = v_0 \\ v_{sy} = \frac{eE}{m}t_S \end{vmatrix} \text{où } x_S = v_0 t_S = l \Rightarrow t_S = \frac{l}{v_0}$$

$$\overrightarrow{v_s}\begin{vmatrix} v_{sx} = v_0 = 10^7 m.s^{-1} \\ v_{sy} = \frac{eEl}{mv_0} = \frac{1{,}6.10^{-19} \times 2{,}5.10^3 \times 0{,}1}{9{,}1.10^{-31} \times 10^7} = 4{,}4 \times 10^6 m.s^{-1} \end{vmatrix}$$

$$v_S = \sqrt{v_{Sx}{}^2 + v_{Sy}{}^2} = \sqrt{(10^7)^2 + (4{,}4.10^6)^2} = 1{,}092.10^7 m.s^{-1}$$

b)) Equation de la trajectoire au delà de S

Au-delà de S, E=0 et a=0, alors le mouvement des électrons au-delà de S est rectiligne uniforme.

Les électrons suivent une droite $(T) : y = ax+b$

$$où\ a = \left(\frac{dy}{dx}\right)_{x=l} = 2 \times 2{,}2l = 2 \times 2{,}2 \times 0{,}1 = 0{,}44$$

$$\Rightarrow (T): y = 0{,}44x + b$$

$$Or\ S\epsilon\ (T) \Rightarrow y_S = 0{,}44x_S + b \Rightarrow b = y_S - 0{,}44x_S$$

$$b = y_S - 0{,}44x_S = 2{,}2 \times 10^{-2} - 0{,}44 \times 0{,}1 = -2{,}2 \times 10^{-2}$$

$$(T): y = 0{,}44x - 2{,}2 \times 10^{-2}$$

3. a)) Valeur de la déviation angulaire α

$$\tan\alpha = 0{,}44 \Rightarrow \alpha = 23{,}75°$$

b)) Coordonnées du point I

$$\tan\alpha = \frac{y_I}{D} \Rightarrow y_I = D\tan\alpha = 0{,}5 \times 0{,}44 = 0{,}22m$$

$$x_I = \frac{l}{2} + D = 5 + 50 = 55cm = 0{,}55m \Rightarrow I(0{,}55m\ ;0{,}22m)$$

c)) Durée totale mise par les ions entre O et I

$$On\ a : t_{OI} = t_{OS} + t_{SI}\ ,\ avec\ t_{OS} = \frac{l}{v_0} = \frac{0{,}1}{10^7} = 10^{-8}s$$

- Comme au-delà de S, le mouvement est rectiligne uniforme, alors

$$v = v_S = cste \Rightarrow v = \frac{SI}{t_{SI}} \Rightarrow t_{SI} = \frac{SI}{v}, avec\ SI = \sqrt{x_{SI}{}^2 + y_{SI}{}^2}$$

$$Or\ \ S\begin{vmatrix} x_S = 0{,}1 \\ y_S = 0{,}022 \end{vmatrix}\ et\ I\begin{vmatrix} x_I = 0{,}55 \\ y_I = 0{,}22 \end{vmatrix}$$

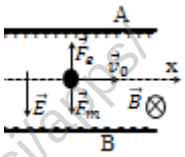
$$SI = \sqrt{x_{SI}{}^2 + y_{SI}{}^2} = \sqrt{(0{,}55 - 0{,}1)^2 + (0{,}22 - 0{,}022)^2}$$
$$= 0{,}49m$$

$$t_{SI} = \frac{SI}{v} = \frac{0{,}49}{1{,}092.10^7} = 4{,}49 \times 10^{-8}s$$

$$d'où : t_{OI} = t_{OS} + t_{SI} = 10^{-8} + 4{,}49.10^{-8} = 5{,}49 \times 10^{-8}s$$

II. 1. Sens de $\vec{B}$

En utilisant la règle de trois doigts de la main droite le vecteur champ $\vec{B}$ est entrant.



2. Condition de passage

Si on veut que les particules passent en O', il faut que le mouvement de ses particules soient rectiligne uniforme :

$$\overrightarrow{F_m} + \overrightarrow{F_e} = \vec{0} \Rightarrow F_m = F_e \Rightarrow |q|v_0 B = |q|E \Rightarrow v_0 = \frac{E}{B}$$

$$v_0 = \frac{2{,}5.10^3}{3{,}33.10^{-4}} = 7{,}5 \times 10^6 m.s^{-1}$$

Les électrons ayant une vitesse $v = v_0 = 7{,}5 \times 10^6 m.s^{-1}$ peuvent traverser le filtre et ceux qui n'arrivent pas à remplir cette condition ne passeront pas en O' mais ils seront déviés soit vers le haut ou soit vers le bas.

3. Ce dispositif est appelé sélecteur ou Filtre de vitesse .

Solution 05

1. Valeur de v_0

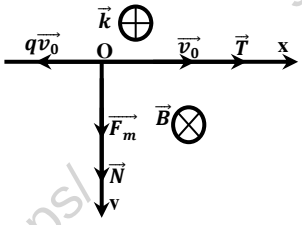
$$T.E.C : \frac{1}{2}mv_0{}^2 = |q|U_0 = eU_0 \Rightarrow v_0 = \sqrt{\frac{2eU_0}{m}}$$

$$A.N: v_0 = \sqrt{\frac{2 \times 1{,}6 \times 10^{-19} \times 285}{9{,}1.10^{-31}}} = 10^7 m.s^{-1}$$

2. a)) Sens de $\vec{B}$

En utilisant la règle de 3 doigts de la main droite le vecteur champ $\vec{B}$ est entrant (voir figure).

- Montrons que le mouvement des particules est plan



GRATUITS SUR ablanian.com
Téléchargez l'application Ablanian CI sur Play Store et App Store
TÉLÉCHARGEZ L'APPLICATION ABLANIAN CI
DISPONIBLE SUR Google Play
Télécharger dans l'App Store

Condition initiale

$\overrightarrow{v_0}\begin{vmatrix} v_{0x}=v_0 \\ v_{0y}=0 \\ v_{0z}=0 \end{vmatrix}$ *et* $\overrightarrow{OM_0}\begin{vmatrix} x_0=0 \\ y_0=0 \\ z_0=0 \end{vmatrix}$

L'électron est soumis à la force magnétique $\overrightarrow{F_m}=|q|v_0B\vec{j}$

$T.C.I: \overrightarrow{F_m}=m\vec{a} \Rightarrow \vec{a}=\frac{\overrightarrow{F_m}}{m}$, $Or,\ F_{mz}=0 \Rightarrow a_z=0$, alors le mouvement est uniforme suivant OZ, donc : $z=v_{0z}t+z_0=0$, $z=0$, alors le mouvement est plan

b)) Montrons le mouvement est circulaire uniforme

$T.C.I: \overrightarrow{F_m}=m\vec{a} \Rightarrow \vec{a}=\frac{\overrightarrow{F_m}}{m}$

Dans la base de Frenet $(\vec{T},\vec{N})$: $\overrightarrow{F_m}=|q|v_0B\vec{N}$ *et*

$$\vec{a}=\frac{\overrightarrow{F_m}}{m}=\frac{|q|v_0B}{m}\vec{N}$$

$$\vec{a}=a_T\vec{T}+a_N\vec{N}=\frac{dv}{dt}\vec{T}+\frac{{v_0}^2}{R}\vec{N}=\frac{|q|v_0B}{m}\vec{N}$$

Soit $\frac{dv}{dt}=0 \Rightarrow v=cte \Rightarrow$ le mouvement est uniforme

Par identification :

$\frac{{v_0}^2}{R}=\frac{|q|v_0B}{m} \Rightarrow R=\frac{mv_0}{|q|B}=cte \Rightarrow$le mouvement est circulaire.

D'où le mouvement des particules est circulaire uniforme de rayon $R=\frac{mv_0}{|q|B}$.

c)) Valeur numérique du champ B

$$R=\frac{mv_0}{|q|B}=\frac{mv_0}{eB} \Rightarrow B=\frac{mv_0}{eR}=\frac{m}{eR}\times\sqrt{\frac{2eU_0}{m}}=\frac{1}{R}\sqrt{\frac{2mU_0}{e}}$$

$$B=\frac{1}{0{,}2}\sqrt{\frac{2\times 9{,}1.10^{-31}\times 285}{1{,}6.10^{-19}}}=2{,}84\times10^{-4}T$$

d)) Caractéristique du vecteur vitesse en C

- Direction : suivant Ox ; - Sens : même sens que $\overrightarrow{Ox}$ *et*

- Intensité : $v_C=v_0=10^7 m.s^{-1}$

3. a)) Equation de la trajectoire

- Condition initiale : $\overrightarrow{v_0}\begin{vmatrix} v_{0x}=v_0 \\ v_{0y}=0 \end{vmatrix}$, $\overrightarrow{OM_0}\begin{vmatrix} x_0=0 \\ y_0=R \end{vmatrix}$

Au-delà de C , les particules sont soumises à la force électrostatique $\overrightarrow{F_e}=q\vec{E}$

$T.C.I: \overrightarrow{F_e}=q\vec{E}=m\vec{a} \Rightarrow \vec{a}=-\frac{e}{m}\vec{E}$, $\vec{a}\begin{vmatrix} a_x=0 \\ a_y=-\frac{eE}{m} \end{vmatrix}$

$\vec{v}\begin{vmatrix} v_x=v_0 \\ v_y=-\frac{eE}{m}t \end{vmatrix}$ *et* $\overrightarrow{OM}\begin{vmatrix} x=v_0t \\ y=-\frac{eE}{2m}t^2+R \end{vmatrix} \Rightarrow y=-\frac{eE}{2mv_0^2}x^2+R$:

la trajectoire est un parabole

b)) Valeur numérique de E

Si le faisceau d'électron traverse le trou D, alors :

$$y_D=0 \text{ et } x_D=R$$

$$y_D=-\frac{eE}{2mv_0^2}R^2+R=0 \Rightarrow 2mv_0^2=eER$$

$$soit\ E=\frac{2mv_0^2}{eR}$$

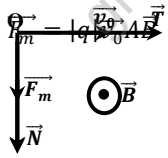
$$Or, v_0^2=\frac{2eU_0}{m} \Rightarrow E=\frac{2m}{eR}\times\frac{2eU_0}{m}=\frac{4U_0}{R}$$

$$E=\frac{4\times285}{0{,}2}=5{,}7\times10^3 V.m^{-1}$$

Solution 06

1. Démontrons que le mouvement est circulaire uniforme

L'électron est soumis à la force magnétique $\overrightarrow{F_m}=|q|\overrightarrow{v_0}\Lambda\vec{B}$



$T.C.I: \overrightarrow{F_m}=m\vec{a} \Rightarrow \vec{a}=\frac{\overrightarrow{F_m}}{m}$

Dans la base de Frenet $(\vec{T},\vec{N})$

$\overrightarrow{F_m}=|q|v_0B\vec{N}$ *et* $\vec{a}=\frac{\overrightarrow{F_m}}{m}=\frac{|q|v_0B}{m}\vec{N}$

$$\vec{a}=a_T\vec{T}+a_N\vec{N}=\frac{dv}{dt}\vec{T}+\frac{{v_0}^2}{R}\vec{N}=\frac{|q|v_0B}{m}\vec{N}$$

$\Rightarrow \frac{dv}{dt}=0 \Rightarrow v=cte \Rightarrow$ le mouvement est uniforme

$\frac{{v_0}^2}{R}=\frac{|q|v_0B}{m} \Rightarrow R=\frac{mv_0}{|q|B}=cte \Rightarrow$ le mouvement est circulaire.

D'où le mouvement des particules est circulaire uniforme de rayon $=\frac{mv_0}{|q|B}$.

2. a)) Démontrons que le mouvement des électrons est R.U

L'électrons est soumis simultanément à la force magnétique $\overrightarrow{F_m}=|q|\overrightarrow{v_0}\Lambda\vec{B}$ et à la force électrostatique $\overrightarrow{F_e}=q\vec{E}$.

T.C.I : $\overrightarrow{F_e}+\overrightarrow{F_m}=m\vec{a}$, or l'électron est pseudo-isolé, *alors* $\overrightarrow{F_e}+\overrightarrow{F_m}=\vec{0} \Rightarrow a=\frac{dv}{dt}=0 \Rightarrow v=cste$; *donc* le mouvement des électrons est nécessairement rectiligne uniforme.

b)) *Sens de* $\vec{E}$: de bas vers le haut.

$\overrightarrow{F_m}+\overrightarrow{F_e}=\vec{0} \Rightarrow F_m=F_e \Rightarrow |q|v_0B=|q|E \Rightarrow v_0=\frac{E}{B}=cste.$

3. a)) *Expression de* e/m

$$v_0=\frac{E}{B} \text{ et } R=\frac{mv_0}{eB} \Rightarrow v_0=\frac{ReB}{m}=\frac{E}{B} \Rightarrow e/m=\frac{E}{RB^2}$$

$$e/_m=\frac{2{,}65.10^4}{0{,}15\times10^{-6}}=1{,}76\times10^{11}C.kg^{-1}$$

b)) Valeur de la masse m de l'électron

$$e/_m=b \Rightarrow m=\frac{e}{b}=\frac{1{,}6.10^{-19}}{1{,}76\times10^{11}}=9{,}1\times10^{-31}kg$$

Solution 07

1. a)) Direction et sens de $\vec{E}$.

- direction : horizontale et sens : de la plaque P' vers la plaque P.

b)) Equation de la trajectoire

$T.C.I: \overrightarrow{F_e}=q\vec{E}=m\vec{a} \Rightarrow \vec{a}=-\frac{e}{m}\vec{E}$; $\vec{E}\begin{vmatrix} E_x=-E \\ E_z=0 \end{vmatrix}$; $\vec{a}\begin{vmatrix} a_x=\frac{eE}{m} \\ a_z=0 \end{vmatrix}$

$$\overrightarrow{OM}\begin{vmatrix} x=\frac{eE}{2m}t^2 \\ z=v_0t \end{vmatrix} \Rightarrow x=\frac{eE}{2m{v_0}^2}z^2$$

b)) Montrons que $e/_m=2{v_o}^2/EL$

Si le faisceau passe en A, alors :

GRATUITS SUR ablanian.com
Téléchargez l'application Ablanian CI sur Play Store et App Store
TÉLÉCHARGEZ L'APPLICATION ABLANIAN CI
DISPONIBLE SUR Google Play Télécharger dans l'App Store

$$x_A = \frac{eE}{2mv_0^2} z_A^2 \Rightarrow L = \frac{eE}{2mv_0^2} L^2 \Rightarrow {}^e/_m = \frac{2v_0^2}{EL}$$

2. a)) Direction et Sens de $\vec{B}$

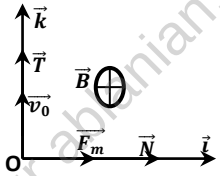
- direction : perpendiculaire au plan $(q\vec{v_0}, \vec{B})$

- sens : en utilisant la règle de trois doigts de la main droite $\vec{B}$ est un vecteur entrant.

Montrons que la vitesse est constante

L'électron est soumis à la force magnétique $\overrightarrow{F_m} = |q|\overrightarrow{v_0} \Lambda \vec{B}$

$T.C.I: \overrightarrow{F_m} = m\vec{a} \Rightarrow \vec{a} = \frac{\overrightarrow{F_m}}{m}$



Dans la base de Frenet $(\vec{T}, \vec{N})$:

$\overrightarrow{F_m} = |q|v_0 B\vec{N} \Rightarrow \vec{a} = \frac{\overrightarrow{F_m}}{m} = \frac{|q|v_0 B}{m}\vec{N}$

$\vec{a} = a_T\vec{T} + a_N\vec{N} = \frac{dv}{dt}\vec{T} + \frac{v_0^2}{R}\vec{N}$

$soit\ \vec{a} = \frac{|q|v_0 B}{m}\vec{N} \Rightarrow \frac{dv}{dt} = 0 \Rightarrow v = cte$

b)) Montrons que ${}^e/_m = {}^{v_0}/_{BL}$

$on\ a : \frac{v_0^2}{R} = \frac{|q|v_0 B}{m} \Rightarrow R = \frac{mv_0}{|q|B}$,

$or\ le\ point\ A(L\,;0\,;L)$ est un point de la trajectoire , alors :

$$L = R = \frac{mv_0}{eB} \Rightarrow {}^e/_m = \frac{v_0}{BL}$$

c)) Déduction de v_0

$${}^e/_m = \frac{v_0}{BL} = \frac{2v_0^2}{EL} \Rightarrow v_0 = \frac{E}{2B} = \frac{4.10^4}{2 \times 1{,}69.10^{-3}}$$

$$v_0 = 1{,}18 \times 10^7 m.s^{-1}$$

- Valeur numérique de ${}^e/_m$

$${}^e/_m = \frac{v_0}{BL} = \frac{1{,}18 \times 10^7 m.s^{-1}}{1{,}69.10^{-3} \times 0{,}04} = 1{,}76 \times 10^{11} C.kg^{-1}$$

Solution 08

1. a)) Sens de $\vec{E}$ et $\overrightarrow{F_e}$

On a : $q > 0$, alors $\vec{E}$ et $\overrightarrow{F_e}$ ont même sens. Sens de $\vec{E}$: de bas vers le haut (de la plaque P_1 vers la plaque P_2).

b)) Expression de v_1 et v_2

T.E.C : entre O_1 *et* O_2

$E_C(O_2) = |q|U = cste \Rightarrow E_{C1} = E_{C2} = E_C(O_2) = |q|U = cste$

Alors : $E_{C1} = \frac{1}{2}m_1 v_1^2 = |q|U \Rightarrow v_1 = \sqrt{\frac{2|q|U}{m_1}}$ *et* $v_2 = \sqrt{\frac{2|q|U}{m_2}}$

c)) Déduisons que : $\frac{V_1}{V_2} = \sqrt{\frac{m_2}{m_1}}$

$$v_1^2 = \frac{2|q|U}{m_1} \quad et \quad v_2^2 = \frac{2|q|U}{m_2} \Rightarrow \frac{v_1^2}{v_2^2} = \frac{m_2}{m_1} \Rightarrow \frac{v_1}{v_2} = \sqrt{\frac{m_2}{m_1}}$$

2. a)) Direction et sens de $\vec{B}$

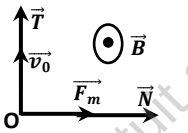
- direction :perpendiculaire au plan $(q\vec{v}, \vec{B})$

- sens : utilisation de la règle de trois doigts la main droite , le vecteur champ magnétique $\vec{B}$ est sortant.

b)) Démontrons que le mouvement est circulaire uniforme

Les particules sont soumises à la force magnétique $\overrightarrow{F_m} = |q|\overrightarrow{v_0} \Lambda \vec{B}$

$T.C.I: \overrightarrow{F_m} = m\vec{a} \Rightarrow \vec{a} = \frac{\overrightarrow{F_m}}{m}$



Dans la base de Frenet $(\vec{T}, \vec{N})$

$\overrightarrow{F_m} = |q|VB\vec{N}$ *et* $\vec{a} = \frac{\overrightarrow{F_m}}{m} = \frac{|q|VB}{m}\vec{N}$

$\vec{a} = a_T\vec{T} + a_N\vec{N} = \frac{dv}{dt}\vec{T} + \frac{v_0^2}{R}\vec{N} = \frac{|q|vB}{m}\vec{N}$

$\Rightarrow a_T = \frac{dv}{dt} = 0 \Rightarrow v = cte \Rightarrow$ le mouvement est uniforme

On a : $\frac{v_0^2}{R} = \frac{|q|vB}{m} \Rightarrow R = \frac{mv}{|q|B} = cte \Rightarrow$ le mouvement est circulaire

Par conséquent le mouvement des particules est circulaire uniforme des rayons : $R_1 = \frac{m_1 v_1}{|q|B}$ *et* $R_2 = \frac{m_2 v_2}{|q|B}$.

c)) Montrons que $\frac{R_1}{R_2} = \sqrt{\frac{m_1}{m_2}}$

$$R_1^2 = \frac{m_1^2 v_1^2}{|q|^2 B^2} = \frac{m_1^2}{|q|^2 B^2} \times \frac{2|q|U}{m_1} = \frac{2m_1 U}{|q|B^2} \quad et \quad R_2^2 = \frac{2m_2 U}{|q|B^2}$$

$$\frac{R_1^2}{R_2^2} = \frac{m_1}{m_2} \Rightarrow \frac{R_1}{R_2} = \sqrt{\frac{m_1}{m_2}} = \sqrt{\frac{M_1}{M_2}} \ : A.N: \frac{R_1}{R_2} = \sqrt{\frac{107}{109}} = 0{,}99$$

d)) Expression de R_1 et R_2 en f(U, q, B, m_1 ou m_2)

$$R_1^2 = \frac{2m_1 U}{|q|B^2} \Rightarrow R_1 = \frac{1}{B}\sqrt{\frac{2m_1 U}{|q|}} \quad et \quad R_2 = \frac{1}{B}\sqrt{\frac{2m_2 U}{|q|}}$$

- Valeur numériques de O_2C_1 et O_2C_2

$$O_2C_1 = 2R_1 = \frac{2}{B}\sqrt{\frac{2m_1 U}{|q|}} = \frac{2}{B}\sqrt{\frac{2M_1 U}{eN}} \quad et \quad O_2C_2 = \frac{2}{B}\sqrt{\frac{2M_2 U}{eN}}$$

$$A.N: O_2C_1 = \frac{2}{1}\sqrt{\frac{2 \times 107.10^{-3} \times 6.10^4}{1{,}6.10^{-19} \times 6.10^{23}}} = 0{,}7314m$$

$$O_2C_2 = \frac{2}{1}\sqrt{\frac{2 \times 109.10^{-3} \times 6.10^4}{1{,}6.10^{-19} \times 6.10^{23}}} = 0{,}7382m$$

- Valeur de de la distance C_1C_2

$C_1C_2 = O_2C_2 - O_2C_1 = 0{,}7382 - 0{,}7314 = 0{,}0068m = 6{,}8mm$

3. a)) Temps mis par chaque ions pour atteindre leurs pts d'impact

$T = \frac{\theta}{\omega}$, *avec* $\theta = \pi rad$ (pour une demi-circonférence)

$$R_1 = \frac{m_1 v_1}{eB} \quad et \quad v_1 = R_1\omega_1 = \frac{m_1 v_1}{eB}\omega_1 \Rightarrow \omega_1 = \frac{eB}{m_1}$$

$$T_1 = \frac{\pi}{\omega_1} = \frac{\pi m_1}{eB} = \frac{\pi M_1}{eBN} \quad et\ T_2 = \frac{\pi M_2}{eBN}$$

$$A.N: T_1 = \frac{\pi \times 107.10^{-3}}{1{,}6.10^{-19} \times 6.10^{23}} = 3{,}50 \times 10^{-6} s$$

$$T_2 = \frac{\pi \times 109.10^{-3}}{1{,}6.10^{-19} \times 6.10^{23}} = 3{,}56 \times 10^{-6} s$$

b)) Composition isotopique d'argent

La composition isotopique représente le pourcentage de ceux deux isotopes d'argent dans l'argent naturel.

$$On : n_1 = \frac{I_1}{I_1 + I_2}100 \quad et\ n_2 = \frac{I_2}{I_1 + I_2}100$$

$$n_1 = \frac{61{,}62.10^{-6}}{61{,}62.10^{-6} + 58{,}38.10^{-6}}100 = 0{,}5135 = 51{,}35\%$$

GRATUITS SUR ablanian.com
Téléchargez l'application Ablanian CI sur Play Store et App Store
TÉLÉCHARGEZ L'APPLICATION ABLANIAN CI
DISPONIBLE SUR Google Play
Télécharger dans l'App Store

$$n_2 = \frac{58{,}38.10^{-6}}{61{,}62.10^{-6} + 58{,}38.10^{-6}} 100 = 0{,}4865 = 48{,}65\%$$

Masse molaire atomique de l'argent naturel

$$M(Ag) = n_1 M(^{107}Ag) + n_2 M(^{109}Ag)$$

$$M(Ag) = 0{,}5134 \times 107 + 0{,}4866 \times 109$$

$$M(Ag) = 107{,}97 g.mol^{-1}$$

Solution 09

1. a)) Caractéristique de $\vec{F_e}$

On a : $q > 0$, alors $\vec{E}$ et $\vec{F_e}$ ont même sens. Sens de $\vec{E}$: de bas vers le haut (de la plaque $P_1(+)$ vers la plaque P_2 (-)).

Par conséquent la plaque P_1 est chargées positivement.

- direction : verticale -sens : du bas vers le haut

- intensité *:*

$$F_e = |q|E = 2e\frac{U_0}{d} = 2 \times 1{,}6.10^{-19} \times \frac{10^3}{0{,}1} = 3{,}2.10^{-15} N$$

b)) Valeur de l'accélération a_1

$$T.C.I : \vec{F_e} = m\vec{a_1} \Rightarrow a_1 = \frac{F_e}{m} = \frac{3{,}2\times10^{-15}}{4\times1{,}67.10^{-27}} = 4{,}79 \times 10^{11} m.s^{-2}$$

- Lois horaires du mouvement

$$x_1(t) = \frac{1}{2}a_1 t^2 = 2{,}4 \times 10^{11} t^2 \quad et \quad v_1(t) = a_1 t = 4{,}79 \times 10^{11} t$$

c)) Calcul de la durée t_1

$$x_1(t) = 2{,}4 \times 10^{11} t^2 \ ,$$

$$au\ point\ O_2, x_1 = d \Rightarrow t_1 = \sqrt{\frac{0{,}1}{2{,}4.10^{11}}} = 6{,}45 \times 10^{-7} s$$

- vitesse en $O_2 : à\ t = t_1$

$$v_1(t) = 4{,}79 \times 10^{11} t_1 = 4{,}79 \times 10^{11} \times 6{,}45 \times 10^{-7}$$

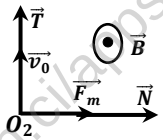
$$soit\ v_1 = 3 \times 10^5 m.s^{-1}$$

2. a)) Sen de $\vec{B}$

Utilisation de 3doigts de la main droite, le vecteur champ $\vec{B}$ est sortant (voir figure).

b)) Démontrons que le mouvement est circulaire uniforme

Les particules sont soumises à la force magnétique $\vec{F_m} = |q|\vec{v_0} \Lambda \vec{B}$



$$T.C.I : \vec{F_m} = m\vec{a} \Rightarrow \vec{a} = \frac{\vec{F_m}}{m}$$

Dans la base de Frenet $(\vec{T}, \vec{N})$

$$\vec{F_m} = |q|VB\vec{N} \ et\ \vec{a} = \frac{\vec{F_m}}{m} = \frac{|q|VB}{m}\vec{N}$$

$$\vec{a} = a_T\vec{T} + a_N\vec{N} = \frac{dv}{dt}\vec{T} + \frac{{v_0}^2}{R}\vec{N} = \frac{|q|vB}{m}\vec{N}$$

$$\Rightarrow \frac{dv}{dt} = 0 \Rightarrow v = cte \Rightarrow \text{le mouvement est uniforme}$$

$$On\ a: \frac{{v_0}^2}{R} = \frac{|q|vB}{m} \Rightarrow R = \frac{mv}{|q|B} = cte \Rightarrow \text{le mouvement est circulaire}$$

D'où le mouvement des particules est circulaire uniforme de rayon $R = \frac{mv}{|q|B} = \frac{mv}{2eB}$

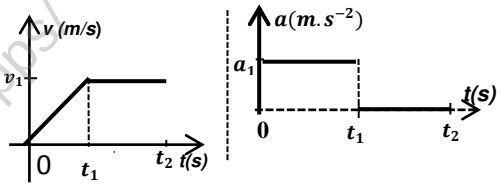
$$A.N: R = \frac{4 \times 1{,}67.10^{-27} \times 3.10^5}{2 \times 1{,}6.10^{-19} \times 0{,}2} = 3{,}13 \times 10^{-2} m$$

- Pour un mouvement circulaire uniforme $a_2 = 0$ $(car\ \frac{dv}{dt} = 0)$

- durée t_2 : $t_2 = \frac{\pi}{\omega}$, $avec\ \omega = \frac{|q|B}{m} = \frac{2eB}{m} \Rightarrow t_2 = \frac{\pi m}{2eB}$

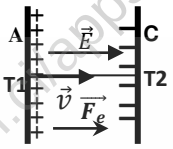
$$A.N: t_2 = \frac{4 \times 1{,}67.10^{-27}\pi}{2 \times 1{,}6.10^{-19} \times 0{,}2} = 3{,}28 \times 10^{-7} s$$

3. Représentation graphique de a(t) et v(t) de la trajectoire



Solution 10

1. a)) Schéma représentatif



a)) Montrons que les ions arrivent en T_2 avec une même E.C

Les ions sont soumis à la force électrostatique $\vec{F_e} = q\vec{E}$.

T.E.C : entre T_1 *et* T_2

$$E_C(T_2) = eU = cste \Rightarrow E_{C1} = E_{C2} = E_C(T_2) = eU = cste$$

$E_{C1} = E_{C2} = eU = cste$, alors les ions arrivent en T_2 avec une même énergie cinétique.

b)) Vitesse des particules isotopes en T_2

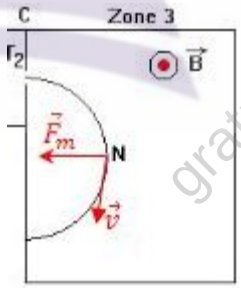
T.E.C : entre T_1 *et* T_2

$$E_C(T_2) = |q|U = ecste \Rightarrow E_{C1} = E_{C2} = E_C(O_2) = |q|U = cste$$

$$E_{C1} = \frac{1}{2}m_1{v_1}^2 = eU \Rightarrow v_1 = \sqrt{\frac{2eU}{m_1}} = \sqrt{\frac{2eU}{39m_0}} \quad (^{39}K^+)$$

$$et\ v_2 = \sqrt{\frac{2eU}{xm_0}} \quad (^{x}K^+)$$

2. a)) et b))



c)) Expression des rayons de la trajectoire R_1 *et* R_2

Comme le mouvement des particules est circulaire uniforme , alors le rayon de la courbure est donné par $R_1 = \frac{m_1 v_1}{|q|B}$

$${R_1}^2 = \frac{{m_1}^2{v_1}^2}{|q|^2B^2} = \frac{{m_1}^2}{|q|^2B^2} \times \frac{2|q|U}{m_1} = \frac{2m_1U}{|q|B^2} = \frac{2m_1U}{eB^2} = \frac{78m_0U}{eB^2}$$

$$\Rightarrow R_1 = \frac{1}{B}\sqrt{\frac{78m_0U}{e}} \quad et\ R_2 = \frac{1}{B}\sqrt{\frac{2xm_0U}{e}}$$

TÉLÉCHARGEZ L'APPLICATION ABLANIAN CI
DISPONIBLE SUR Google Play
Télécharger dans l'App Store

d)) Application numérique

$$R_1 = \frac{1}{0,1}\sqrt{\frac{78 \times 1,67 \times 10^{-27} \times 10^3}{1,6 \times 10^{-19}}} = 0,285m = 28,5cm$$

3. a)) Points d'impact des isotopes

L'abondance naturelle est le pourcentage en nombre d'atomes, pour un élément donné, de chacun des isotopes par rapport à l'ensemble des isotopes (naturels) trouvés sur une planète.

Comme l'isotope $^{39}K^+$ est le plus abondant que l'isotope $^{x}K^+$, alors $m_1 < m_2$ et $R_1 < R_2$. Or le point I_1 est plus lumineux que le point I_2 , alors le point d'impact de l'isotope $^{39}K^+$ est I_1 et celui de $^{x}K^+$ est I_2.

b)) Expression des rayons des courbures

$$\frac{R_1}{R_2} = \sqrt{\frac{78m_0U}{e} \times \frac{e}{2xm_0U}} = \sqrt{\frac{78}{2x}} = \sqrt{\frac{39}{x}}$$

c)) Détermination de la valeur de x

$$On\ a:\ I_1I_2 = d = 2(R_2 - R_1)\ \ soit\ R_2 = \frac{d}{2} + R_1$$

$$R_2 = \frac{1,5}{2} + 28,5 = 29,25cm$$

$$\frac{R_1}{R_2} = \sqrt{\frac{39}{x}} \Rightarrow \frac{R_2}{R_1} = \sqrt{\frac{x}{39}} \Rightarrow \frac{x}{39} = \left(\frac{R_2}{R_1}\right)^2 \Rightarrow x = 39\left(\frac{R_2}{R_1}\right)^2$$

$$x = 39\left(\frac{29,75}{28,5}\right)^2 = 41\ :\ il\ s'agitde\ l'isotope\ ^{41}K^+$$

Solution 11

1. a)) Démontrons que le mouvement de la particule est plan

- *Condition initiale*

$$\vec{v_0}\begin{vmatrix} v_{0x} = v_0\cos\alpha_0 \\ v_{0y} = v_0\sin\alpha_0 \\ v_{0z} = 0 \end{vmatrix},\ \overrightarrow{OM_0}\begin{vmatrix} x_0 = 0 \\ y_0 = 0 \\ z_0 = 0 \end{vmatrix}$$

La particule est soumise à la force $\vec{F_e} = q\vec{E}$

$$T.C.I: q\vec{E} = m\vec{a} \Rightarrow \vec{a} = \frac{q}{m}\vec{E} \Rightarrow \vec{E}\begin{vmatrix} E_x = 0 \\ E_y = -E \\ E_z = 0 \end{vmatrix},\ \vec{a}\begin{vmatrix} a_x = 0 \\ a_y = -\frac{q}{m}E \\ a_z = 0 \end{vmatrix},$$

$$\vec{v}\begin{vmatrix} v_x = v_0\cos\alpha_0 \\ v_y = -\frac{q}{m}E + v_0\sin\alpha_0 \\ v_z = 0 \end{vmatrix}\ et\ \overrightarrow{OM}\begin{vmatrix} x = (v_0\cos\alpha_0)t \\ y = -\frac{qE}{2m}t^2 + (v_0\sin\alpha_0)t \\ z = 0 \end{vmatrix}$$

Comme z = 0, alors le mouvement de la particule est plan et a eu lieu dans le plan (Ox, Oy).

b)) Equation de la trajectoire

On a : $x = (v_0\cos\alpha_0)t \Rightarrow t = \frac{x}{v_0\cos\alpha_0}$, alors :

$$y = -\frac{qE}{2mv_0{}^2\cos^2\alpha_0}x^2 + x\tan\alpha_0$$

- Démontrons qu'en S : $v_S = v_O$ *et* $|\alpha_S| = |\alpha_O|$

$T.E.C: entre\ O\ et\ S$

$$E_C(S) - E_C(O) = W(\vec{F_e}) = \vec{F_e}.\overrightarrow{OS} = 0\ car\ \vec{F_e} \perp \overrightarrow{OS} \Rightarrow$$

$$E_C(S) - E_C(O) = 0 \Rightarrow \frac{1}{2}mv_S{}^2 - \frac{1}{2}mv_0{}^2 = 0 \Rightarrow v_S = v_O = cste$$

- *Suivant Ox :* $v_{Ox} = v_0\cos\alpha_0$ *et* $v_{Sx} = v_0\cos\alpha_S$

$$\Rightarrow v_0\cos\alpha_0 = v_0\cos\alpha_S \Rightarrow \cos\alpha_S = \cos\alpha_0 \Rightarrow |\alpha_S| = |\alpha_O|$$

2. a)) Expression de E'_C en S en f (q,E, D et α_0)

$$En\ S,\ y_S = 0\ et\ x_S = D \Rightarrow y_S = -\frac{qE}{2mv_0{}^2cos^2\alpha_0}D^2 + D\tan\alpha_0 = 0$$

$$qED = mv_0{}^2 \times 2cos^2\alpha_0\tan\alpha_0 = mv_0{}^2 \times 2cos^2\alpha_0\frac{\sin\alpha_0}{\cos\alpha_0} \Rightarrow$$

$$qED = mv_0{}^2 \times 2\cos\alpha_0\sin\alpha_0 = mv_0{}^2\sin 2\alpha_0 \Rightarrow$$

$$mv_0{}^2 = \frac{qED}{\sin 2\alpha_0} \Rightarrow E'_C = \frac{1}{2}mv_S{}^2 = \frac{1}{2}mv_0{}^2 = \frac{qED}{2\sin 2\alpha_0}$$

$$soit\ \ E'_C = \frac{qED}{2\sin 2\alpha_0}$$

Pour les ions $40Ca^{2+}$, q = 2e, alors :

$$E'_C = \frac{2eED}{2\sin 2\alpha_0} = \frac{eED}{\sin 2\alpha_0}$$

$$E'_C = \frac{1,6.10^{-19} \times 10^4 \times 0,05}{\sin 30°} = 1,6 \times 10^{-16}J$$

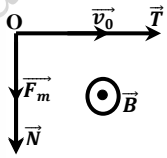
b)) Valeur de la tension U

$$T.E.C: E'_C = W(\vec{F_e}) = |q|U = 2eU \Rightarrow U = \frac{E'_C}{2e}$$

$$U = \frac{1,6 \times 10^{-16}}{2 \times 1,6.10^{-19}} = 500V$$

4. Expression de R en f(E'_C , m, q et B)

La particule de masse m est soumise à la force magnétique $\vec{F_m} = |q|\vec{v_0}\Lambda\vec{B}$.



$$T.C.I: \vec{F_m} = m\vec{a} \Rightarrow \vec{a} = \frac{\vec{F_m}}{m}$$

Dans la base de Frenet $(\vec{T}, \vec{N})$

$$\vec{F_m} = |q|v_0B\vec{N}\ \ et\ \ \vec{a} = \frac{\vec{F_m}}{m} = \frac{|q|v_0B}{m}\vec{N}$$

$$\vec{a} = a_T\vec{T} + a_N\vec{N} = \frac{dv}{dt}\vec{T} + \frac{v_0{}^2}{R}\vec{N} = \frac{|q|v_0B}{m}\vec{N}$$

$$soit\ \ \frac{dv}{dt} = 0 \Rightarrow v = cte \Rightarrow \text{le mouvement est uniforme}$$

$$On\ a: \frac{v_0{}^2}{R} = \frac{|q|v_0B}{m} \Rightarrow R = \frac{mv_0}{|q|B} = cte \Rightarrow \text{le mouvement circulaire.}$$

Par conséquent le mouvement des particules est circulaire uniforme de rayon $R = \frac{mv_0}{|q|B}$.

$$On\ a:\ R = \frac{mv_0}{|q|B}\ \ or\ \ E'_C = \frac{1}{2}mv_0{}^2 \Rightarrow v_0 = \sqrt{\frac{2E_C{}'}{m}} \Rightarrow$$

$$R = \frac{mv_0}{|q|B} = \frac{m}{|q|B}\sqrt{\frac{2E_C{}'}{m}} = \frac{\sqrt{2mE_C{}'}}{|q|B}$$

$$Pour\ les\ ions\ 40Ca^{2+} \Rightarrow R = \frac{\sqrt{2mE_C{}'}}{2eB}$$

$$A.N: R = \frac{\sqrt{2 \times 40 \times 1,6.10^{-27} \times 1,6.10^{-16}}}{2 \times 1,6.10^{-19} \times 0,116} = 39,38 \times 10^{-2}m$$

- Calcul de la distance S'A

$$S'A = 2R = 2 \times 39,38 \times 10^{-2} = 78,76 \times 10^{-2}m$$

5. Masse atomique molaire de xCa^{2+}

$$L' = S'A = 2R' = 1,049L = 1,049 \times 2R \Rightarrow 2R' = 1,049 \times 2R$$

TÉLÉCHARGEZ L'APPLICATION ABLANIAN CI
DISPONIBLE SUR Google Play
Télécharger dans l'App Store

$\frac{R'}{R} = 1{,}049$ *or* $\left(\frac{R'}{R}\right)^2 = \frac{m'}{m} = \frac{M'}{M} \Rightarrow M' = M\left(\frac{R'}{R}\right)^2$

$M' = 40(1{,}049)^2 = 44g.mol^{-1} \Longrightarrow x = 44$

Il s'agit de l'isotope $^{44}Ca^{2+}$

Solution 12

1. a)) Montrons que l'énergie cinétique est constante en O

La particule est soumise à la force électrostatique $\vec{F}_e$

T.E.C : entre O et S

$E_C(S) = |q|U = eU = cste$

$E'_C = 1{,}6.10^{-19} \times 1200 = 1{,}92 \times 10^{-16}J$

b)) Expression de v_1 et v_2

$E_{C1} = \frac{1}{2}m_1{v_1}^2 = eU \Rightarrow v_1 = \sqrt{\frac{2eU}{m_1}}$ *et* $v_2 = \sqrt{\frac{2eU}{m_2}}$

c)) Déduisons que $\frac{V_1}{V_2} = \sqrt{\frac{m_2}{m_1}}$:

${v_1}^2 = \frac{2|q|U}{m_1}$ *et* ${v_2}^2 = \frac{2|q|U}{m_2} \Rightarrow \frac{{v_1}^2}{{v_2}^2} = \frac{m_2}{m_1} \Rightarrow \frac{v_1}{v_2} = \sqrt{\frac{m_2}{m_1}}$

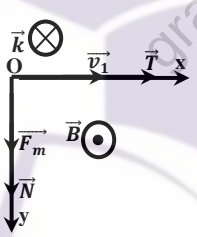
2. a)) Sens de $\vec{B}$

En Utilisant la règle de trois doigts de la main droite, le vecteur champ $\vec{B}$ est sortant.

b)) - Montrons que le mouvement est plan

- Condition initiale

$\vec{v_0}\begin{vmatrix} v_{0x} = v_0 \\ v_{0y} = 0 \\ v_{0z} = 0 \end{vmatrix}$ et $\overrightarrow{OM_0}\begin{vmatrix} x_0 = 0 \\ y_0 = 0 \\ z_0 = 0 \end{vmatrix}$



L'électron est soumis à la force magnétique $\overrightarrow{F_m} = |q|v_0B\vec{j}$

T.C.I : $\overrightarrow{F_m} = m\vec{a} \Rightarrow \vec{a} = \frac{\overrightarrow{F_m}}{m}$

Or, $F_{mz} = 0 \Rightarrow a_z = 0 \Rightarrow$ le mouvement est uniforme suivant OZ, donc : $z = v_{0z}t + z_0 = 0$; $z = 0 \Rightarrow$ le mouvement est plan et a eu lieu dans le plan (Ox,Oy.

- Montrons que le mouvement est circulaire uniforme

La particule de masse m est soumise à la force magnétique $\overrightarrow{F_m} = |q|\overrightarrow{v_0} \Lambda \vec{B}$.

$T.C.I: \overrightarrow{F_m} = m\vec{a} \Rightarrow \vec{a} = \frac{\overrightarrow{F_m}}{m}$

Dans la base de Frenet $(\vec{T}, \vec{N})$: $\overrightarrow{F_m} = |q|vB\vec{N}$ *et* $\vec{a} = \frac{\overrightarrow{F_m}}{m} = \frac{|q|Vb}{m}\vec{N}$

$\vec{a} = a_T\vec{T} + a_N\vec{N} = \frac{dv}{dt}\vec{T} + \frac{v^2}{R}\vec{N} = \frac{|q|vB}{m}\vec{N} \Rightarrow \frac{dv}{dt} = 0 \Rightarrow v = cte$

Alors le mouvement est uniforme

Par identification : $\frac{v^2}{R} = \frac{|q|vB}{m} \Rightarrow R = \frac{mv}{|q|B} = cte \Rightarrow$ le mouvement est circulaire.

D'où le mouvement des particules est circulaire uniforme de rayon $R = \frac{mv}{Eb}$.

c)) Expression de R_1 et R_2 en fonction de m_1 ou m_2, e, U, B

${R_1}^2 = \frac{{m_1}^2{v_1}^2}{|q|^2B^2} = \frac{{m_1}^2}{|q|^2B^2} \times \frac{2|q|U}{m_1} = \frac{2m_1U}{|q|B^2} = \frac{2m_1U}{eB^2}$

$\Rightarrow R_1 = \frac{1}{B}\sqrt{\frac{2m_1U}{e}}$ *et* $R_2 = \frac{1}{B}\sqrt{\frac{2m_2U}{e}}$

- Relation entre R_1 , R_2, m_1, m_2

$\frac{R_1}{R_2} = \sqrt{\frac{2m_1U}{e} \times \frac{e}{2m_2U}} = \sqrt{\frac{m_1}{m_2}}$

d)) Calcul de la distance MP

$MP = OP - OM = 2R_2 - 2R_1 = 2(R_2 - R_1)$

$soit\ MP = 2\left(\frac{1}{B}\sqrt{\frac{2m_2U}{e}} - \frac{1}{B}\sqrt{\frac{2m_1U}{e}}\right) = \frac{2}{B}\sqrt{\frac{2U}{e}}\left(\sqrt{m_2} - \sqrt{m_1}\right)$

$MP = \frac{1}{B}\sqrt{\frac{8U}{e}}\left(\sqrt{m_2} - \sqrt{m_1}\right)$

$MP = \frac{1}{0{,}125}\sqrt{\frac{8.1200}{1{,}6.10^{-19}}}\left(\sqrt{11.1{,}67.10^{-27}} - \sqrt{10.1{,}67.10^{-27}}\right)$

$MP = 1{,}236 \times 10^{-3}m$

3. Composition isotopique du bore

$On\ a : \frac{n_2}{n_1} = \frac{i_2}{n_1} = 4{,}32 \Longrightarrow n_2 = 4{,}32n_1$

$or\ \ n_1 + n_2 = 1 \Longrightarrow n_1 = 1 - n_2$

$soit\ \ n_1 = 4{,}32(1 - n_2) \Longrightarrow n_2 = \frac{4{,}32}{5{,}32} = 0{,}812 = 81{,}20\%$

$et\ n_1 = 1 - \ 0{,}812 = 0{,}188 = 18{,}80\%$

D'où le bore naturel est composé de 81,20% du bore 10 et 18,80% du bore 11.

Masse molaire atomique du bore naturel

$M(Br) = n_1M(^{10}Br) + n_2M(^{11}Br) = 0{,}188 \times 10 + 0{,}812 \times 11$

$M(Br) = 10{,}812g.mol^{-1}$

Solution 13

1. a)) Signe de U suivant le signe de q

Comme les plaques sont parallèles, alors :

- si $q > 0 \Rightarrow \vec{E}$ et $\vec{F_e}$ ont même sens.

Les Ions positifs sont accélérés de la plaque positive M(+) vers la plaque négative N(-): $U = V_M - V_N > 0$

- *si* $q < 0 \Rightarrow \vec{E}$ et $\vec{F_e}$ ont même sens

Les Ions négatifs sont accélérés de la plaque négative M(-) vers la plaque positive N(+):: $U = V_M - V_N < 0$

b)) Expression de v en fonction de q, U et m

La particule est soumise à la force électrostatique $\vec{F_e}$

T.E.C : entre M et N

$E_C(S) = \frac{1}{2}mv^2 = |q|U \Rightarrow v = \sqrt{\frac{2|q|U}{m}} \Rightarrow v_E = v = \sqrt{\frac{2|q|U}{m}}$

GRATUITS SUR ablanian.com
Téléchargez l'application Ablanian CI sur Play Store et App Store
TÉLÉCHARGEZ L'APPLICATION ABLANIAN CI
DISPONIBLE SUR Google Play
Télécharger dans l'App Store

2. a)) Démontrons que le mouvement est circulaire uniforme

- Sens de la force magnétique $\overrightarrow{F_m}$

En utilisant la règle de 3doigts de la main droite $\overrightarrow{F_m}$: de bas vers le haut.

- $T.C.I : \overrightarrow{F_m} = m\vec{a} \Rightarrow \vec{a} = \frac{\overrightarrow{F_m}}{m}$

Dans la base de Frenet $(\vec{T}, \vec{N})$

$\overrightarrow{F_m} = |q|vB\vec{N}$ *et* $\vec{a} = \frac{\overrightarrow{F_m}}{m} = \frac{|q|vB}{m}\vec{N}$

$\vec{a} = a_T\vec{T} + a_N\vec{N} = \frac{dv}{dt}\vec{T} + \frac{v^2}{R}\vec{N} = \frac{|q|vB}{m}\vec{N} \Rightarrow \frac{dv}{dt} = 0 \Rightarrow v = cte \Rightarrow$ le mouvement est uniforme

Par identification : $\frac{v^2}{R} = \frac{|q|vB}{m} \Rightarrow R = \frac{mv}{|q|B} = cte \Rightarrow M.C$

D'où le mouvement des particules est C.U de rayon $R = \frac{mv}{|q|B}$

b)) Expression de U en fonction de q, m, B, *R*

$R = \frac{mv}{|q|B} \Rightarrow R^2 = \frac{m^2v^2}{q^2B^2} = \frac{m^2}{q^2B^2} \times \frac{2qU}{m} = \frac{2mU}{qB^2} \Rightarrow U = \frac{qB^2R^2}{2m}$

3. a)) Valeur numérique de U pour les ions Sr^{2+}

$U = \frac{qB^2R^2}{2m}$, $avec\ q = 2e \Rightarrow U = \frac{eB^2R^2}{m}$

$A.N: U = \frac{1{,}6.10^{-19} \times 0{,}160^2 \times 0{,}70^2}{87{,}6 \times 1{,}67 \times 10^{-27}} = 1{,}38 \times 10^4 V$

b)) Encadrement de nombre de masse des isotopes

$Ui = \frac{eB^2R^2}{mi} \Rightarrow mi = \frac{(RB)^2e}{Ui}$

$\Rightarrow m_1 = \frac{(RB)^2e}{U_1}$ et $m_2 = \frac{(RB)^2e}{U_2}$

$avec : U_1 = 13930V$ $et\ U_1 = 14440V$

$A.N: m_1 = \frac{(0{,}70 \times 0{,}160)^2 \times 1{,}6.10^{-19}}{13930} = 1{,}44 \times 10^{-25}kg$

$m_1 = \frac{1{,}44 \times 10^{-25}}{1{,}67 \times 10^{-27}} = 86{,}8u$

$m_2 = \frac{(0{,}70 \times 0{,}160)^2 \times 1{,}6.10^{-19}}{14440} = 1{,}40 \times 10^{-25}kg$

$m_2 = \frac{1{,}40 \times 10^{-25}}{1{,}67 \times 10^{-27}} = 83{,}8u$

$Or\ m = 87{,}6u \Rightarrow m_2 < m < m_1 \Rightarrow 83{,}8u < Au < 86{,}8u$

$d'où: 84 < A < 87$, où A est la masse molaire atomique

Solution 14

1. a)) Caractéristique de la force électrostatique $\overrightarrow{F_e}$

$\overrightarrow{F_e} = q\vec{E} = e\vec{E}$, alors $\overrightarrow{F_e}$ et $\vec{E}$ ont même sens.

-direction : perpendiculaire aux plaques

- Sens : du bas vers le haut

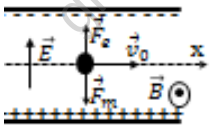
- intensité : $F_e = eE = 1{,}6.10^{-19} \times 1{,}2 \times 10^4 = 1{,}92 \times 10^{-15}N$

b)) Caractéristique de la force magnétique $\overrightarrow{F_m}$

- direction : perpendiculaire au plan ($q\vec{v}, \vec{B}$)

- sens : du haut vers le bas et intensité : $F = qvB$ car $\vec{v} \perp \vec{B}$

Sens de $\vec{B}$: $\vec{B}$ est un vecteur sortant (voir figure ci-dessous)



c)) Si on veut que les ions passent en O_2 sans subir aucune déviation, il faut le mouvement de ses ions soient rectiligne uniforme : $\overrightarrow{F_m} + \overrightarrow{F_e} = \vec{0} \Rightarrow F_m = F_e \Rightarrow qv_0 = qE \Rightarrow v_0 = \frac{E}{B}$

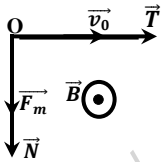
A.N: $v_0 = \frac{1{,}2 \times 10^4}{0{,}2} = 6 \times 10^4 m.s^{-1}$

d)) Les ions ayant une vitesse $v > v_0$ seront déviés vers le bas et les ions ayant une vitesse $v < v_0$ seront déviés vers le haut.

2. a)) Montrons que le mouvement est circulaire uniforme

La particule de masse m est soumise à la force magnétique $\overrightarrow{F_m}$

T. C. I: $\overrightarrow{F_m} = m\vec{a} \Rightarrow \vec{a} = \frac{\overrightarrow{F_m}}{m}$



Dans la base de Frenet $(\vec{T}, \vec{N})$:

$\overrightarrow{F_m} = |q|vB\vec{N}$ et $\vec{a} = \frac{\overrightarrow{F_m}}{m} = \frac{|q|vB}{m}\vec{N}$

$\vec{a} = a_T\vec{T} + a_N\vec{N} = \frac{dv}{dt}\vec{T} + \frac{v^2}{R}\vec{N} = \frac{|q|vB}{m}\vec{N} \Rightarrow \frac{dv}{dt} = 0 \Rightarrow v = cte$

le mouvement est uniforme.

Par identification : $\frac{v^2}{R} = \frac{|q|vB}{m} \Rightarrow R = \frac{mv}{|q|B} = cte \Rightarrow M.C$

D'où le mouvement des particules est C. U de rayon $R = \frac{mv}{eB}$

Calcul de R_1 et R_2

$R_1 = \frac{m_1v_0}{eB}$ et $R_2 = \frac{m_2v_0}{eB}$

A.N: $R_1 = \frac{10^{-26} \times 6 \times 10^4}{1{,}6 \times 10^{-19} \times 0{,}2} = 1{,}875 \times 10^{-2}m$

$R_2 = \frac{1{,}76.10^{-26} \times 6 \times 10^4}{1{,}6 \times 10^{-19} \times 0{,}2} = 2{,}194 \times 10^{-2}m$

b)) Calcul de O_2C_1 et O_2C_2

$O_2C_1 = 2R_1 = 2 \times 1{,}875 \times 10^{-2} = 3{,}75 \times 10^{-2}m$

$O_2C_2 = 2R_2 = 2 \times 2{,}194 \times 10^{-2} = 4{,}388 \times 10^{-2}m$

c)) Détermination de pourcentage du lithium $^6Li^+$ et celui du lithium $^7Li^+$ dans le lithium naturel

La composition isotopique représente le pourcentage de ceux deux isotopes de Lithium dans Lithium naturel.

$On : n_1 = \frac{q_1}{q_1 + q_2}$ $et\ n_2 = \frac{q_2}{q_1 + q_2}$

$n_1 = \frac{6{,}60.10^{-8}}{6{,}60.10^{-8} + 8{,}14.10^{-7}} = 0{,}075 = 7{,}5\%$

$n_2 = \frac{8{,}14.10^{-8}}{6{,}60.10^{-8} + 8{,}14.10^{-7}} = 0{,}925 = 92{,}5\%$

Dans Lithium naturel, il y a 7,5% de lithium 6 et 92,5% de ^7Li .

Détermination de la mase molaire de lithium naturel

$M(Li) = n_1M(^6Li) + n_2M(^7Li) = 0{,}0749 \times 6 + 0{,}9251 \times 7$

$M(Li) = 6{,}925g.mol^{-1}$

GRATUITS SUR ablanian.com
Téléchargez l'application Ablanian CI sur Play Store et App Store
TÉLÉCHARGEZ L'APPLICATION ABLANIAN CI
DISPONIBLE SUR Google Play
Télécharger dans l'App Store

Solution 15

I. 1. Montrons que $E_{C1} = E_{C2} = cste$

La particule est soumise à la force électrostatique $\overrightarrow{F_e} = q\vec{E}$

T.E.C : $E_C(S) = |q|U = 2eU = cste \Rightarrow E_{C1} = E_{C2} = 2eU = cste$

2. Expression de v_1/v_2 en fonction de a et b

$$E_{C1} = E_{C2} \Rightarrow \frac{1}{2}m_1{v_1}^2 = \frac{1}{2}m_2{v_2}^2 \Rightarrow \left(\frac{v_1}{v_2}\right)^2 = \frac{m_2}{m_1} = \frac{bu}{au} = \frac{b}{a} \Rightarrow$$

$$\frac{v_1}{v_2} = \sqrt{\frac{b}{a}} \Rightarrow \frac{v_1}{v_2} = \sqrt{\frac{70}{68}} = 1{,}015$$

3. Valeur de U pour

$$v_1 = 10^5 m.s^{-1} \quad et \quad E_{C1} = \frac{1}{2}m_1{v_1}^2 = 2eU \Rightarrow U = \frac{m_1{v_1}^2}{4e}$$

$$U = \frac{68 \times 1{,}67.10^{-27} \times 10^{10}}{4 \times 1{,}6.10^{-19}} = 1{,}76 \times 10^3 V$$

$$\frac{v_1}{v_2} = 1{,}015 \Rightarrow v_2 = \frac{v_1}{1{,}015} = \frac{10^5}{1{,}015} = 9{,}85 \times 10^4 m.s^{-1}$$

II. Valeur numérique du champ magnétique B

Dans cette domaine, la particule est soumise simultanément à la force électrostatique $\overrightarrow{F_e}$ et à la force magnétique $\overrightarrow{F_m}$.

Le principe d'inertie donne :

$$\overrightarrow{F_e} + \overrightarrow{F_e} = \vec{0} \Rightarrow F_e = F_m \Rightarrow |q|v_1B = |q|E$$

$$\Rightarrow B = \frac{E}{v_1} = \frac{4.10^3}{10^5} = 0{,}04T$$

III. 1. Montrons que le mouvement est plan

Le mouvement particules dans le champ $\vec{B}$ est plan, circulaire et uniforme de rayon $R_1 = \frac{m_1 v_1}{2eB'}$ (à démontrer)

2. Valeur numérique de B'

$$On\ a : R_1 = \frac{m_1 v_1}{2eB'} \Rightarrow B' = \frac{m_1 v_1}{2eR_1} \quad avec\ R_1 = \frac{OP_1}{2} = 1m$$

$$A.N: B' = \frac{68 \times 1{,}67.10^{-27} \times 10^5}{2 \times 1{,}6.10^{-19}} = 3{,}55 \times 10^{-2} T$$

3. Détermination de $\frac{OP_1}{OP_2}$ *en* $f(a,b)$

$$\left(\frac{OP_1}{OP_2}\right)^2 = \left(\frac{2R_1}{2R_2}\right)^2 = \left(\frac{R_1}{R_2}\right)^2 = \frac{m_1}{m_2} = \frac{a}{b} \Rightarrow \frac{OP_1}{OP_2} = \sqrt{\frac{a}{b}}$$

- Détermination de P_1P_2

$$P_1P_2 = OP_2 - OP_1 = OP_1\left(\frac{OP_2}{OP_1} - 1\right) = OP_1\left(\frac{1}{\frac{OP_1}{OP_2}} - 1\right)$$

$$P_1P_2 = OP_1\left(\sqrt{\frac{b}{a}} - 1\right) = 2(1{,}015 - 1) = 0{,}03m$$

Solution 16

1. a)) –Signe de U_0

Les particules sont chargés positivement, alors $\vec{E}$ et $\overrightarrow{F_e}$ ont même sens. Alors les ions positifs sont accélérés de de la plaque positive $P_1(+)$ vers la plaque négative P_2 (-) donc $U_0 = V_{P1} - V_{P2} > 0$.

- Valeur de la vitesse v_1 des ions $68Zn^{2+}$

$$T.E.C : \frac{1}{2}m_1{v_1}^2 = |q|U_0 = 2eU_0 \Rightarrow v_1 = \sqrt{\frac{4eU_0}{m_1}}$$

$$A.N: v_1 = \sqrt{\frac{4 \times 1{,}6.10^{-19} \times 5000}{68 \times 1{,}67.10^{-27}}} = 1{,}68 \times 10^5 m.s^{-1}$$

b)) Relation entre v_1, v_1, m_1 et m_2

T.E.C : entre O_1 *et* O_2

$$E_C(O_2) = 2eU_0 = cste \Rightarrow E_{C1} = E_{C2} = E_C(O_2) = 2eU_0 = cste$$

$$Alors : E_{C1} = \frac{1}{2}m_1{v_1}^2 = 2eU_0 \Rightarrow v_1 = \sqrt{\frac{4eU_0}{m_1}} \quad et\ v_2 = \sqrt{\frac{4eU_0}{m_2}}$$

c)) Déduisons que $\frac{V_1}{V_2} = \sqrt{\frac{m_2}{m_1}}$

$$v_1{}^2 = \frac{4eU_0}{m_1} \quad et \quad {v_2}^2 = \frac{4eU_0}{m_2} \Rightarrow \frac{{v_1}^2}{{v_2}^2} = \frac{m_2}{m_1} \Rightarrow \frac{v_1}{v_2} = \sqrt{\frac{m_2}{m_1}}$$

- Valeur numérique de x

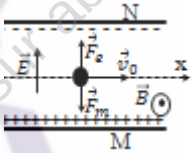
$$\frac{v_2}{v_1} = \sqrt{\frac{m_1}{m_2}} = \sqrt{\frac{68u}{xu}} = \sqrt{\frac{68}{x}} \Rightarrow x = 68\left(\frac{v_1}{v_2}\right)^2 = \frac{68}{\left(\frac{v_2}{v_1}\right)^2}$$

$$x = \frac{68}{1{,}03^2} = 64$$

2. a)) Sens de $\vec{B}$

Si on veut que les ions traversent le dispositif en ligne droite, alors son mouvement est nécessairement uniforme car la particule est pseudo-isolé. $\overrightarrow{F_m} + \overrightarrow{F_e} = \vec{0} \Rightarrow \overrightarrow{F_m} = -\overrightarrow{F_e}$

Utilisation de la règle de 3doigts de la main droite le vecteur champ $\vec{B}$ est sortant.



b)) Expression et valeur numérique de B

$$F_m = F_e \Rightarrow qv_1B = qE \Rightarrow B = \frac{E}{v_1} = \frac{U}{dv_1}$$

$$B = \frac{1{,}68.10^3}{0{,}2 \times 1{,}68.10^5} = 0{,}05T = 50mT$$

c)) On a $v_2 = 1{,}03v_1 \Rightarrow v_2 > v_1 \Rightarrow F_m > F_e$, alors les ions xZn^{2+} seront déviés vers la plaque M.

Alors les ions xZn^{2+} ne seront pas déviés vers la plaque N.

d)) Valeur numérique de B'

$$B' = \frac{E}{v_2} = \frac{U}{1{,}03v_1 d} = \frac{1{,}68.10^3}{01{,}03 \times 1{,}68.10^5 \times 0{,}2} = 4{,}85 \times 10^{-2}\ T$$

3. a)) Sens de $\overrightarrow{B_0}$

Utilisation de la règle de 3 doigts de la main droite, le vecteur champ magnétique $\overrightarrow{B_0}$ est entrant.

b)) Expression du rayon de la trajectoire

Le mouvement des ions dans le spectrographe de masse est circulaire uniforme de rayon $R = \frac{mv}{|q|B_0}$

c)) Expression de $R_1 - R_2$ en fonction de R_1 et x.

TÉLÉCHARGEZ L'APPLICATION ABLANIAN CI
DISPONIBLE SUR Google Play
Télécharger dans l'App Store

$$R_1^{\,2} = \frac{m_1^{\,2}v_1^{\,2}}{|q|^2B^2} = \frac{m_1^{\,2}}{|q|^2B^2} \times \frac{2|q|U}{m_1} = \frac{2m_1U}{|q|B^2} \; et \; R_2^{\,2} = \frac{2m_2U}{|q|B^2}$$

$$\frac{R_1^{\,2}}{R_2^{\,2}} = \frac{m_1}{m_2} \;\Rightarrow\; \frac{R_1}{R_2} = \sqrt{\frac{m_1}{m_2}} \Longrightarrow R_2 = R_1\sqrt{\frac{m_2}{m_1}} = R_1\sqrt{\frac{x}{68}}$$

$$R_1 - R_2 = R_1 - R_1\sqrt{\frac{x}{68}} = R_1\left(1 - \sqrt{\frac{x}{68}}\right)$$

d)) Expression de x en fonction de a et R_1

$$II' = a = 2R_1 - 2R_2 = 2(R_1 - R_2) = 2R_1\left(1 - \sqrt{\frac{x}{68}}\right) \Longrightarrow$$

$$\frac{a}{2R_1} = 1 - \sqrt{\frac{x}{68}} \Rightarrow \sqrt{\frac{x}{68}} = 1 - \frac{a}{2R_1} \Rightarrow x = 68\left(1 - \frac{a}{2R_1}\right)^2$$

- Valeur numérique de x

$$R_1 = \frac{m_1v_1}{2eB_0} \;\Rightarrow x = 68\left(1 - \frac{aeB_0}{m_1v_1}\right)^2$$

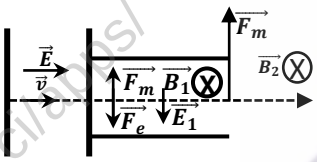
$$x = 68\left(1 - \frac{7{,}20.10^{-3} \times 1{,}6.10^{-19} \times 0{,}5}{68 \times 1{,}67.10^{-27} \times 1{,}68.10^5}\right)^2 = 63{,}9 \Longrightarrow x = 64$$

D'où, dans les deux expériences x = 64 = cste

Il s'agit de l'isotope $^{64}Zn^{2+}$

Solution 17

1. Représentation de $\vec{E}, \vec{B_1}, \vec{B_2}$



2. Calcul de v_1 pour les ions $^{204}Pb^{2+}$

Dans le spectrographe de masse, le mouvement des ions est circulaire uniforme de rayon

$$R_1 = \frac{m_1v_1}{|q|B_2} = \frac{m_1v_1}{2eB_2} = \frac{D_1}{2} \Rightarrow v_1 = \frac{eB_2D}{m_1}$$

$$v_1 = \frac{1{,}6.10^{-19} \times 0{,}249 \times 0{,}64}{204 \times 1{,}67.10^{-27}} = 7{,}48 \times\times 10^4 m.s^{-1}$$

b)) Valeur de U_1 et U

- Dans le filtre de vitesse, le mouvement des ions est rectiligne uniforme de vitesse

$$v_1 = \frac{E_1}{B_1} = \frac{U_1}{B_1d} \Longrightarrow U_1 = v_1B_1d$$

$$U_1 = 7{,}48 \times 10^4 \times 0{,}225 \times 0{,}058 = 9{,}76 \times 10^2 V$$

- Dans l'accélérateur :

$$E_{C1} = \frac{1}{2}m_1v_1^{\,2} = 2eU \Longrightarrow U = \frac{m_1v_1^{\,2}}{4e}$$

$$U = \frac{204 \times 1{,}67.10^{-27} \times (7{,}48.10^4)^2}{4 \times 1{,}6 \times 10^{-19}} = 2{,}98 \times 10^3 V$$

3. a)) Valeur de U'

$$U' = \frac{m_2v_1^{\,2}}{4e} = \frac{206 \times 1{,}67.10^{-27} \times (7{,}48.10^4)^2}{4 \times 1{,}6 \times 10^{-19}} = 3 \times 10^3 V$$

b)) Expression de R_2 en fonction de R_1, m_1, m_2

$$R_1 = \frac{m_1v_1}{2eB_2} \quad et \quad R_2 = \frac{m_2v_1}{2eB_2} \Rightarrow \frac{R_2}{R_1} = \frac{m_2}{m_1} \Longrightarrow R_2 = R_1\left(\frac{m_2}{m_1}\right)$$

$$A.N:\; R_2 = 32\left(\frac{206}{204}\right) = 32{,}31cm$$

c)) Distance de deux points d'impact

$$Soit\; a = D_2 - D_1 = 2(R_2 - R_1) = 2(32{,}31 - 32) = 0{,}62cm$$

Solution 18

1. a)) Expression de de v en f(q, m, U)

La particule est soumise à la force électrostatique $\vec{F_e}$

$$T.E.C : entre\; S\; et\; A : \quad E_C(A) = \frac{1}{2}mv^2 = |q|U \;\Rightarrow v = \sqrt{\frac{2|q|U}{m}}$$

b)) Montrons que $v_1 \neq v_2$

Soit v_1 la vitesse des ions $^{200}Hg^{2+}$et v_2 celle de $^{202}Hg^{2+}$

$$\text{Par conséquent :} \quad v_1 = \sqrt{\frac{2|q|U}{m_1}} \quad et \quad v_2 = \sqrt{\frac{2|q|U}{m_2}},$$

$$Or\; m_1 \neq m_2 \Longrightarrow v_1 \neq v_2$$

2. a)) Sens de $\vec{B}$

En Utilisant la règle de trois doigts de la main droite, le vecteur champ magnétique $\vec{B}$ est sortant.

b)) Montrons que $v_0 = \frac{E}{B}$

Dans le filtre de vitesse la particule est soumise simultanément à la force électrostatique $\vec{F_e}$ et à la force magnétique $\vec{F_m}$. Puisque la particule est pseudo-isolée, alors :

$$\vec{F_e} + \vec{F_e} = \vec{0} \;\Rightarrow\; F_e = F_m \Rightarrow |q|v_0B = |q|E \;\Rightarrow v_0 = \frac{E}{B}$$

Seule les particules ayant une vitesse $v_0 = \frac{E}{B}$ passeront en A'

La trajectoire de la particule est une droite mais son mouvement est rectiligne uniforme de vitesse $v_0 = \frac{E}{B}$ = cste

3. a)) Expression de du rayon R

$$R = \frac{mv_0}{|q|B'} = \frac{m}{|q|B'} \times \frac{E}{B} = \frac{mE}{|q|B'B}$$

b)) Distance de deux points d'impact

$$R_1 = \frac{m_1E}{|q|B'B} = \frac{m_1E}{2eB'B} \quad et\; R_2 = \frac{m_2E}{2eB'B}$$

$$Soit\; a = D_2 - D_1 = 2(R_2 - R_1) = \frac{2E}{2eB'B}(m_2 - m_1) \Longrightarrow$$

$$a = \frac{E}{eB'B}(206u - 204u) = \frac{2uE}{eB'B}$$

$$a = \frac{2 \times 1{,}67.10^{-27} \times 6.10^4}{1{,}6.10^{-19} \times 0{,}1 \times 0{,}2} = 6{,}26 \times 10^{-2}m = 6{,}26cm$$

D'où la distance de deux points d'impact est a = 6,26cm.

Solution 19

1. Calcul de U

L'électron est soumis à la force électrostatique $\vec{F_e}$

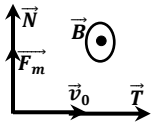
T.E.C : entre C et A :

TÉLÉCHARGEZ L'APPLICATION ABLANIAN CI
DISPONIBLE SUR Google Play
Télécharger dans l'App Store

$E_C(A) = \frac{1}{2}mv_0^2 = |q|U = eU\ U = \frac{mv_0^2}{2e} = \frac{9{,}1.10^{-31}\times 10^{14}}{2\times 1{,}6.10^{-19}} = 2{,}84\times 10^2 V$

2. Nature du mouvement dans le champ $\vec{B}$

Dans le champ magnétique $\vec{B}$, les électrons sont soumis à la force magnétique $\overrightarrow{F_m} = |q|\overrightarrow{v_1}\Lambda\vec{B}$.



$T.C.I: \overrightarrow{F_m} = m\vec{a} \Rightarrow \vec{a} = \frac{\overrightarrow{F_m}}{m}$

Dans la base de Frenet $(\vec{T},\vec{N})$

$\overrightarrow{F_m} = |q|v_0B\vec{N}$ *et* $\vec{a} = \frac{\overrightarrow{F_m}}{m} = \frac{|q|v_0B}{m}\vec{N}$

$\vec{a} = a_T\vec{T} + a_N\vec{N} = \frac{dv}{dt}\vec{T} + \frac{v_0^2}{R}\vec{N} = \frac{|q|v_0B}{m}\vec{N}$

$\Rightarrow \frac{dv}{dt} = 0 \Rightarrow v = cte \Rightarrow$ le mouvement est uniforme

Par identification : $\frac{v_0^2}{R} = \frac{|q|v_0B}{m} \Rightarrow R = \frac{mv_0}{|q|B} = cte \Rightarrow M.C$

D'où le mouvement des électrons dans le champ magnétique $\vec{B}$ est circulaire uniforme de rayon $R = \frac{mv_0}{eB}$.

$$R = \frac{9{,}1.10^{-31}\times 10^7}{1{,}6.10^{-19}\times 10^{-3}} = 5{,}69\times 10^{-2}m$$

3. Calcul de la déviation provoquée par es électrons

$\alpha = \frac{L}{R} = \frac{eBL}{mv_0}$ $Or\ \tan\alpha = \frac{y_E}{D} \Rightarrow y_E = D\tan\alpha$

$Or\ pour\ \alpha\ plus\ petit\ \tan\alpha \sim \alpha \Rightarrow y_E = \frac{eBLD}{mv_0}$

$y_E = \frac{1{,}6.10^{-19}\times 10^{-3}\times 50\times 10^{-2}}{9{,}1.10^{-31}\times 10^7} = 8{,}79m$

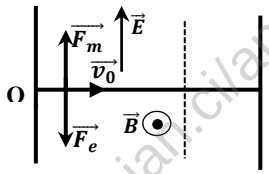
4. Calcul numérique du champ E

Dans le filtre de vitesse l'électron est soumis simultanément à la force électrostatique $\overrightarrow{F_e}$ et à la force magnétique $\overrightarrow{F_m}$. Puisque la particule est pseudo-isolée, alors :

$\overrightarrow{F_e} + \overrightarrow{F_e} = \vec{0} \Rightarrow F_e = F_m \Rightarrow |q|v_0B = |q|E \Rightarrow E = v_0B$

$$E = 10^7\times 10^{-3} = 10^4 V$$

- En utilisant la règle de trois doigts de la main droite la force magnétique $\overrightarrow{F_m}$ se dirige du bas vers le haut (voir figure).



Solution 20

1..Nature du mouvement des électrons de C vers A

La particule est soumis à la force $\overrightarrow{F_e} = q\vec{E}$

$T.C.I: \overrightarrow{F_e} = q\vec{E} = m\vec{a} \Rightarrow \vec{a} = \frac{q}{m}\vec{E}$ *avec* $q = -e$,

Projection sur le plan (x,y) :

$\vec{E}\begin{vmatrix} E_x = -E \\ E_y = 0 \end{vmatrix}$, $\vec{a}\begin{vmatrix} a_x = -\frac{(-e)E}{m}\ (MRUV) \\ a_y = 0 \end{vmatrix} \Rightarrow a = \frac{eE}{m} > 0$

Alors le mouvement des électrons entre A et C est uniformément accéléré.

b)) Vitesse des électrons en O

T.E.C : entre C et A :

$$E_C(A) = \frac{1}{2}mv_0^2 = |q|U = eEd \Rightarrow v_0 = \sqrt{\frac{2eEd}{m}}$$

$$v_0 = \sqrt{\frac{2\times 1{,}6\times 10^{-19}\times 5\times 10^4\times 0{,}1}{9{,}1\times 10^{-31}}} = 4{,}2\times 10^7 m.s^{-1}$$

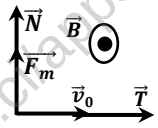
3. Sens du champ magnétique $\vec{B}$ et expression du rayon R

Dans le champ magnétique $\vec{B}$, les électrons sont soumis à la force magnétique $\overrightarrow{F_m} = |q|\overrightarrow{v_1}\Lambda\vec{B}$.

Si les électrons décrivent l'arc O_1C alors la force magnétique sera orienté vers le haut. Donc en utilisant la règle de 3doigts de la main droites le vecteur champ Magnétique $\vec{B}$ est sortant.

$T.C.I: \overrightarrow{F_m} = m\vec{a} \Rightarrow \vec{a} = \frac{\overrightarrow{F_m}}{m}$

Dans la base de Frenet $(\vec{T},\vec{N})$



$\overrightarrow{F_m} = |q|v_0B\vec{N}$ *et* $\vec{a} = \frac{\overrightarrow{F_m}}{m} = \frac{|q|v_0B}{m}\vec{N}$

$\vec{a} = a_T\vec{T} + a_N\vec{N} = \frac{dv}{dt}\vec{T} + \frac{v_0^2}{R}\vec{N}$

$= \frac{|q|v_0B}{m}\vec{N}$

$\Rightarrow \frac{dv}{dt} = 0 \Rightarrow v = cte \Rightarrow$ le mouvement est uniforme

Par identification : $\frac{v_0^2}{R} = \frac{|q|v_0B}{m} \Rightarrow R = \frac{mv_0}{|q|B} = cte \Rightarrow M.C$

D'où le mouvement des électrons dans le champ magnétique $\vec{B}$ est circulaire uniforme de rayon

$R = \frac{mv_0}{eB} \Rightarrow R = \frac{9{,}1.10^{-31}\times 4{,}2.10^7}{1{,}6.10^{-19}\times 2.10^{-3}} = 0{,}12m = 12cm$

4. Nature du mouvement des électrons au dehors du champ $\vec{B}$

Au-delà de la région III ,le vecteur champ magnétique $\vec{B} = \vec{0}$ alors son accélération est nul (a=0) : alors le mouvement des électrons au-delà de la région III est rectiligne uniforme.

4. Déflexion magnétique

- Si la longueur de l'arc est confondue à l :

$Alors\ \alpha = \frac{l}{R}$ *et* $R = \frac{mv_0}{eB} \Rightarrow \alpha = \frac{eBl}{mv_0}$

-Pour une déviation angulaire très petite :

$$\tan\alpha \sim \alpha = \frac{Y}{D} \Rightarrow Y = D\alpha = \frac{eBl}{mv_0}D$$

Valeur numérique de la vitesse v_0 pour Y=3,35cm

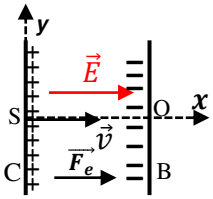
$Y = \frac{eBl}{mv_0}D \Rightarrow v_0 = \frac{eBlD}{mY}$

$v_0 = \frac{1{,}6.10^{-19}\times 2.10^{-3}\times 10^{-2}\times 40.10^{-2}}{9{,}1.10^{-31}\times 3{,}35.10^{-2}} = 4{,}2\times 10^7 m.s^{-1}$

GRATUITS SUR ablanian.com
Téléchargez l'application Ablanian CI sur Play Store et App Store
TÉLÉCHARGEZ L'APPLICATION ABLANIAN CI
DISPONIBLE SUR Google Play
Télécharger dans l'App Store

Solution 21

1. a)) Accélération des protons



Les protons sont soumis à la force électrique $\overrightarrow{F_e} = q\vec{E} = e\vec{E}$

$T.C.I : \overrightarrow{F_e} = e\vec{E} = m\vec{a} \Rightarrow \vec{a} = \frac{e}{m}\vec{E}$

Projection sur le plan (x,y) :

$$\vec{E}\begin{vmatrix} E_x = E \\ E_y = 0 \end{vmatrix} ; \quad \vec{a}\begin{vmatrix} a_x = \frac{eE}{m} \\ a_y = 0 \end{vmatrix}$$

$$Donc\ a = \frac{eE}{m} \quad or\ E = \frac{U}{d} \quad alors\ a = \frac{eU}{md}$$

b)) Lois horaires du mouvement des protons

Conditions initiales : à t=0,

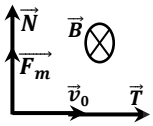
$$\overrightarrow{v_0}\begin{vmatrix} v_{0x} = 0 \\ v_{0y} = 0 \end{vmatrix} \ et\ \overrightarrow{OM_0}\begin{vmatrix} x_0 = 0 \\ y_0 = 0 \end{vmatrix} \Rightarrow \overrightarrow{OM}\begin{vmatrix} x = \frac{eU}{2md}t^2 \\ y = 0 \end{vmatrix}$$

$$soit \begin{cases} x = \frac{1}{2}\frac{eU}{md}t^2 \\ v = \frac{eU}{md}t \end{cases}$$

2. a)) Caractéristique de la force magnétique

- Direction : perpendiculaire au plan $(e\overrightarrow{v_0}, \vec{B})$
- Sens : Comme le vecteur champ $\vec{B}$ est entrant, alors en utilisant la règle de trois doigts de la mains droite : la force magnétique $\vec{F}_m$ est dirigée vers le haut.
- Intensité : $F_m = ev_0B$

Représentation de laforce magnétique



b)) Montrons que le mouvement des protons est C.U

$T.C.I: \overrightarrow{F_m} = m\vec{a} \Rightarrow \vec{a} = \frac{\overrightarrow{F_m}}{m}$

Dans la base de Frenet $(\vec{T}, \vec{N})$:

$\overrightarrow{F_m} = |q|v_0B\vec{N}$ *et* $\vec{a} = \frac{\overrightarrow{F_m}}{m} = \frac{|q|v_0B}{m}\vec{N}$

$\vec{a} = a_T\vec{T} + a_N\vec{N} = \frac{dv}{dt}\vec{T} + \frac{{v_0}^2}{R}\vec{N} = \frac{|q|v_0B}{m}\vec{N}$

$\Rightarrow \frac{dv}{dt} = 0 \Rightarrow v = cte \Rightarrow$ le mouvement est uniforme

Par identification : $\frac{{v_0}^2}{R} = \frac{|q|v_0B}{m} \Rightarrow R = \frac{mv_0}{|q|B} = cte \Rightarrow M.C$

D'où le mouvement des électrons dans le champ magnétique $\vec{B}$ est circulaire uniforme de rayon

$$R = \frac{mv_0}{eB} \quad or\ T.E.C: \frac{1}{2}m{v_0}^2 = eU \Rightarrow v_0 = \sqrt{\frac{2eU}{m}}$$

$$R = \frac{mv_0}{eB} = \frac{m}{eB}\sqrt{\frac{2eU}{m}} = \frac{1}{B}\sqrt{\frac{2mU}{e}}$$

3. a)) Nature du mouvement des protons à la sortie du champ B

Lorsque les protons quittent la région où règne le vecteur champ magnétique $\vec{B}$, alors son accélération s'annule (a=0) puisque dans cette région B=0 (le vide): alors le mouvement des protons au-delà de l'espace l est rectiligne uniforme.

b)) Déflexion magnétique

- Si la longueur de l'arc est confondue à l :

$$Alors\ \alpha = \frac{l}{R} \quad et \quad R = \frac{1}{B}\sqrt{\frac{2mU}{e}} \Rightarrow \alpha = Bl\sqrt{\frac{e}{2mU}}$$

-Pour une déviation angulaire très petite: $\tan\alpha \sim \alpha$

$$or\ \tan\alpha = \frac{O'M}{L - \frac{l}{2}} \Rightarrow O'M = \tan\alpha\left(L - \frac{l}{2}\right) = Bl\sqrt{\frac{e}{2mU}}\left(L - \frac{l}{2}\right)$$

$$O'M = Bl\left(L - \frac{l}{2}\right)\sqrt{\frac{e}{2mU}} \ or\ L \gg l \Rightarrow O'M = BlL\sqrt{\frac{e}{2mU}}$$

c)) Valeur minimale de la longueur l

Si on veut que les protons ressortent sur le plan P, alors :

$$O'M \geq 2R\ et\ L = l' \Rightarrow Bl' \times l'\sqrt{\frac{e}{2mU}} \geq \frac{2}{B}\sqrt{\frac{2mU}{e}}$$

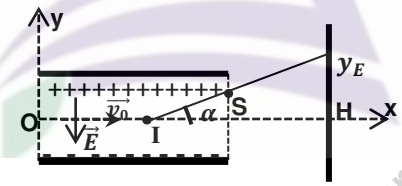
$$\Rightarrow l'^2 \geq \frac{\frac{2}{B}\sqrt{\frac{2mU}{e}}}{B\sqrt{\frac{e}{2mU}}} = \frac{2}{B^2}\sqrt{\frac{\frac{2mU}{e}}{\frac{e}{2mU}}} = \frac{2}{B^2}\sqrt{\frac{2mU}{e} \times \frac{2mU}{e}}$$

$$\Rightarrow l'^2 \geq \frac{2}{B^2}\sqrt{\left(\frac{2mU}{e}\right)^2} \Rightarrow l'^2 \geq \frac{2}{B^2}\frac{2mU}{e} \Rightarrow l' \geq \frac{2}{B}\sqrt{\frac{mU}{e}}$$

$$L_1 = \frac{2}{B}\sqrt{\frac{mU}{e}} = \frac{2}{0{,}5}\sqrt{\frac{1{,}67.10^{-27} \times 10^4}{1{,}6 \times 10^{-19}}} = 4 \times 10^{-2}m = 4cm$$

Solution 22

1. a)) Equation de la trajectoire



$T.C.I : \overrightarrow{F_e} = q\vec{E} = m\vec{a} \Rightarrow \vec{a} = -\frac{e}{m}\vec{E}$

$$\vec{E}\begin{vmatrix} E_x = 0 \\ E_y = -E \end{vmatrix} ; \quad \vec{a}\begin{vmatrix} a_x = 0 \\ a_y = \frac{eE}{m} \end{vmatrix} \overrightarrow{OM}\begin{vmatrix} x = v_0t \\ y = \frac{eE}{2m}t^2 \end{vmatrix} \Rightarrow y = \frac{eE}{2m{v_0}^2}x^2$$

b)) Coordonnées du point de sortie S : $S\begin{vmatrix} x_S = d \\ y_S = \frac{eE}{2m{v_0}^2}d^2 \end{vmatrix}$

c)) Détermination de y_E

$$\tan\alpha = \frac{y_S}{d/2} = \frac{2y_S}{d} = \frac{2}{d} \times \frac{eE}{2m{v_0}^2}d^2 = \frac{eEd}{m{v_0}^2}$$

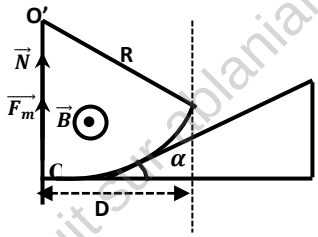
$$\Rightarrow \tan\alpha = \frac{y_E}{D} \Rightarrow y_E = \mathrm{D}\tan\alpha = \frac{DeEd}{m{v_0}^2}$$

2. a)) Sens de $\vec{B}$

TÉLÉCHARGEZ L'APPLICATION ABLANIAN CI
DISPONIBLE SUR Google Play
Télécharger dans l'App Store

Utilisation de la règle de trois doigts de la main droite, le vecteur champ $\vec{B}$ est sortant (voir figure ci-dessous).

b)) Montrons que le mouvement est uniforme



$$T.C.I: \overrightarrow{F_m} = m\vec{a} \Rightarrow \vec{a} = \frac{\overrightarrow{F_m}}{m}$$

Dans la base de Frenet $(\vec{T}, \vec{N})$

$$\overrightarrow{F_m} = |q|v_0 B\vec{N} \ et \ \vec{a} = \frac{\overrightarrow{F_m}}{m} = \frac{|q|v_0 B}{m}\vec{N}$$

$$\vec{a} = a_T\vec{T} + a_N\vec{N} = \frac{dv}{dt}\vec{T} + \frac{{v_0}^2}{R}\vec{N} = \frac{|q|v_0 B}{m}\vec{N}$$

$\Rightarrow \frac{dv}{dt} = 0 \Longrightarrow$ v = cte $\Rightarrow$ le mouvement est uniforme

c)) Montrons que le mouvement est circulaire:

$$\frac{{v_0}^2}{R} = \frac{|q|v_0 B}{m} \Rightarrow R = \frac{mv_0}{|q|B} = \frac{mv_0}{eB} = cte \Rightarrow M.C$$

d)) Déflexion magnétique y_M

$$\alpha = \frac{L}{R} = \frac{eBL}{mv_0} \quad Or \ \tan\alpha = \frac{y_M}{D} \Longrightarrow y_M = D\tan\alpha$$

$$\text{Or pour } \alpha \text{ plus petit } \tan\alpha \sim \alpha \Longrightarrow y_M = \frac{eBdD}{mv_0}$$

3. Comparaison de y_E et y_M

$$\frac{y_E}{y_M} = \frac{DeEd}{m{v_0}^2} \times \frac{mv_0}{eBdD} = \frac{E}{Bv_0} \Rightarrow y_E = \frac{E}{Bv_0}y_M$$

Solution 23

1.a)) Expression de l'énergie cinétique en K' :

Comme le mouvement de la particule à l'intérieur de Dee est circulaire uniforme, alors la vitesse au point K' est égale à la vitesse au point K (v_0) : $E_C(K') = \frac{1}{2}m{v_0}^2$.

Principe du cyclotron

La source de particules est située au centre de la chambre d'accélération. Après avoir été ionisées, les particules sont accélérées par un champ électrique de haute fréquence. Simultanément, elles sont soumises à un champ magnétique qui permet de courber leur trajectoire et de les faire ainsi repasser dans la zone accélératrice. Elles suivent alors une trajectoire spiralée, jusqu'à atteindre le bord de la machine.

b)) Expression de R_1 en fonction de m, q, v_0 et B.

A l'intérieur de chaque Dee , le mouvement est circulaire uniforme sur une trajectoire de rayon R tel que : $R = \frac{mv}{|q|B}$

Dans la trajectoire (C_1) on a : $R_1 = \frac{mv_0}{|q|B}$

2. Expression de l'énergie cinétique en L

T.E.C : entre D_1 et D_2

Pour le 2ème passage la particule traverse avec une vitesse v_2

$$E_C(L) - E_C(K') = |q|U \Rightarrow E_C(L) = E_C(K') + |q|U$$

$$or E_C(K') = \frac{1}{2}m{v_0}^2 \Rightarrow E_C(L) = \frac{1}{2}m{v_0}^2 + |q|U$$

Expression de v_2

$$E_C(L) = \frac{1}{2}m{v_2}^2 = \frac{1}{2}m{v_0}^2 + |q|U \Rightarrow v_2 = \sqrt{{v_0}^2 + 2\frac{|q|U}{m}}$$

L'intérêt du passage dans la zone (E)

Dans la zone (E) il règne un champ électrique uniforme E, qui permet d'augmenter la vitesse de la particule à chaque fois qu'elle pénètre dans cet intervalle.

3. a)) Expression du rayon R_2 en fonction de m, a, B, U et v_0

Dans la trajectoire (C_2) on a :

$$R_2 = \frac{mv_2}{|q|B} = \frac{m}{|q|B}.\sqrt{{v_0}^2 + 2\frac{|q|U}{m}} = \frac{mv_0}{|q|B}\sqrt{1 + 2\frac{|q|U}{m{v_0}^2}}$$

$$Or \ R_1 = \frac{mv_0}{|q|B} \Rightarrow R_2 = R_1\sqrt{1 + 2\frac{|q|U}{m{v_0}^2}} \Rightarrow R_2 > R_1$$

b)) Durée du demi-tour LL'

La durée du parcours dans un dee vaut une demi-période de rotation T dans le champ magnétique $\vec{B}$; cette rotation s' effectue vitesse constante v le long d' une trajectoire circulaire de rayon R

$$v_2 = \frac{Longueur\ du\ trajectoire}{Durée\ de\ rotation} = \frac{2\pi R_2}{T} \ soit \ T = \frac{2\pi R_2}{v_2}$$

$$or \ R_2 = \frac{mv_2}{|q|B} \Rightarrow T = \frac{2\pi}{v_2}.\frac{mv_2}{|q|B} = \frac{2\pi m}{|q|B}$$

D'où de passage dans un dee est :

$$t_P(LL') = \frac{T}{2} = \frac{\pi m}{|q|B} \Rightarrow t_P(LL') = t_P(KK') = \frac{\pi m}{|q|B}$$

c)) Fréquence de la tension alternative U

$$t_P = \frac{T}{2} = \frac{1}{2N} \Rightarrow N = \frac{1}{2t_P} = \frac{|q|B}{2\pi m}$$

Solution 24

I. 1. Le champ magnétique B qui permet de courber la trajectoire des particules et de les faire ainsi repasser dans la zone accélératrice.

2. Expression de la force magnétique :

La particule est soumis à la force $\overrightarrow{F_m} = q\vec{v}\Lambda\vec{B} \ avec \ F_m = |q|vB$

Comme la force magnétique $\vec{F}_m$ reste perpendiculaire à la vitesse $\vec{v}$, alors cette force est perpendiculaire à trajectoire la particule. Donc cette force ne travaille pas et, selon le théorème de l'énergie cinétique, sous l'action de cette force l'énergie cinétique de la particule ne saurait varier.

3. L'augmentation de la vitesse de la particule dans un accélérateur est due au champ électrique uniforme $\vec{E}$ régnant

GRATUITS SUR ablanian.com
Téléchargez l'application Ablanian CI sur Play Store et App Store
TÉLÉCHARGEZ L'APPLICATION ABLANIAN CI
DISPONIBLE SUR Google Play
Télécharger dans l'App Store

dans cet accélérateur (une tension alternative de haute fréquence est appliquée aux électrodes en D, ce qui accélère les particules à chacun de leurs passages de l'une à l'autre).

A chaque demi-tour on doit inverser la polarité des dees afin que les particules puissent être accélérées à nouveau vers le dee supérieur.

II. 1. Energie cinétique de la particule en D'

T.E.C entre D et D' :

$$E_{C1} = \frac{1}{2}mv_1^2 = |q|U \ \ soit \ \ v_1 = \sqrt{\frac{2|q|U}{m}}$$

$$A.N: E_{C1} = 3{,}2.10^{-19}.10^5 = 3{,}2.10^{-14}J$$

$$Or\ 1eV = 1{,}6.10^{-19}J \ \ et\ 1MeV = 1{,}6.10^{-13}J$$

$$E_{C1} = \frac{3{,}2.10^{-14}}{1{,}6.10^{-19}} = 2.10^5 eV = 0{,}2MeV$$

$$v_1 = \sqrt{\frac{2\times 3{,}2.10^{-14}}{0{,}33.10^{-26}}} = 4{,}40.10^6 m.s^{-1}$$

2. a)) Montrons que le mouvement de la particule dans le dee D' est circulaire uniforme

La particule est soumis à la force $\overrightarrow{F_m} = q\vec{v}\Lambda\vec{B}$

La force $\overrightarrow{F_m}$ est centrale donc $\overrightarrow{F_m} = |q|vB\vec{N}$

T.C.I : $\overrightarrow{F_m} = m\vec{a} \ \Rightarrow \ \vec{a} = \frac{\vec{F}_m}{m} = \frac{|q|vB}{m}\vec{N}$

Donc l'accélération de la particule est donc centripète :

$$\vec{a} = \frac{v^2}{R}\vec{N} + \frac{dv}{dt}\vec{T} = \frac{|q|vB}{m}\vec{N} \Rightarrow \frac{dv}{dt} = 0 \Rightarrow v = ste$$

D'où le mouvement est uniforme.

Expression du Rayon R

$$a = \frac{v^2}{R} = \frac{|q|vB}{m} \Rightarrow R = \frac{mv}{|q|B} = cste$$

Le mouvement est donc circulaire uniforme sur une trajectoire de rayon R_1 tel que : $R_1 = \frac{mv_1}{|q|B}$

b)) Expression du rayon R_1 :

$$R_1 = \frac{mv_1}{|q|B} = \frac{1}{B}\sqrt{\frac{2mU}{|q|}}$$

$$A.N: R_1 = \sqrt{\frac{2\times 0{,}33.10^{-26}\times 10^5}{3{,}2.10^{-19}}} = 4{,}54.10^{-2}m = 4{,}54cm$$

c)) Durée mise par la particule pour effectuer un demi-tour

$$On\ a: v_1 = \frac{2\pi R_1}{T} \ soit\ T = \frac{2\pi R_1}{v_1}$$

$$or\ R_1 = \frac{mv_1}{|q|B} \Rightarrow T = \frac{2\pi}{v_1}.\frac{mv_1}{|q|B} = \frac{2\pi m}{|q|B}$$

D'où le temps de passage dans un dee est : $t_P = \frac{T}{2} = \frac{\pi m}{|q|B}$

Ce temps ne dépend pas de la vitesse v_1 acquise par la particule.

D'où à l'intérieur de chaque Dee, la durée de passage de la particule est : $t_P = \frac{\pi m}{|q|B}$

$$t_P = \frac{\pi m}{|q|B} = \frac{\pi\times 0{,}33.10^{-26}}{3{,}2.10^{-19}} = 3{,}24.10^{-8}s$$

d)) Valeur de la fréquence N

$$t_P = \frac{T}{2} = \frac{1}{2N} \Rightarrow N = \frac{1}{2t_P} = \frac{1}{2\times 3{,}24.10^{-8}} = 1{,}54.10^7 Hz$$

3. a)) Expression de la vitesse v_2 :

T.E.C : entre D' et D

Pour le 2ème passage la particule traverse avec une vitesse v_2

$$\frac{1}{2}mv_2^2 - \frac{1}{2}mv_1^2 = |q|U \ \ soit\ v_2^2 - v_1^2 = \frac{2|q|U}{m}$$

$$Or\ \ v_1^2 = \frac{2|q|U}{m} \Rightarrow v_2^2 - v_1^2 = v_1^2 \Rightarrow v_2^2 = 2v_1^2$$

$$E_{C2} = \frac{1}{2}mv_2^2 = \frac{1}{2}m.2v_1^2 = mv_1^2 = m.\frac{2|q|U}{m} = 2|q|U$$

$$Soit\ \ v_2 = v_1\sqrt{2} \ \ et \ \ E_{C2} = 2|q|U$$

b)) Expression du rayon R_2 en fonction de R_1

$$R_2 = \frac{mv_2}{|q|B} = \frac{mv_1}{|q|B}\sqrt{2} = R_1\sqrt{2} \ \Rightarrow R_2 = R_1\sqrt{2}$$

c)) Expression de R_n en fonction de R_1

- Pour le 3ème passage la particule traverse avec une vitesse v_3

$$\frac{1}{2}mv_3^2 - \frac{1}{2}mv_2^2 = |q|U \ \ soit\ v_3^2 - v_2^2 = \frac{2|q|U}{m}$$

$$v_2^2 = 2v_1^2 \Rightarrow v_3^2 - 2v_1^2 = v_1^2 \Rightarrow v_3^2 = 3v_1^2$$

- Pour le 4ème passage la particule traverse avec une vitesse v_4

$$\frac{1}{2}mv_4^2 - \frac{1}{2}mv_3^2 = |q|U \ \ soit\ v_4^2 - v_3^2 = \frac{2|q|U}{m}$$

$$Or\ \ v_3^2 = 3v_1^2 \Rightarrow v_4^2 - 3v_1^2 = v_1^2 \Rightarrow v_4^2 = 4v_1^2$$

- Pour le nème passage la particule traverse avec une vitesse v_n

$$v_n^2 = nv_1^2 \Rightarrow v_n = v_1\sqrt{n}$$

$$R_n = \frac{mv_n}{qB} = \frac{mv_1}{qB}\sqrt{n} = R_1\sqrt{n} \ \Rightarrow R_n = R_1\sqrt{n}$$

4. a)) Expression de v_k et R_k

À chaque demi-tour, l'énergie cinétique est incrémentée de la valeur qU : $\frac{1}{2}mv_k^2 = kqU$, On en déduit :

$$v_k = \sqrt{\frac{2kqU}{m}} \ \ et\ R_k = \frac{mv_k}{qB} = \frac{1}{B}\sqrt{\frac{2kmU}{q}}$$

b)) Expression de l'énergie cinétique E_{Ck} en f(q, B, m et k)

L'énergie cinétique : $E_{Ck} = kqU$

$$et\ \ R_D = \sqrt{\frac{2kmU}{qB^2}} \ \ soit\ \ k = \frac{R_D^2B^2q}{2mU} \Rightarrow E_{Ck} = \frac{R_D^2B^2q^2}{2m}$$

$$E_{Ck} = \frac{(0{,}4)^2\times(3{,}2.10^{-19})^2}{2\times 0{,}33.10^{-26}} = 2{,}48.10^{-12}J = 15{,}5MeV$$

Nombre de tours n' effectuer par la particule :

$$R_D = R_1\sqrt{n} \ \ soit\ n = \left(\frac{R_D}{R_1}\right)^2 = \left(\frac{40}{4{,}54}\right)^2 = 77\ demi\ tours$$

Soit 38tours le nombre de tous effectués par le proton.

Solution 25

1. a)) Nature du mouvement du proton entre les deux Dees

TÉLÉCHARGEZ L'APPLICATION ABLANIAN CI
DISPONIBLE SUR Google Play
Télécharger dans l'App Store

Dans l'intervalle étroite, il existe une un champ électrique uniforme E constant pendant la durée courte de la traversée.

La particule est soumise à la force électrique $\vec{F} = q\vec{E} = Cste$

T.C.I : $\vec{F} = q\vec{E} = m\vec{a} \Longrightarrow a = \frac{q\vec{E}}{m} = cste$

La vitesse initiale étant nulle, alors la particule est animée d'un mouvement rectiligne uniformément accéléré.

b)) Valeur de la vitesse v_1

T.E.C entre D_2 et D_2: $E_{C1} = \frac{1}{2}mv_1{}^2 = |q|U \ soit \ v_1 = \sqrt{\frac{2eU}{m}}$

$$A.N: v_1 = \sqrt{\frac{2 \times 1{,}6.10^{-19} \times 4.10^3}{1{,}67.10^{-27}}} = 8{,}75.10^5 m.s^{-1}$$

2. a)) Montrons que le mouvement du proton est circulaire uniforme dans D_1

La particule est soumis à la force $\overrightarrow{F_m} = q\vec{v}\Lambda\vec{B}$

La force $\overrightarrow{F_m}$ est centrale donc $\overrightarrow{F_m} = |q|vB\vec{N}$

T.C.I : $\overrightarrow{F_m} = m\vec{a} \ \Rightarrow \ \vec{a} = \frac{\vec{F}_m}{m} = \frac{|q|vB}{m}\vec{N}$

Donc l'accélération de la particule est donc centrale :

$$\vec{a} = \frac{v^2}{R}\vec{N} + \frac{dv}{dt}\vec{T} = \frac{|q|vB}{m}\vec{N} \Longrightarrow \frac{dv}{dt} = 0 \Longrightarrow v = ste$$

D'où le mouvement est uniforme.

Expression du Rayon R

$$a = \frac{v^2}{R} = \frac{|q|vB}{m} \Longrightarrow R = \frac{mv}{|q|B} = cste$$

Le mouvement est donc circulaire uniforme sur une trajectoire de rayon R tel que : $R = \frac{mv}{|q|B}$ soit $R_1 = \frac{mv_1}{eB} = \frac{1}{B}\sqrt{\frac{2mU}{e}}$

$$A.N: R_1 = \sqrt{\frac{2 \times 1{,}67.10^{-27} \times 4.10^3}{1{,}6.10^{-19}}} = 9{,}14.10^{-3} m$$

b)) Temps de transit τ

$$On \ a: v_1 = \frac{2\pi R_1}{T} \ soit \ T = \frac{2\pi R_1}{v_1}$$

$$or \ R_1 = \frac{mv_1}{|q|B} \Longrightarrow T = \frac{2\pi}{v_1}.\frac{mv_1}{|q|B} = \frac{2\pi m}{|q|B}$$

D'où le temps de transit dans un dee est : $\tau = \frac{T}{2} = \frac{\pi m}{eB}$

Ce temps ne dépend pas de la vitesse v_1 acquise par la particule et non modifié par le champ électrique accélérateur.

$$\tau = \frac{\pi \times 1{,}67.10^{-27}}{1{,}6.10^{-19}} = 3{,}28.10^{-8} s$$

3. a)) Vitesse v_2 du proton

Pour le 2ème passage la particule traverse avec une vitesse v_2

$$\frac{1}{2}mv_2{}^2 - \frac{1}{2}mv_1{}^2 = eU \ \ soit \ v_2{}^2 - v_1{}^2 = \frac{2eU}{m}$$

$$Or \ \ v_1{}^2 = \frac{2|q|U}{m} \Longrightarrow v_2{}^2 = 2v_1{}^2 \ soit \ \ v_2 = 2\sqrt{\frac{eU}{m}} \quad et \ \ R_2 = \frac{mv_2}{|q|B}$$

b)) le temps de transit dans D_2 est : $\tau' = \frac{\pi m}{eB}$

$$Donc \ \tau = \tau' = \frac{\pi m}{eB}$$

4. a)) Expression de R_n en fonction de R_1 et n

Pour le n^{ème} passage Le proton traverse avec une vitesse v_n

$v_n{}^2 = nv_1{}^2 \Longrightarrow v_n = v_1\sqrt{n}$ (à démontrer)

$$R_n = \frac{mv_n}{qB} = \frac{mv_1}{qB}\sqrt{n} = R_1\sqrt{n} \ \Longrightarrow R_n = R_1\sqrt{n}$$

b)) Nombre de tours n' effectuer par le protons :

$$R_n = R_1\sqrt{n} \ \ soit \ n = \left(\frac{R_n}{R_1}\right)^2 = \left(\frac{0{,}14}{9{,}14.10^{-3}}\right)^2 = 234 demi \ tours$$

Soit 117tours et la vitesse v_n correspondant est :

$$v_n = v_1\sqrt{n} = 8{,}75.10^5\sqrt{234} = 1{,}34.10^7 m.s^{-1}$$

c)) Ddp U' appliquer au proton pour lui comuniquer cette vitesse

$$T.E.C: \ \ \frac{1}{2}mv_n{}^2 = eU' \ soit \ \ U' = \frac{mv_n{}^2}{2e}$$

$$A.N: \ U' = \frac{1{,}67.10^{-27} \times (1{,}34.10^7)^2}{2 \times 1{,}6.10^{-19}}$$

GRATUITS SUR ablanian.com
Téléchargez l'application Ablanian CI sur Play Store et App Store
TÉLÉCHARGEZ L'APPLICATION ABLANIAN CI
DISPONIBLE SUR Google Play
Télécharger dans l'App Store

Solutions sur l'Auto Induction

Solution 01

1. a)) Caractéristique de $\vec{B}$ au centre du solénoïde

- direction : parallèle à l'axe du solénoïde
- sens : de la face sud vers la face nord
- intensité : $B = \mu_0 \frac{N}{l} i = 4\pi \times 10^{-7} \times \frac{2500 \times 5}{0,4} = 3,93 \times 10^{-3} T$

b)) Inductance L du solénoïde

$\Phi_P = NBS \ \ avec \ B = \mu_0 \frac{N}{l} i \ \Rightarrow \ \Phi_P = \mu_0 \frac{N^2 S}{l} i$

- par définition $\Phi_P = Li \ \Rightarrow Li = \mu_0 \frac{N^2 S}{l} i \ \Rightarrow L = \mu_0 \frac{N^2 S}{l}$,

$Or\ S = \pi r^2 \ \Rightarrow \ L = \mu_0 \frac{N^2 \pi r^2}{l}$

$A.N: L = 4\pi \times 10^{-7} \times \frac{250^2 \times \pi \times 0,02^2}{0,4} = 2,46 \times 10^{-4} H$

c)) Calcul du flux propre :

$$\Phi_P = Li \ = 2,46 \times 10^{-4} \times 5 = 1,23 \times 10^{-3} Wb$$

2. a)) Expression du flux en fonction du temps t

$\Phi = N\vec{B}.\vec{S} = NBS \cos\theta \ \ où\ \theta = mes(\vec{B},\ \vec{S}) = \omega t = 2\pi N t \Longrightarrow$

$\Phi = NBS \cos \omega t \ \ or\ à\ t = 0, \Phi(t = 0) = \Phi_0 = \Phi_{max}$

$\Rightarrow \ \Phi(t) = \Phi_{max} \cos \omega t = 1,23 \times 10^{-3} \cos(100\pi t)$

b)) Comme le flux varie en fonction du temps, alors la bobine est le siège d'une f.é.m. d'auto-induction :

$e = -\frac{d\Phi}{dt} = 1,23.10^{-3} \times 100\pi \times \sin 100\pi t = 0,39 \sin(100\pi t)$

c)) Valeur efficace de la f.é.m.

$$e(t) = e_{max} \sin(100\pi t) = 0,39 \sin(100\pi t)$$

$\Rightarrow e_{max} = 0,39V \ et \ \ e_{eff} = \frac{e_{max}}{\sqrt{2}} = \frac{0,39}{\sqrt{2}} = 0,28V$

Période T : $T = \frac{1}{N} = \frac{1}{50} = 0,02s$

Solution 02

1. a)) Calcul d'inductance L

$L = \mu_0 \frac{N^2 S}{l} \ \ or\ \frac{N}{l} = n \Rightarrow N = nl \ \Rightarrow L = \mu_0 \frac{(nl)^2 S}{l} = \mu_0 n^2 l \pi r^2$

$A.N: L = 4\pi \times 10^{-7} \times 2500^2 \times 0,12 \times \pi \times 0,1^2$

$L = 2,96 \times 10^{-2} H$

b)) Calcul du flux propre

$\Phi_P = Li \ \ or\ B = \mu_0 \frac{N}{l} i \Rightarrow i = \frac{Bl}{\mu_0 N} = \frac{B}{\mu_0 n} \Rightarrow \ \Phi_P = \frac{LB}{\mu_0 n}$

$A.N: \Phi_P = \frac{2,96.10^{-2} \times 10^{-2}}{4\pi \times 10^{-7} \times 2500} = 9,42 \times 10^{-2} Wb$

2. a)) Calcul du flux Φ_0

$\Phi = N\vec{B}.\vec{S} = NBS \cos\theta \ \ or \ \ à\ t = 0, \theta = 0$

$\Rightarrow \Phi_0 = NBS = LI = \Phi_P = 9,42 \times 10^{-2} Wb$

b)) Expression du flux en fonction du temps t

$\Phi = N\vec{B}.\vec{S} = NBS \cos\theta \ \ où\ \theta = mes(\vec{B},\vec{S}) = \omega t$

$\Phi = NBS \cos \omega t \ \ or\ à\ t = 0, \Phi_0 = \Phi_{max}$

$Soit \ \Phi(t) = \Phi_0 \cos \omega t = 9,42 \times 10^{-2} \cos(4\pi t)$

c)) A.N : t = 0,25s,

$$\Phi = 9,42.10^{-2} \cos(4\pi \times 0,25) = 9,4 \times 10^{-2} Wb$$

3. a)) Comme le flux magnétique varie en fonction du tempes, alors la bobine est le siège d'une phénomène d'induction électromagnétique.

b)) Expression de la f.é.m. :

$$e = -\frac{d\Phi}{dt} = 9,42.10^{-2} \times 4\pi \times \sin(4\pi t) = 1,18 \sin(4\pi t)$$

- Valeur efficace de la f.é.m. :

$$e(t) = e_{max} \sin(4\pi t) = 1,18 \sin(4\pi t) \ \Rightarrow e_{max} = 1,18V$$

$$e_{eff} = \frac{e_{max}}{\sqrt{2}} = \frac{1,18}{\sqrt{2}} = 0,83V$$

Solution 3

*1.*Calcul de la longueur du cuivre

$L = \mu_0 \frac{N^2 \pi r^2}{l}$, $or\ \lambda = 2\pi r N \Longrightarrow N = \frac{\lambda}{2\pi r}$

$\Longrightarrow L = \mu_0 \frac{\pi r^2}{l} N^2 = \mu_0 \frac{\pi r^2}{l} \times \frac{\lambda^2}{4\pi^2 r^2} = \mu_0 \frac{\lambda^2}{4\pi l}$

$Soit \ \lambda = \sqrt{\frac{4\pi l L}{\mu_0}} \ A.N: \ \lambda = \sqrt{\frac{4\pi \times 1 \times 85 \times 10^{-3}}{4\pi \times 10^{-7}}} = 922m$

2. a)) Valeur moyenne de la f.é.m.

Pour t ∈ [0; 50ms] , i es t une fonction linéaire du temps :

$i = at \ où\ a = \frac{2}{0,050} = 40 \ \Longrightarrow i(t) = 40t$

$e = -L\frac{di}{dt} = -40 \times 85.10^{-3} = -3,4V \ \Longrightarrow e_{moy} = -3,4V$

3. a)) On observera une étincelle aux bornes du générateur.

b)) On peut annuler cette inconvénient en plaçant une diode et un conducteur ohmique, associé en série, en dérivation aux bornes du diode constitué par la bobine et le conducteur ohmique.

c)) Le rôle du conducteur ohmique dans cette modification est de protéger la diode lorsqu'elle est parcourue par le courant de rupteur.

4. Energie électromagnétique libérée

$E_{max} = \frac{1}{2} L I_{max}{}^2 = \frac{1}{2} \times 85.10^{-3} \times 2^2 = 0,17J$

Solution 04

1. Phénomène produit dans la bobine

Dans la bobine se produit le phénomène d'induction électromagnétique.

2. Devant le pôle sud qui s'approche le bobine crée une face sud, en créant un courant induit i. D'après le sens de bobinage des enroulements, on en déduit le sens de i dans la bobine.

Comme la bobine se comporte comme un générateur, la tension induit e apparait à même sens que i.

D'après le schéma , on a : $u = -e$ donc $u < 0$.

TÉLÉCHARGEZ L'APPLICATION ABLANIAN CI
DISPONIBLE SUR Google Play
Télécharger dans l'App Store

3. Loi de Lenz : le courant induit, par ses effets, s'oppose à la cause qui lui a donné naissance.

Loi de Faraday : La f.é.m. induite e dans un circuit soumis à un flux variable $\Phi(t)$ est égale à $e = -\frac{d\Phi}{dt}$.

4. Lorsque l'aimant est immobile, il n'y a pas variation du flux dans la bobine, donc pas de f.é.m. induite e, pas de circulation de courant induit i et $u = 0$.

5. Si on ne connecte pas la résistance, il ne peut y avoir une circulation de courant dans la bobine donc $i = 0$.

Par contre il aura apparition d'une f.é.m. e et on aura $u = -e < 0$.

Solution 05

1. Expression de l'inductance L

$\Phi_P = NBS \ avec \ B = \mu_0 \frac{N}{l} i \ \Rightarrow \ \Phi_P = \mu_0 \frac{N^2 S}{l} i$

- par définition $\Phi_P = Li \ \Rightarrow Li = \mu_0 \frac{N^2 S}{l} i \ \Rightarrow L = \mu_0 \frac{N^2 S}{l}$

$$A.N: L = 4\pi \times 10^{-7} \times \frac{(10^4)^2 \times 40 \times 10^{-4}}{0{,}5} = 1H$$

2. a)) Expression du champs B en fonction du temps

$B = \mu_0 \frac{N}{l} i \ , \ avec \ i = at \ où \ a = \frac{10}{5} = 2 \Rightarrow i(t) = 2t$

$$B = 4\pi \times 10^{-7} \times \frac{10^4}{0?5} \times 2t = 0{,}05t \Rightarrow B(t) = 0{,}05t$$

b)) Calcul de l'intensité du courant induit i

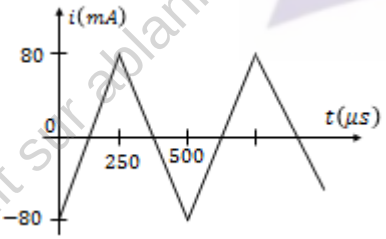
$e = \frac{d\Phi}{dt}$ où $\Phi = NBS = NB\pi R^2 \Rightarrow e = -N\pi R^2 \frac{dB}{dt}$

$e = ri \Rightarrow i = \frac{e}{r} = -\frac{1}{r}\frac{d\Phi}{dt} = -\frac{N\pi R^2}{r}\frac{dB}{dt}$

$$i = -\frac{500 \times \pi \times 10^{-2} \times 0{,}05}{20} = -3{,}92 \times 10^{-2} A$$

Solution 06

1. Représentation graphique du courant i



2. Expression de la tension u aux bornes de la bobine

$$u = ri - e = ri + L\frac{di}{dt}$$

3.Tension d'une bobine idéale

Bobine idéale $r = 0 \ \Rightarrow u = L\frac{di}{dt}$

4. Représentation graphique de la tension u de la bobine

Pour $0 < t < 250\mu s$:

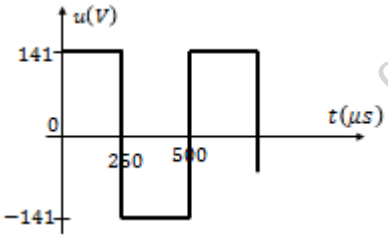
$\Delta i = 80 - (-80) = 160mA \ \ et \ \Delta t = 250 \times 10^{-6} s$

$$u = 220 \times 10^{-3} \times \frac{160.10^{-3}}{250.10^{-6}} = 141V$$

Pour $250 < t < 500\mu s$:

$\Delta i = -80 - (80) = -160mA \ \ et \ \Delta t = 250 \times 10^{-6} s$

$$u = 220 \times 10^{-3} \times \frac{-160.10^{-3}}{250.10^{-6}} = -141V$$



Interprétation

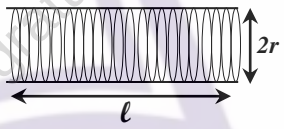
La tension u est variable, alors le champ magnétique à l'intérieur de la bobine est variable : alors il y a apparition d'une f.é.m. qui, d'après la loi de Lenz, s'oppose à la cause qui lui a donné naissance. Ainsi lorsque la tension u(t) passe de la valeur zéro à 141 V, le courant ne peut croître instantanément car la f.é.m. qui prend naissance s'oppose à cette croissance.

C'est le phénomène d'auto-induction : la bobine est à la fois inducteur et induit.

Solution 07

1. a)) La bobine est parcourue par une courant continue d'intensité constant I, alors le solénoïde n'est pas le siège d'une f.é.m. d'auto-induction *(car* $e = -L\frac{di}{dt} = 0$*)*.

b)) Schéma du solénoïde



Caractéristique de $\vec{B}$ au centre du solénoïde

- direction : parallèle à l'axe du solénoïde
- sens : de la face sud vers la face nord
- intensité : $B = \mu_0 \frac{N}{l} i = 4\pi \times 10^{-7} \times \frac{100 \times 2}{2} = 1{,}26 \times 10^{-4} T$

c)) Expression de l'inductance L

$\Phi_P = NBS \ avec \ B = \mu_0 \frac{N}{l} i \ \Rightarrow \ \Phi_P = \mu_0 \frac{N^2 S}{l} i$

- par définition $\Phi_P = Li \ \Rightarrow Li = \mu_0 \frac{N^2 S}{l} i \ \Rightarrow L = \mu_0 \frac{N^2 S}{l}$,

$Or \ S = \pi r^2 \ \Rightarrow \ L = \mu_0 \frac{N^2 \pi r^2}{l}$

$$A.N: L = 4\pi \times 10^{-7} \times \frac{100^2 \times \pi \times 0{,}05^2}{2} = 4{,}93 \times 10^{-2} H$$

2. a)) Intervalles du temps où il y a phénomène d'auto- induction

Dans les intervalles $[10; 20ms]$ *et* $[30; 40ms]$, *il y a phénomène* d'auto − inductio car dans ce deux intervalles le courant varie en fonction du temps.

TÉLÉCHARGEZ L'APPLICATION ABLANIAN CI
DISPONIBLE SUR Google Play
Télécharger dans l'App Store

b)) Expression de i(t)

- *Pour* $t \in [0\,;10ms]$ *:* $i = cst = 0{,}4A$ *et*

- *Pour* $t \in [20\,;30ms]$, $i = cst = -0{,}4A$

- *Pour* $t \in [10\,;20ms]$, i est une fonction affine du temps :

$i(t) = at + b$

$$\begin{cases} t = 0{,}01s; i = 0{,}4A \\ t = 0{,}02s; i = -0{,}4A \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 0{,}4 = 0{,}01a + b \\ -0{,}4 = 0{,}02a + b \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a = -80A.s^{-1} \\ b = 1{,}2A \end{cases}$$

$soit\ \ i(t) = -80t + 1{,}2$

- Pour t $\in [30\,;40ms]$, i est une fonction affine du temps *:*

$i(t) = a't + b'$

$$\begin{cases} t = 0{,}03s; i = -0{,}4A \\ t = 0{,}04s; i = 0{,}4A \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} -0{,}4 = 0{,}03a' + b' \\ 0{,}4 = 0{,}04a' + b' \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a' = 80A.s^{-1} \\ b' = -2{,}8A \end{cases}$$

$soit\ \ i(t) = 80t - 2{,}8$

c)) Déduisons e(t) et u(t)

- pour t $\in [0\,;10ms]$ $et\ \ t \in [20\,;30ms]$, $e = 0\ et\ u = 0$

- pour t $\in [10\,;20ms]$, $e = -L\frac{di}{dt} = -\left(50.10^{-3}(-80)\right) = 4V$

$et\ \ u = -e + Ri = -e$, $car\ R = 0 \Rightarrow u = -4V$

- pour t $\in [30\,;40ms]$,

$e = -L\frac{di}{dt} = -\left(50.10^{-3} \times (80)\right) = -4V\ \ et\ \ u = 4V$

d)) Expression de l'énergie emmagasiné dans le solénoïde

$$E_m = \frac{1}{2}Li^2$$

- pour t $\in [0; 10ms]$ $et\ \ t \in [20; 30ms]$,

$E_m = \frac{1}{2}Li^2 = \frac{1}{2} \times 5.10^{-3} \times 0{,}4^2 = 4 \times 10^{-4}J$

- pour $t \in [10; 20ms]$, $E_m(t) = \frac{1}{2} \times 5.10^{-3} \times (-80t + 1{,}2)^2$

$E_m(t) = 16t^2 - 0{,}48t + 3{,}6 \times 10^{-3}$

- pour t $\in [30; 40ms]$, $E_m(t) = \frac{1}{2}.5.10^{-3}.(80t - 2{,}8)^2$

$E_m(t) = 16t^2 - 1{,}12t + 1{,}96 \times 10^{-2}$

Solution 08

1. Caractéristique de $\vec{B}$ au centre du solénoïde

- direction : parallèle à l'axe du solénoïde

- sens : de la face sud vers la face nord

- intensité *:* $B = \mu_0 \frac{N}{l} i = 4\pi \times 10^{-7} \times \frac{400 \times 5}{0{,}4} = 6{,}28 \times 10^{-3}T$

2. a)) Calcul de l'inductance L

$$L = \mu_0 \frac{N^2 S}{l} \Rightarrow L = 4\pi.10^{-7}.\frac{400^2.10^{-3}}{0{,}4} = 5.10^{-4}H = 50mH$$

b)) Expression de la f.é.m. *:*

$$e = -L\frac{di}{dt} = -5 \times 10^{-4}(4t - 2) = 2 \times 10^{-3}t - 10^{-3}$$

à $t = 5s$, $e = 2 \times 10^{-3} \times 5 - 10^{-3} = 9 \times 10^{-3}V$

c)) Energie magnétique emmagasinée à t=5s

$$E_m = \frac{1}{2}Li^2\ or\ \text{à}\ t = 5s; i = 2 \times 25 - 2 \times 5 = 40A$$

$$soit\ \ E_m = \frac{1}{2} \times 5 \times 10^{-4} \times 40^2 = 0{,}4J$$

3. a)) Expression de la f.é.m. induit

$$e = -L\frac{di}{dt}, \qquad avec\ \ i = 2\sqrt{2}\cos(100\pi t)$$

$$e(t) = -5 \times 10^{-4} \times 2\sqrt{2} \times (-100\pi)\sin(100\pi t)$$

$$soit\ \ e(t) = 0{,}44\sin(100\pi t)$$

b)) Valeur efficace de la f.é.m.

$$e(t) = e_{max}\sin(100\pi t) = 0{,}44\sin(100\pi t)$$

$$soit\ \ e_{max} = 0{,}44V\ et\ \ e_{eff} = \frac{e_{max}}{\sqrt{2}} = \frac{0{,}44}{\sqrt{2}} = 0{,}31V$$

Solution 09

1. Caractéristique de $\vec{B}$ au centre du solénoïde

- direction : parallèle à l'axe du solénoïde

- sens : de la face sud vers la face nord

- intensité *:* $B = \mu_0 \frac{N}{l} i = 4\pi \times 10^{-7} \times \frac{10^3 \times 200}{1} = 0{,}25T$

2. a)) Expression de l'induction L en fonction de N, l, R

$$\Phi_P = NBS\ \ avec\ \ B = \mu_0 \frac{N}{l} i \ \Rightarrow\ \Phi_P = \mu_0 \frac{N^2 S}{l} i$$

- par définition $\Phi_P = Li \Rightarrow Li = \mu_0 \frac{N^2 S}{l} i \Rightarrow L = \mu_0 \frac{N^2 S}{l}$,

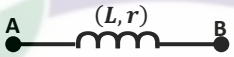
$$Or\ S = \pi R^2 \ \Rightarrow\ L = \mu_0 \frac{N^2 \pi R^2}{l}$$

$$A.N: L = 4\pi \times 10^{-7} \times \frac{10^6 \times \pi \times 0{,}2^2}{1} = 0{,}16H$$

b)) Augmenter L, revient à augmenter le nombre de spires N, Car l'espace au milieu des spires s'appelle le noyau. Il peut être vide ou inclure une pièce en matériau ferromagnétique favorisant l'induction électromagnétique, afin d'augmenter la valeur de l'inductance.

c)) Calcul du flux propre *:* $\Phi_P = Li = 0{,}16 \times 200 = 32Wb$

3. a)) Schéma de la bobine



b)) Expression de la f.é.m. et de la tension u

- pour $t \in [0\,;10s]$, i est une fonction linéaire du temps *:*

$$i(t) = at\ où\ a = \frac{200}{10} = 20 \Rightarrow i(t) = 20t\ \ et\ \ \frac{di}{dt} = 20\ ;$$

$$e = -L\frac{di}{dt}\ \ et\ u_{AB}(t) = -e + ri$$

$$e = -0{,}16 \times 20 = -3{,}2V\ \ et\ u_{AB}(t) = 3{,}2 + 200t$$

- pour $t \in [10\,;20s]$, $i = cst = 200A$

$$\Rightarrow\ e = 0\ et\ u_{AB} = ri = 2000V$$

- Pour t $\in [20\,;40ms]$, i est une fonction affine du temps *:*

$i(t) = at + b$

$$\begin{cases} t = 20s; i = 200A \\ t = 404s; i = 0A \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 200 = 20a + b \\ 0 = 40a + b \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a = -10A.s^{-1} \\ b = 400A \end{cases}$$

$$\Rightarrow i(t) = -10t + 400$$

$$\frac{di}{dt} = -10 \Rightarrow e = 0{,}16 \times 10 = 1{,}6V \text{ et}$$

$$u_{AB}(t) = -1{,}6 + 10(-10t + 400)$$

$$u_{AB}(t) = -100t + 3{,}99 \times 10^3(V)$$

c)) Energie magnétique maximale

$$E_{max} = \frac{1}{2}LI_{max}^{\ 2} = \frac{1}{2} \times 0{,}16 \times 200^2 = 3{,}2 \times 10^3 J$$

Solution 10

1. Expressions de u_{PM} , u_{QM} et u_{ADD}

En tenant compte de l'orientation du courant choisie sur le schéma on a :

$$u_{PM} = u_R + u_L = Ri + ri + L\frac{di}{dt} = (R + r)i + L\frac{di}{dt}$$

$$u_{QM} = u_R + u_{R_0} = -Ri - R_0 i = -(R + R_0)i$$

$$u_{ADD} = u_{PM} + u_{QM} \Rightarrow u_{ADD} = (r - R_0)i + L\frac{di}{dt}$$

2. Montrons qu'il existe une valeur R_0 tel que $u_{ADD} = L\frac{di}{dt}$

On a : $u_{ADD} = (r - R_0)i + L\frac{di}{dt}$

$$u_{ADD} = L\frac{di}{dt} \Leftrightarrow r - R_0 = 0 \Rightarrow R_0 = r$$

3. a)) Justification de la forme graphiques de u_{ADD}

On a: $u_{QM}(t)$est périodique triangulaire. Comme $u_{QM}(t)$ est proportionnelle à i(t) donc i(t) est périodique triangulaire.

Par conséquent $\frac{di}{dt}$ est périodique et en créneaux.

Or $u_{ADD} = L\frac{di}{dt}$, alors u_{ADD} est périodique et en créneau (car u_{ADD} est bien proportionnelle à $\frac{di}{dt}$).

b)) Valeur de la période T et de la fréquence N

La période de i(t) est égale à celle de u_{QM} :

$T = 6 \times 0{,}2 = 1{,}2ms = 1{,}2 \times 10^{-3}s$

Fréquence N : $N = \frac{1}{T} = \frac{1}{1{,}2 \times 10^{-3}} = 833{,}33Hz$

c)) Montrons que $u_{ADD} = -\frac{L}{R+R_0}\frac{du_{QM}}{dt}$

$$On\ a : u_{ADD} = L\frac{di}{dt} \text{ et } u_{QM} = -(R + R_0)i \Rightarrow i = -\frac{u_{QM}}{R + R_0}$$

$$soit \quad u_{ADD} = L\frac{d}{dt}\left(-\frac{u_{QM}}{R + R_0}\right) = -\frac{L}{R + R_0}\frac{du_{QM}}{dt}$$

Calcul de L

$$u_{ADD} = -\frac{L}{R + R_0}\frac{du_{QM}}{dt} \Rightarrow L = -\frac{u_{ADD} \times (R + R_0)}{\frac{du_{QM}}{dt}}$$

D'après la courbe (1) :

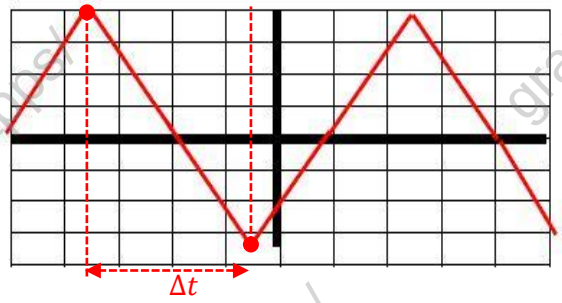
Dans l'intervalle Δt :

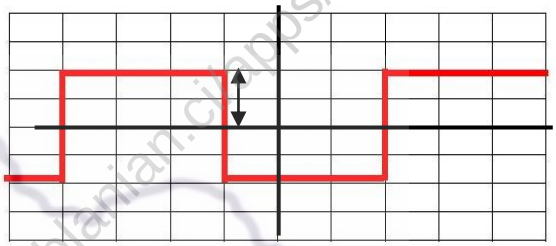
$$\Delta u_{QM} = -7 \times 1 = -7V \text{ et } \Delta t = 3 \times 0{,}2 = 0{,}6ms = 6.10^{-4}s$$

$$\frac{du_{QM}}{dt} = \frac{\Delta u_{QM}}{\Delta t} = \frac{-7}{6.10^{-4}} = -1{,}17 \times 10^4$$

Ceci correspond à $u_{ADD} = 2V$

$$L = -\frac{2(100 + 9)}{-1{,}17 \times 10^4} = 1{,}86 \times 10^{-2}H$$



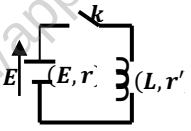


Courbe 2 : $u_{ADD}(t)$

TÉLÉCHARGEZ L'APPLICATION ABLANIAN CI
DISPONIBLE SUR Google Play
Télécharger dans l'App Store

Solution sur le Dipôle (R.L)

Solution 1



1. Schéma du montage

2. a)) Relation liant i et $\frac{di}{dt}$

$On\ a: E - ri = u_L = -e + r'i = L\frac{di}{dt} + r'i \Longrightarrow$

$E = L\frac{di}{dt} + (r + r')i$, *en posant* $R = r + r'$,

$on\ a: E = L\frac{di}{dt} + Ri \Longrightarrow \frac{L}{R}\frac{di}{dt} + i = \frac{E}{R}$ (1)

b)) Intensité du courant en régime permanent :

En régime permanent, $\frac{di}{dt} = 0 \Longrightarrow I_0 = \frac{E}{R}$

3. Constante du temps $\tau = \frac{L}{R}$:est le temps au bout du quel l'intensité du courant atteint 63% de sa valeur maximale

4. a)) Valeur de la résistance totale du circuit

La courbe donne *:* $I_{max} = 50A\ soit$

$$I_0 = I_{max} = \frac{E}{R} \Longrightarrow R = \frac{E}{I_0} = \frac{6}{50} = 0{,}12\Omega$$

b)) D'après la courbe, la constante du temps vaut : $\tau = 5s$

Valeur de l'inductance L *:*

$$\tau = \frac{L}{R} \Longrightarrow L = \tau R = 5 \times 0{,}12 = 0{,}6H$$

Solution 2

A. 1. Rôle de l'interrupteur k

L'interrupteur K permet :

soit de relier R_1 et L à une source de courant continue de force électromotrice E, soit de les mettre en court-circuit

2. Le phénomène physique produit dans le circuit est le phénomène d'auto-induction, car lorsqu'on baisse l'interrupteur K à la position 1, une f.é.m. d'auto-induction apparait dans le circuit et conformément à la loi de Lenz, cette force s'oppose à l'augmentation du courant dans le circuit.

De ce fait le courant ne s'établit pas instantanément.

3. Expression de R

$\tau = \frac{L}{R}$, $R = resistance\ totale\ du\ circuit \Longrightarrow R = R_1 + R_2 + r$

- En régime permanent *:* $I_0 = \frac{E}{R} \Longrightarrow R = \frac{E}{I_0} = \frac{12}{1{,}5} = 8\Omega$

- valeur du constante du temps *:*

$$\tau = \frac{L}{R} = \frac{0{,}04}{8} = 5 \times 10^{-3}s = 5ms$$

4. a)) Equation différentielle liant R, E, et i

En appliquant la loi d'additivité des tensions *:*

$E - ri = u_L + u_{R1}$, $\quad avec\ u_L = L\frac{di}{dt} + R_2 i\ \ et\ u_{R1} = R_1 i$

$E - ri = L\frac{di}{dt} + R_2 i + R_1 i \Longrightarrow E = L\frac{di}{dt} + (R_2 + R_1 + r)i$

$\Longrightarrow E = L\frac{di}{dt} + Ri \Longrightarrow \frac{L}{R}\frac{di}{dt} + i = \frac{E}{R}$ (1)

b)) Détermination des constantes α, k, β

$i(t) = \alpha e^{-kt} + \beta \Longrightarrow \frac{di}{dt} = -k\alpha e^{-kt}$

$\Longrightarrow \frac{L}{R}(-k\alpha e^{-kt}) + \alpha e^{-kt} + \beta = \frac{E}{R}$

$\Longrightarrow \alpha e^{-kt}\left(1 - \frac{kL}{R}\right) + \left(\beta - \frac{E}{R}\right) = 0$

$\Leftrightarrow \alpha e^{-kt}\left(1 - \frac{kL}{R}\right) = 0\ et\ \beta - \frac{E}{R} = 0$

$\alpha e^{-kt} \neq 0 \Longrightarrow 1 - \frac{kL}{R} = 0\ et\ \beta - \frac{E}{R} = 0 \Longrightarrow k = \frac{R}{L}\ et\ \beta = \frac{E}{R}$

Condition initiale : A t=0,

$$i(t=0) = \alpha + \beta = 0 \Longrightarrow \alpha = -\beta = -\frac{E}{R}$$

$$d'où :\ i(t) = -\frac{E}{R}e^{-\frac{R}{L}t} + \frac{E}{R} = \frac{E}{R}\left(1 - e^{-\frac{R}{L}}\right) = I_{max}\left(1 - e^{-\frac{t}{\tau}}\right)$$

c)) Expression de $u_{AB}(t)$

$$U_{AB}(t) = L\frac{di}{dt} + R_2 i = L\left(\frac{R}{L}\frac{E}{R}e^{-\frac{t}{\tau}}\right) + R_2 \times \frac{E}{R}\left(1 - e^{-\frac{t}{\tau}}\right)$$

$$\Longrightarrow \quad U_{AB}(t) = Ee^{-\frac{t}{\tau}} + \frac{R_2 E}{R}\left(1 - e^{-\frac{t}{\tau}}\right)$$

$$soit\ U_{AB}(t) = E\left(1 - \frac{R_2}{R}\right)e^{-\frac{t}{\tau}} + \frac{R_2 E}{R}$$

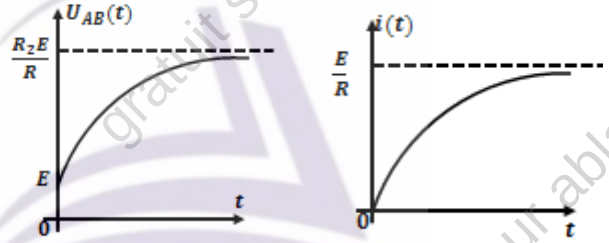
En régime permanent :

$U_{AB} = \frac{R_2 E}{R}\ \ car\ \lim_{t\to\infty} E\left(1 - \frac{R_2}{R}\right)e^{-\frac{t}{\tau}} = 0$

Influence de la bobine :

la bobine s'oppose à l'établissement du courant dans le circuit électrique.

d)) Allure des courbes $u_{AB}(t)$ et i(t)



- On remarque que le courant électrique ne s'établit pas instantanément,
- La bobine s'oppose à l'établissement du courant dans le circuit, elle s'oppose à l'augmentation de l'intensité du courant dans le circuit.
- Elle s'oppose à la variation de l'intensité du courant dans le circuit.

B. 1. Equation différentielle liant R, L, i

Lorsqu'on met l'inverseur en position 2, on court-circuite R_1 et L.

En appliquant la loi de mailles:

$U_L + U_{R1} = 0 \Longrightarrow L\frac{di}{dt} + R_2 i + R_1 i = 0$

$\Longrightarrow L\frac{di}{dt} + (R_1 + R_2)i = 0$: $En\ posant$: $R' = R_1 + R_2$

$\Longrightarrow L\frac{di}{dt} + R'i = 0 \Longrightarrow \frac{L}{R'}\frac{di}{dt} + i = 0$

2. Détermination de A et β

TÉLÉCHARGEZ L'APPLICATION ABLANIAN CI
DISPONIBLE SUR Google Play
Télécharger dans l'App Store

$L\frac{di}{dt}+R'i=0 \Rightarrow \frac{di}{dt}=-\frac{R'}{L}i \Rightarrow \frac{di}{i}=-\frac{R'}{L}dt \Rightarrow$

$\int\frac{di}{i}=-\frac{R'}{L}\int dt \Rightarrow \ln i=-\frac{R'}{L}t+cste$

$\grave{a}\ t=0, \ln I_0=cste \Rightarrow \ln i=-\frac{R'}{L}t+\ln I_0$

$\Rightarrow \ln i-\ln I_0=-\frac{R'}{L}t \Rightarrow \ln\left(\frac{i}{I_0}\right)=-\frac{R'}{L}t \Rightarrow \frac{i}{I_0}=e^{-\frac{R'}{L}t}$

$soit\ i(t)=I_0e^{-\frac{R'}{L}t}=\frac{E}{R'}e^{-\frac{R'}{L}t}\ ;\ d'o\grave{u}:\ A=\frac{E}{R'}\ et\ \beta=\frac{R'}{L}$

3. Expression de $u_{AB}(t)$

$$U_{AB}(t)=L\frac{di}{dt}+R_2i=-L\left(\frac{R'}{L}\frac{E}{R'}e^{-\frac{R'}{L}t}\right)+R_2\times\frac{E}{R'}e^{-\frac{R'}{L}t}$$

$$U_{AB}(t)=-Ee^{-\frac{R'}{L}t}+\frac{R_2E}{R'}e^{-\frac{R'}{L}t}=E\left(\frac{R_2}{R'}-1\right)e^{-\frac{R'}{L}t}$$

4. a)) Variation du flux dan le circuit

$\Delta\Phi=\Phi_f-\Phi_0=-\Phi_0=LI_0\ , car\ \Phi_f=0 \Rightarrow \Delta\Phi=-\frac{LE}{R'}$

$\Delta\Phi=-\frac{LE}{R_1+R_2}=-\frac{40\times10^{-3}\times12}{2+4}=-0{,}08Wb$

b)) Valeur moyenne de la force électromotrice :

$$e_{moy}=-\frac{\Delta\Phi}{dt}=\frac{0{,}08}{0{,}02}=4V$$

Solution 3

1. a)) Description du comportement du circuit

En fermant l'interrupteur K, le courant qui traverse la résistance R commence à augmenter :

- En absence de la bobine, le courant atteint rapidement sa valeur d'équilibre $I_0=\frac{E}{R}$
- Toutefois, en présence de la bobine, une f.é.m. d'auto-induction apparait dans le circuit et conformément à la loi de Lenz, cette f.é.m. s'oppose à l'augmentation du courant.

De ce fait, le courant ne s'établit pas instantanément.

Le phénomène responsable est le phénomène d'auto-induction.

b)) Equation différentielle liant l'intensité i du courant

En appliquant la loi des mailles au courant :

$E=u_L+u_R,\qquad avec\ u_L=L\frac{di}{dt}\ et\ u_R=Ri$

$E=L\frac{di}{dt}i+Ri \Rightarrow E=L\frac{di}{dt}+Ri \Rightarrow \frac{L}{R}\frac{di}{dt}+i=\frac{E}{R}\ (1)$

- Vérifions que $i=\frac{U}{R}\left(1-e^{\frac{-t}{\tau}}\right)$ est solution de (1)

$\frac{di}{dt}=\frac{U}{R}\times\frac{1}{\tau}e^{-\frac{t}{\tau}}=\frac{U}{R}\times\frac{R}{L}e^{-\frac{t}{\tau}}=\frac{U}{L}e^{-\frac{t}{\tau}}$

$\Rightarrow\ L\times\frac{U}{L}e^{-\frac{t}{\tau}}+\frac{U}{R}-Ue^{-\frac{t}{\tau}}=\frac{U}{R}\ soit\ \frac{E}{R}=\frac{E}{R}$

Alors $i=\frac{U}{R}\left(1-e^{\frac{-t}{\tau}}\right)$ est solution de l'équation (1)

- Calcul de la constante du temps :

$$\tau=\frac{L}{R}=\frac{0{,}03}{4}=7{,}5\times10^{-3}s=7{,}5ms$$

2. a)) Expression de U_R et U_L

$$U_R=Ri=R\times\frac{U}{R}\left(1-e^{\frac{-t}{\tau}}\right)=U\left(1-e^{\frac{-t}{\tau}}\right)\quad et$$

$$U_L=L\frac{di}{dt}=L\times\frac{U}{L}e^{-\frac{t}{\tau}}=Ue^{-\frac{t}{\tau}}$$

b)) Valeur de l'intensité i du courant aux dates suivantes

$-A\ t=0, i=0,\ \grave{a}\ t=0{,}5s, i=\frac{20}{4}\left(1-e^{-\frac{0{,}5}{7{,}5\times10^{-3}}}\right)=4{,}993A$

$-\ pour\ t=\tau, i=5(1-e^{-1})=3{,}16A$

$-$pour t $=5\tau, i=5(1-e^{-5})=4{,}966A$

- En régime permanent : $I=\frac{U}{R}=\frac{20}{4}=5A$
- Détermination du temps t pour $U_L=U_R$

$U_L=U_R \Rightarrow\ U\left(1-e^{\frac{-t}{\tau}}\right)=Ue^{-\frac{t}{\tau}} \Rightarrow U=2Ue^{-\frac{t}{\tau}}$

$Soit\ e^{-\frac{t}{\tau}}=\frac{1}{2} \Rightarrow e^{\frac{t}{\tau}}=2 \Rightarrow \frac{t}{\tau}=\ln 2$

$\Rightarrow$ t $=\tau\ln 2=7{,}5\times10^{-3}\ln 2$

$soit\ t=5{,}2\times10^{-3}s=5{,}2ms\ et\ U_L=U_R=\frac{U}{2}=\frac{20}{2}=10V$

3. Energie stockée dans la bobine :

$$E_m=\frac{1}{2}LI^2$$

- A t = 0, i = 0 et en régime permanent : $I=\frac{U}{R}=\frac{20}{4}=5A$
- A t = 0, $E_m=0$ et en régime permanent :

$$E_m=\frac{1}{2}0{,}03\times5^2=0{,}375J$$

Solution 4

1. Il faut attendre un certains temps avant d'ouvrir l'interrupteur K car en présence de la bobine, une f.é.m. d'auto-induction apparait dans le circuit et conformément à la loi de Lenz, cette f.é.m. s'oppose à l'augmentation du courant.

De ce fait, le courant ne s'établit pas instantanément.

2. Expression de : $U_{L,r}U_{L,r}=-e+ri=L\frac{di}{dt}+ri$

3. Equation différentielle liant l'intensité du courant

En appliquant la loi des mailles au courant :

$u_{L,r}+u_{r,}=0\ ,avec\ u_{L,r}=L\frac{di}{dt}+ri\ et\ u_{r'}=r'i$

$L\frac{di}{dt}+ri+r'i=0 \Rightarrow L\frac{di}{dt}+(r+r')i=0$

$en\ posans\ R=r+r' \Rightarrow \frac{L}{R}\frac{di}{dt}+i=0\ (1)$

4. Expression des constantes A et K

On a : $i=Ae^{-kt} \Rightarrow \frac{di}{dt}=-Ake^{-kt},\ dans\ (1)$:

$-\frac{AL}{R}ke^{-kt}+Ae^{-kt}=0 \Rightarrow A\left(1-\frac{Lk}{R}\right)e^{-kt}=0$

$\Rightarrow\ Ae^{-kt}\neq0 \Rightarrow 1-\frac{kL}{R}=0 \Rightarrow k=\frac{R}{L}$

Condition initiale : *à t = 0,* $U_0=E\ \ et\ i=I_0$

$$i(t=0)=I_0=A \Rightarrow A=I_0=\frac{E}{R}$$

GRATUITS SUR ablanian.com
Téléchargez l'application Ablanian CI sur Play Store et App Store
TÉLÉCHARGEZ L'APPLICATION ABLANIAN CI
DISPONIBLE SUR Google Play
Télécharger dans l'App Store

5. a)) Expression de i(t) en fonction de I_0 et τ

$$i(t) = Ae^{-kt} = \frac{E}{R}e^{-\frac{R}{L}t}, or\ \tau = \frac{L}{R}\ et\ I_0 = \frac{E}{R} \Rightarrow i(t) = I_0 e^{-\frac{t}{\tau}}$$

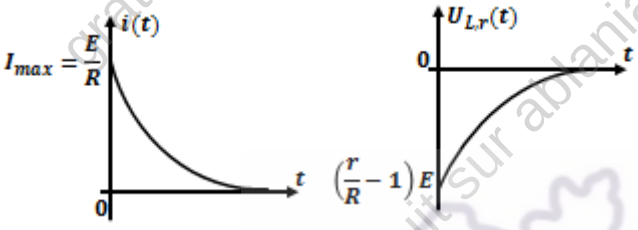
b)) Expression de $U_{L,r}$

$$i = \frac{E}{R}e^{-\frac{R}{L}t} = \frac{E}{R}e^{-\frac{t}{\tau}}$$

$$U_{L,r} = L\frac{di}{dt} + ri\ , avec\ \frac{di}{dt} = -\frac{E}{R}\times\frac{R}{L}e^{-\frac{t}{\tau}} = -\frac{E}{L}e^{-\frac{t}{\tau}}$$

$$U_{L,r} = L\times -\frac{E}{L}e^{-\frac{t}{\tau}} + r\frac{E}{R}e^{-\frac{R}{L}t} = \left(\frac{r}{R}-1\right)Ee^{-\frac{t}{\tau}}$$

Représentation graphique de i(t) et $U_{L,r}$



Solution 5

I. 1. Phénomène physique responsable du retard.

Explication brève

Il s'agit d'un phénomène d'auto-induction : lorsqu'on ferme l'interrupteur pour établir le courant électrique dans le circuit, il se produit une variation du flux à travers la bobine, entrainant une f.é.m. d'auto-induction qui tend à s'opposer à la cause qui lui donne naissance (Loi de Lenz).

2. Equation différentielle de l'évolution de i_1 :

Appliquons la loi d'additivité des tensions :

$$E - u_L - u_R - u_r\ \ avec\ u_L = L\frac{di_1}{dt}\ , u_R = Ri_1,\ \ u_r = ri_1$$

$$E - L\frac{di_1}{dt} - Ri_1 - ri_1 = 0 \Rightarrow \frac{di_1}{dt} + \frac{(R+r)}{L}i_1 = \frac{E}{L}$$

3. Valeur du courant I_0

Après un temps suffisamment long, le régime permanent est établi. Le courant traversant le circuit devient constant $\left(\frac{di_1}{dt} = 0\right)$ et a pour valeur I_0 . En remplaçant i_1 par I_0 dans l'équation différentielle établi précédemment on obtient :

$$\frac{(R+r)}{L}I_0 = \frac{E}{L}\ \ soit\ \ I_0 = \frac{E}{R+r} \Rightarrow I_0 = \frac{12}{40+10} = 0{,}24A$$

4. a)) Détermination de τ en f(L,r,R)

La solution de l'équation différentielle a pour expression

$$i_1 = I_0(1 - e^{-\frac{t}{\tau}})$$

Pour trouver l'expression de la constante de temps τ , nous allons remplacer i_1 par son expression dans l'équation différentielle établie précédemment.

$$\frac{d}{dt}\left[I_0(1-e^{-\frac{t}{\tau}})\right] + \frac{(R+r)}{L}I_0\left(1-e^{-\frac{t}{\tau}}\right) = \frac{E}{L}$$

$$\frac{I_0}{\tau}e^{-\frac{t}{\tau}} + \frac{(R+r)}{L}I_0\left(1-e^{-\frac{t}{\tau}}\right) = \frac{E}{L}\ \ Or\ I_0 = \frac{E}{R+r}$$

$$\Rightarrow \frac{E}{R+r}\frac{1}{\tau}e^{-\frac{t}{\tau}} + \frac{(R+r)}{L}\frac{E}{R+r}\left(1-e^{-\frac{t}{\tau}}\right) = \frac{E}{L}$$

$$\Rightarrow \frac{1}{R+r}\frac{1}{\tau}e^{-\frac{t}{\tau}} - \frac{1}{L}e^{-\frac{t}{\tau}} = 0 \Rightarrow e^{-\frac{t}{\tau}}\left[\frac{1}{(R+r)\tau} - \frac{1}{L}\right] = 0$$

$$Or\ \ e^{-\frac{t}{\tau}} \neq 0 \Rightarrow \frac{1}{(R+r)\tau} - \frac{1}{L} = 0\ \ soit\ \ \tau = \frac{L}{R+r}$$

$$A.N: \tau = \frac{40.10^{-3}}{40+10} = 8.10^{-4}s$$

b)) Signification physique de τ :

τ est la constante de temps du circuit. C'est la durée au bout de laquelle l'intensité i_1 vaut 63% de sa valeur en régime permanent. Elle caractérise aussi la rapidité de l'établissement du courant. D'autant que cette constante est grande d'autant que le régime permanent est atteint rapidement.

5.a)) Expression de e_1

L'auto-induction est la propriété électromagnétique qu'à un conducteur parcouru par un courant électrique, de s'opposer aux variations de celui-ci. L'expression d'auto-induction est :

$$e_1 = L\frac{di_1}{dt} = -L\frac{d}{dt}\left[I_0\left(1-e^{-\frac{t}{\tau}}\right)\right] = -LI_0\frac{1}{\tau}e^{-\frac{t}{\tau}}$$

$$Or\ I_0 = \frac{E}{R+r}\ \ et\ \ \tau = \frac{L}{R+r}$$

$$\Rightarrow e_1 = -L\frac{E}{R+r}.\frac{R+r}{L}e^{-\frac{t}{\tau}}\ \ soit\ e_1 = -Ee^{-\frac{t}{\tau}}$$

b)) Valeur algébrique de e_1 à $t_0 = 0$

$$A\ t_0 = 0 :\ e_1 = -Ee^0 = -12V$$

II. 1. Sens de i_2

Dans un circuit inductif, l'intensité ne varie jamais de façon discontinue. La bobine est donc parcourue par un courant d'intensité i_2 de même sens que celui de i_1.

2. Equation différentielle de l'évolution de i_1 :

Appliquons la loi d'additivité des tensions :

$$u_L + u_R + u_r\ \ avec\ u_L = L\frac{di_2}{dt}\ \ , u_R = Ri_2,\ \ u_r = ri_2$$

$$L\frac{di_2}{dt} + Ri_2 + ri_2 = 0 \Rightarrow \frac{di_2}{dt} + \frac{(R+r)}{L}i_2 = 0$$

3. Vérifions que $i_2 = I_0e^{-\frac{t}{\tau}}$ est de cette équation

$$i_2 = I_0e^{-\frac{t}{\tau}}\ \ \Rightarrow \frac{d}{dt}\left(I_0e^{-\frac{t}{\tau}}\right) + \frac{(R+r)}{L}I_0e^{-\frac{t}{\tau}} = 0$$

$$-\frac{I_0}{\tau}e^{-\frac{t}{\tau}} + \frac{(R+r)}{L}I_0e^{-\frac{t}{\tau}} = 0$$

$$avec\ \ I_0 = \frac{E}{R+r}\ \ et\ \ \tau = \frac{L}{R+r}$$

$$-\left(\frac{E}{R+r}\right)\left(\frac{R+r}{L}\right)e^{-\frac{t}{\tau}} + \frac{(R+r)}{L}\left(\frac{E}{R+r}\right)e^{-\frac{t}{\tau}} = 0$$

$$e^{-\frac{t}{\tau}}\left(-\frac{E}{L} + \frac{E}{L}\right) = 0 \Rightarrow e^{-\frac{t}{\tau}}(0) = 0$$

Donc i_2 est la solution de l'équation différentielle établie à la question 2.

TÉLÉCHARGEZ L'APPLICATION ABLANIAN CI
DISPONIBLE SUR Google Play
Télécharger dans l'App Store

4. Valeur algébrique de e_2

La f.é.m. d'auto-induction :

$$e_2 = L\frac{di_2}{dt} = -L\frac{d}{dt}\left[I_0\left(1 - e^{\frac{-t}{\tau}}\right)\right] = LI_0\frac{1}{\tau}e^{\frac{-t}{\tau}}$$

$$\Longrightarrow e_2 = L\frac{E}{R+r}.\frac{R+r}{L}e^{\frac{-t}{\tau}} \; soit \; e_2 = Ee^{\frac{-t}{\tau}}$$

$$A\; t_0 = 0 :\; e_2 = Ee^0 = 12V$$

III. Interprétation

On remarque que $e_1 = -e_2$

La f.é.m. d'auto-induction s'oppose à la variation du courant dans le circuit. Ainsi lors de l'établissement du courant (i_1 augmente), $e_1 = -12V < 0$

La bobine se comporte comme un générateur en opposition.

Lors de l'annulation du courant (i_2 diminue), $e_2 = 12V > 0$.

La bobine se comporte comme un générateur.

GRATUITS SUR ablanian.com
Téléchargez l'application Ablanian CI sur Play Store et App Store
TÉLÉCHARGEZ L'APPLICATION ABLANIAN CI
DISPONIBLE SUR Google Play
Télécharger dans l'App Store

Solutions sur le dipôle RC

Solution 01

I. 1. a)) Equation différentielle U_{DC}

En appliquant la loi d'additivité des tensions :

$$E = U_{DC} + U_R \text{ , or } U_R = Ri \text{ avec } i = \frac{dq}{dt} \text{ et } q = CU_{DC}$$

$$\Rightarrow i = C\frac{dU_{DC}}{dt} \quad soit \quad \frac{dU_{DC}}{dt} + \frac{1}{RC}U_{DC} = \frac{E}{RC} \quad (1)$$

b)) Détermination de A, B et β

$$\frac{dU_{DC}}{dt} = -\beta Be^{-\beta t} \text{ , dans } (1) :$$

$$E = A + \beta Be^{-\beta t} - RC\beta Be^{-\beta t} \Rightarrow$$

$$(-E + A) + (1 - \beta RC)Be^{-\beta t} = 0 \Leftrightarrow A - E = 0 \text{ et } (1 - \beta RC) = 0$$

$$car \ Be^{-\beta t} \neq 0 \text{ , } A = E \ et 1 - \beta RC = 0 \Rightarrow \beta = \frac{1}{RC}$$

A t=0, $U_{DC} = A + B = 0 \Rightarrow B = -A = -E$

$$U_{DC}(t) = E - Ee^{-\frac{t}{RC}} = E\left(1 - e^{-\frac{t}{RC}}\right)$$

c)) - La constante du temps τ du dipôle RC est le produit de la résistance R par la capacité du condensateur C :

$$\tau = RC = 10^4 \times 100 \times 10^{-9} = 10^{-3}s = 1ms$$

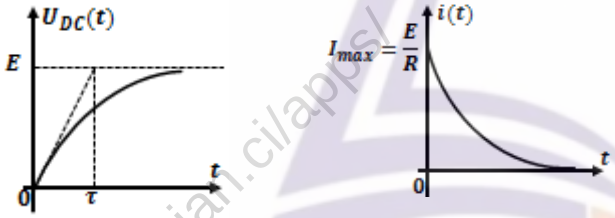
- La constante du temps τ représente le temps nécessaire pour que le condensateur atteint 63% de sa charge totale.

2. a)) Expression de i (t) en fonction du I_0 et τ

$$i = C\frac{dU_{DC}}{dt} = C \times \frac{E}{RC}e^{-\frac{t}{RC}} = \frac{E}{R}e^{-\frac{t}{RC}}$$

$$avec \ RC = \tau \ et \ I_0 = \frac{E}{R} \ ; soit \ i(t) = I_0 e^{-\frac{t}{\tau}}$$

b)) Représentation graphique de $U_{DC}(t)$ et i(t)



3. L'énergie emmagasinée dans le condensateur est dissipée par l'effet joule à travers la résistance ohmique R :

$$E_e = \frac{1}{2}CE^2 = \frac{1}{2} \times 100 \times 10^{-9} \times 5^2 = 1{,}25 \times 10^{-6}J$$

II. 1. Equation différentielle liant U_{DC} à la décharge

$$U_{DC} = U_R = Ri \ avec \ i = -\frac{dq}{dt} = -C\frac{dU_{DC}}{dt}$$

$$et \ U_{DC} = -RC\frac{dU_{DC}}{dt} \Rightarrow RC\frac{dU_{DC}}{dt} + U_{DC} = 0$$

2. a)) Détermination des constantes A et τ

$$RC\frac{dU_{DC}}{dt} = -U_{DC} \Rightarrow RCdU_{DC} = -U_{DC}dt \Rightarrow \frac{dU_{DC}}{U_{DC}} = -\frac{1}{RC}dt$$

$$\int \frac{dU_{DC}}{U_{DC}} = -\frac{1}{RC}dt \Rightarrow \ln U_{DC} = -\frac{t}{RC} + cste$$

$$\text{à } t = 0, U_0 = E \Rightarrow \ln E = cste \Rightarrow \ln U_{DC} = -\frac{t}{RC} + \ln E \Rightarrow$$

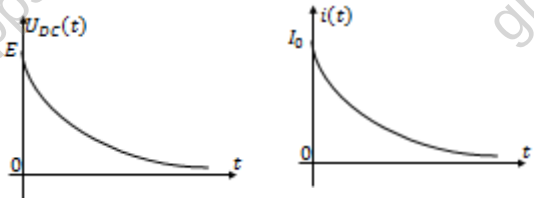
$$\ln U_{DC} - \ln E = -\frac{t}{RC} \Rightarrow \ln\frac{U_{DC}}{E} = -\frac{t}{RC} \Rightarrow \frac{U_{DC}}{E} = e^{-\frac{t}{RC}} \Rightarrow$$

$$soit \ U_{DC}(t) = Ee^{-\frac{t}{RC}} = Ae^{-\frac{t}{\tau}} \Rightarrow A = E \ et \ \tau = RC$$

b)) Expression de i(t) en fonction de I_0 et τ

$$On \ a : \ i = -C\frac{dU_{DC}}{dt} = -CE\left(-\frac{1}{RC}\right)e^{-\frac{t}{RC}}$$

c)) Allure des courbes $U_{DC}(t)$ et i



Solution 02

1. a)) Charge initiale Q_0

$$Q_0 = CU = CE = 200 \times 10^{-6} \times 6 = 1{,}2 \times 10^{-3}C$$

b)) Energie initiale emmagasinée

$$E_0 = \frac{1}{2}CE^2 = \frac{1}{2} \times 200 \times 10^{-6} \times 6^2 = 3{,}6 \times 10^{-3}J$$

2. a)) Relation entre U_C et U_R et i et U_C $U_C = U_R = Ri$

b)) Equation différentielle liant $U_C(t)$

$$U_C = Ri \ avec \ i = -\frac{dq}{dt} \ où \ q = CU_C \Rightarrow i = -C\frac{dU_C}{dt}$$

$$\Rightarrow U_C = -RC\frac{dU_C}{dt} \Rightarrow RC\frac{dU_C}{dt} + U_C = 0 \quad (1)$$

Soit $U_C(t) = Ae^{-\frac{t}{\tau}}$ *solution de l'équation (1)*

- Détermination de A et τ

$$\frac{dU_C}{dt} = -\frac{A}{\tau}e^{-\frac{t}{\tau}} \Rightarrow -RC \times \frac{1}{\tau}e^{-\frac{t}{\tau}} + Ae^{-\frac{t}{\tau}} = 0 \Rightarrow$$

$$A\left(1 - \frac{RC}{\tau}\right)e^{-\frac{t}{\tau}} = 0 \ or \ Ae^{-\frac{t}{\tau}} \neq 0 \Rightarrow 1 - \frac{RC}{\tau} \Rightarrow \tau = RC$$

Condition initiale : *à t=0,* $U_C(t = 0) = A = U_0 = E$

$$et \ U_C(t = 0) = A = U_0 = E \Rightarrow U_C(t) = Ee^{-\frac{t}{RC}}$$

c)) Calcul du τ : $\tau = RC = 2000 \times 200 \times 10^{-6} = 0{,}4s$

- Expression de i(t) en fonction de t, R, C, E

$$i(t) = -C\frac{dU_C}{dt} = -C\left(-\frac{E}{RC}e^{-\frac{t}{RC}}\right) = \frac{E}{R}e^{-\frac{t}{RC}}$$

d)) A t=0, $I_0 = \frac{E}{R} = \frac{6}{2000} = 3 \times 10^{-3}s = 3mA$

3. a)) Limites de u_C et i si $t \to \infty$: si $t \to \infty$: $u_C = 0$ et $i = 0$

b)) Allures des courbes $u_C(t)$ et $i(t)$

Voir la solution 2

Solution 03

1. a)) *Tension de* U_{AB} : $U_{AB} = E = 15V$

charge du condensateur :

$$Q = CU_{AB} = 47 \times 10^{-6} \times 15 = 7{,}05 \times 10^{-4}C$$

b)) Energie emmagasiné dans le condensateur

$$E_C = \frac{1}{2}C{U_{AB}}^2 = \frac{1}{2} \times 47 \times 10^{-6} \times 15^2 = 5{,}29 \times 10^{-3}J$$

c)) Valeur de la résistance R :En régime permanent :

$$I_0 = \frac{E}{R} \Rightarrow R = \frac{E}{I_0} = \frac{15}{30 \times 10^{-6}} = 5 \times 10^5\Omega$$

2. a))) Equation différentielle liant la charge q_A

$$U_{AB} = Ri \ avec\ i = -\frac{dq_A}{dt} \ \text{où} \ q_A = CU_{AB} \Rightarrow U_{AB} = \frac{q_A}{C} \Rightarrow$$

$$U_{AB} = \frac{q_A}{C} = Ri = -R\frac{dq_A}{dt} \Rightarrow RC\frac{dq_A}{dt} + q_C = 0$$

$$soit \quad \frac{dq_A}{dt} + \frac{1}{RC}q_A = 0$$

b)) Solution de l'équation différentielle

$$RC\frac{dq_A}{dt} = -q_A \Rightarrow RCdq_A = -q_A dt \Rightarrow$$

$$\frac{dq_A}{q_A} = -\frac{1}{RC}dt \Rightarrow \int\frac{dq_A}{q_A} = -\frac{1}{RC}dt$$

$$\Rightarrow \ln q_A = -\frac{t}{RC} + cste\ ;\ \text{à}\ t = 0, q_A = Q \Rightarrow \ln Q = cste$$

$$\Rightarrow \ln q_A = -\frac{t}{RC} + \ln Q$$

$$\ln q_A - \ln Q = -\frac{t}{RC} \Rightarrow \ln\frac{q_A}{Q} = -\frac{t}{RC} \Rightarrow \frac{q_A}{Q} = e^{-\frac{t}{RC}}$$

$$\Rightarrow q_A(t) = Qe^{-\frac{t}{RC}} \Rightarrow K = Q \ et\ \beta = \frac{1}{RC}$$

c)) Expression de $U_{AB}(t)$:

$$U_{AB} = \frac{q_A}{C} = \frac{Q}{C}e^{-\frac{t}{RC}}$$

d)) Valeur numérique de la résistance R

$$U_{AB} = 1 = \frac{Q}{C}e^{-\frac{t}{RC}} \Rightarrow \frac{C}{Q} = e^{-\frac{t}{RC}} \Rightarrow e^{\frac{t}{RC}} = \frac{Q}{C}$$

$$e^{\frac{t}{RC}} = \frac{Q}{C} \Rightarrow \frac{t}{RC} = ln\left(\frac{Q}{C}\right) \Rightarrow R = \frac{t}{C\ ln\left(\frac{Q}{C}\right)}$$

$$A.N: R = \frac{60}{47\times10^{-6}\ln\left(\frac{7{,}05\times10^{-4}}{47\times10^{-6}}\right)} = 4{,}7\times10^5\Omega$$

e)) Expression de i(t)

$$i = -\frac{dq_A}{dt} = -Q\times-\frac{1}{RC}e^{-\frac{t}{RC}} = \frac{Q}{RC}e^{-\frac{t}{RC}}$$

En régime permanent : $I_{max} = \frac{Q}{RC}$

Solution 4

1. a)) position 1 : charge du condensateur position , le condensateur se charge grâce au générateur

position 2 :décharge du condensateur dans R , le condensateur libère l'énergie qu'il a emmagasinée.

b)) Figure 1 : charge du condensateur : la tension aux bornes du condensateur augmente au cours du temps.

Figure 2 : décharge du condensateur dans R : la tension aux bornes du condensateur diminue au cours du temps.

2. a)) Charge $Q = I.t = 10.10^{-6}.40 = 4.10^{-4}C$

b)) Energie emmagasinée: Pour t=40s , U=4V

$$E_e = \frac{1}{2}CU^2 = \frac{1}{2}QU \quad soit\ E_e = \frac{1}{2}\times4.10^{-4}\times4 = 8.10^{-4}J$$

Car le U correspond à U_{max} que l'on peut lire sur la courbe de la décharge : à $t = 0, U = U_{max} = 4V$ à t=0 $U=U_{max}=4V$

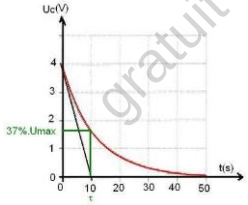
c)) Valeur du condensateur C

$$Q = UC\ soit\ C = \frac{Q}{U} = \frac{4.10^{-4}}{4} = 10^{-4}F$$

3. a)) Méthode pour déterminer τ:

- La Méthode de tangente sur la courbe de décharge

Abscisse de la tangente à t = 0 : $\tau = 10s$, abscisse du point correspondant à $U_C = 37\%.U_{max} = 1{,}5V$:



- Méthode numérique

$$\tau = RC \ \ or\ I_0 = \frac{U}{R}\ soit\ R = \frac{U}{I_0}$$

$$\tau = \frac{UC}{I_0} = \frac{Q}{I_0} = \frac{10^{-4}}{10.10^{-6}} = 10s$$

b)) Valeur de la résistance R

$$\tau = RC\ soit\ R = \frac{\tau}{C} = \frac{10}{10^{-4}} = 10^5\Omega$$

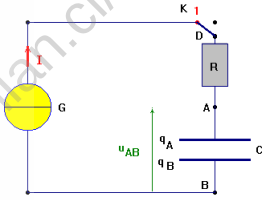
c)) Energie dissipée par l'effet joule

$$E_{dissip} = RI^2 = 10^5.(10.10^{-6})^2 = 10^{-5}J$$

Solution 5

1.a)) Calcul de la charge acculée sur les armatures

Schéma :



$$On\ a : Q = I.t = 0{,}60\times10^{-6}.3{,}5$$

$$Q = 2{,}1.10^{-6}C = 2{,}1\mu C$$

- Charge accumulée sur l'armature positive est : $q_A = 2{,}1\mu C$
- Charge accumulée sur l'armature négative est : $q_B = -2{,}1\mu C$

À chaque instant : $q_A = -q_B = 2{,}1\mu C$

b)) Valeur de la tension aux bornes du condensateur

$$U_{AB} = \frac{Q}{C} = \frac{2{,}1.10^{-6}}{0{,}5\times10^{-6}} = 4{,}2V$$

c)) Valeur de la résistance R

En régime permanant $I = \frac{U}{R}\ soit\ R = \frac{U}{I} = \frac{4{,}2}{0{,}60\times10^{-6}} = 7\times10^6\Omega$

2. Equation différentielle liant la charge q

En appliquant la loi d'additivité de tensions on a :

$$E = U_R + U_{AB} \ \ avec\ U_R = Ri\ \ avec\ i = \frac{dq}{dt}\ \ soit\ \ U_R = R\frac{dq}{dt}$$

$$et\ \ q = CU_{AB} \Rightarrow U_{AB} = \frac{q}{C} \Rightarrow E = R\frac{dq}{dt} + \frac{q}{C}$$

$$soit\ \ \frac{dq}{dt} + \frac{1}{RC}q = \frac{E}{R}\ \ ou\ \ EC = RC\frac{dq}{dt} + q$$

3. Soit $q(t) = CU\left(1 - e^{-\frac{t}{\tau}}\right) = CU - CUe^{-\frac{t}{\tau}}$

a)) Vérifions que q(t) est solution de l'équation différentielle

$\frac{dq}{dt} = \frac{CU}{\tau}e^{-\frac{t}{\tau}}$: remplaçons $\frac{dq}{dt}$ et q dans l'équation différentielle

$$UC = RC\frac{CU}{\tau}e^{-\frac{t}{\tau}} + CU - CUe^{-\frac{t}{\tau}} \Rightarrow e^{-\frac{t}{\tau}}\left(\frac{RC}{\tau} - 1\right) = 0$$

TÉLÉCHARGEZ L'APPLICATION ABLANIAN CI
DISPONIBLE SUR Google Play
Télécharger dans l'App Store

$$Or\ e^{-}\frac{t}{\tau} \neq 0 \Longrightarrow \frac{RC}{\tau} - 1 = 0\ \ soit\ \tau = RC$$

On retrouve la constante du temps caractéristique du circuit RC. D'où la solution proposée est bien solution de l'équation différentielle .

b)) Signification des terme de la solution

- q(t) charge du condensateur en Coulomb (C)
- U constante qui présente la valeur de l'échelon de tension en volt(V).
- Temps t en seconde (s)
- Constante de temps du circuit RC τ en seconde (s).
- Capacité du condensateur C en Faraday (F)

c)) Valeur de q(t) à t = 0 s ? Lorsque t → ∞ et état du condensateur :

$$q(0) = CU\left(1 - e^{-}\frac{0}{\tau}\right) = CU(1-1) = 0$$

$$q(\infty) = CU\left(1 - e^{-}\frac{\infty}{\tau}\right) = CU(1-0) = CU$$

Lorsque l'on ferme l'interrupteur K au temps t = 0 s, le condensateur se charge.

d)) Expressions de u(t) et de i(t)

$$q = Cu\ soit\ u(t) = \frac{q(t)}{C} = \frac{1}{C} \times CU\left(1 - e^{-}\frac{t}{\tau}\right) = U\left(1 - e^{-}\frac{t}{\tau}\right)$$

$$i(t) = \frac{dq}{dt} = \frac{d}{dt}\left[CU\left(1 - e^{-}\frac{t}{\tau}\right)\right] = \frac{CU}{\tau}e^{-}\frac{t}{\tau} = \frac{CU}{RC}e^{-}\frac{t}{\tau} = \frac{U}{R}e^{-}\frac{t}{\tau}$$

e)) Valeur de l'intensité en régime permanent

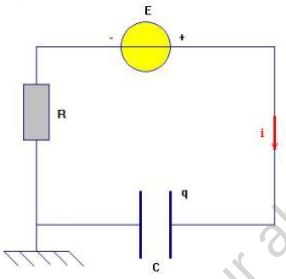
Valeur de l'intensité en régime permanent : c'est-à-dire lorsque le régime permanent est atteint.

Dans l'expression trouvée précédemment, on fait tendre le temps t vers l'infini : $i(\infty) = \frac{U}{R}e^{-}\frac{\infty}{\tau} = 0$

En conséquence, lorsque le condensateur est chargé, l'intensité du courant électrique dans le circuit est nulle.

Solution 6

1. Tension qui permet de connaître les variations de l'intensité du courant en fonction du temps et justification



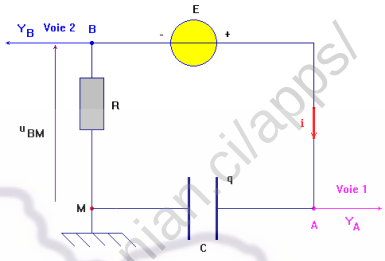
Avec l'orientation choisie, on peut écrire la loi d'Ohm aux bornes du conducteur ohmique : $u_{MB} = u_R = Ri$

La tension aux bornes du conducteur ohmique de résistance R permet de visualiser les variations de l'intensité du courant en fonction du temps ceci à une constante près : $i = \frac{1}{R}u_R$

2. Identification des deux courbes

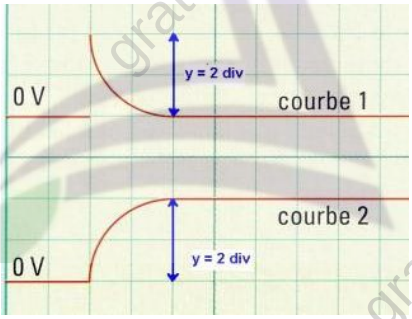
- La courbe 1: visualise les variations de la tension u R en fonction du temps (c'est-à-dire les variations de i en fonction du temps).
- La courbe 2 : visualise les variations de la tension u du condensateur C en fonction du temps.
- Lorsque l'on charge un condensateur avec un échelon de tension, l'intensité dans le circuit diminue et s'annule lorsque le condensateur est chargé.
- La tension aux bornes du condensateur augmente et devient maximale et égale à E lorsque le condensateur est chargé.

b)) Circuit et connexions à réaliser avec l'oscilloscope



- À la voie 1 (Y_A) de l'oscilloscope, on visualise la tension u_{AM}. C'est la tension aux bornes du condensateur de capacité C. Avec l'orientation choisie : , on visualise aussi les variations de la charge q en fonction du temps ceci à une constante près.
- À la voie 2 (Y_B) de l'oscilloscope, on visualise la tension u_{BM}. Avec l'orientation choisie : $u_{MB} = -u_R = -Ri$. Pour visualiser les variations de i, à une constante près, il faut appuyer sur la touche – B ou B « inversée ». Cela revient à visualiser : $u_{MB} = -u_{BM} = Ri$.

c)) Déterminer à l'aide de l'oscillogramme



-Tension E entre les bornes du générateur :

$$u_{AM\,(\max)} = E = ky = 2 \times 2 = 4V$$

- La valeur maximale I_{max} de l'intensité du courant qu'il débite :

$$u_{MB(\max)} = RI_{max} = ky\ soit\ I_{max} = \frac{ky}{R} = \frac{2 \times 2}{200} = 20mA$$

3. a)) Valeur de la constante du temps τ

$$On\ a : q(\tau) = 63\%Q_{max}\ \ soit\ u_c(\tau) = 63\%E = 0{,}63.4 = 2{,}5V$$

Graphiquement : $y = \frac{2{,}5}{2} = 1{,}25div$

$$\tau \approx k'y = 0{,}5 \times 1{,}25 \approx 0{,}625ms$$

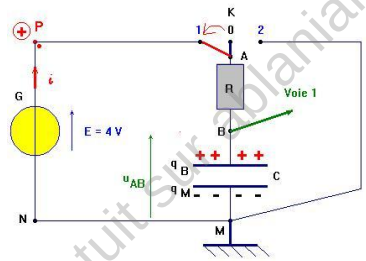
Cette méthode à l'aide de l'oscillogramme n'est pas très précise mais elle donne un ordre de grandeur de la valeur de τ.

GRATUITS SUR ablanian.com
Téléchargez l'application Ablanian CI sur Play Store et App Store
TÉLÉCHARGEZ L'APPLICATION ABLANIAN CI
DISPONIBLE SUR Google Play
Télécharger dans l'App Store

b)) Valeur approchée de la capacité C du condensateur

$$\tau = RC \ \ soit \ \ C = \frac{\tau}{R} = \frac{0{,}625.10^{-3}}{200} = 3{,}125.10^{-6}F = 3{,}125\mu F$$

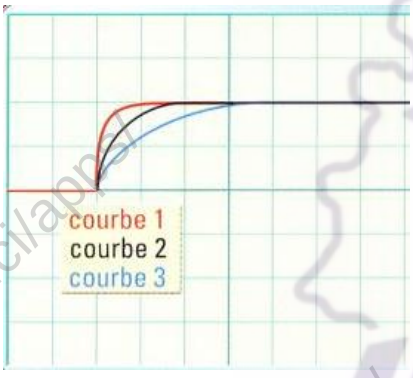
c)) Charges déposées sur les armatures.



4. a)) Les grandeurs E, I_{max} et τ sont-elles modifiées

- Lorsqu'on augmente la valeur de la résistance R du conducteur ohmique, la valeur E de l'échelon de tension reste inchangée.
- La valeur I_{max} diminue et la constante de temps τ augmente.

b)) L'oscillogramme ci-dessous représente l'allure de la tension aux bornes du condensateur pour R pour une augmentation de R et pour une diminution de R. à quel cas correspond chacune des courbes ?



- La courbe 2 correspond à R = 200 Ω.
- La courbe 1 correspond à R < 200 Ω, la constante de temps est plus petite, le condensateur se charge plus vite.
- La courbe 3 correspond à R > 200 Ω, la constante de temps est plus grande, le condensateur se charge plus lentement.

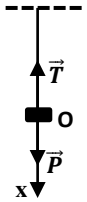
5. Lorsque l'on augmente la valeur de l'échelon de tension E, I_{max} augmente et la constante de temps τ du circuit ne change pas.

GRATUITS SUR ablanian.com
Téléchargez l'application Ablanian CI sur Play Store et App Store
TÉLÉCHARGEZ L'APPLICATION ABLANIAN CI
DISPONIBLE SUR Google Play
Télécharger dans l'App Store

Solutions sur les Oscillateurs Mécanique

Solution 1

1. Allongement du ressort



Le solide S de masse m est soumis à son poids $\vec{P}$ et à la tension $\vec{T}$ du ressort.

A l'équilibre : $\vec{P}+\vec{T}=\vec{0} \Rightarrow P=mg=T=k\Delta l$

$$\Rightarrow k=\frac{mg}{\Delta l}=\frac{0{,}2\times 10}{0{,}08}=25N.m^{-1}$$

2. a)) Equation différentielle du mouvement

T.C.I : $\vec{P}+\vec{T}=m\vec{a}$,suivant Ox :

$$mg-k(\Delta l+x)=ma \Rightarrow mg-k\Delta l-kx=ma$$

Or à l'équilibre : $mg-k\Delta l=0 \Rightarrow$

$-kx=m\frac{d^2x}{dt^2} \Rightarrow \frac{d^2x}{dt^2}+\frac{k}{m}x=0$ *en posant* $\omega_0{}^2=\frac{k}{m}$,

d'où : $\ddot{x}+\omega_0{}^2x=0$ (1)

b)) Loi horaire du mouvement

La solution de l'équation différentielle (1) est de la forme $x(t)=x_m\cos(\omega_0 t+\varphi)$.

A t=0, $x_0=x_m=x_m\cos\varphi \Rightarrow \cos\varphi=1 \Longrightarrow \varphi=0$.

$$x(t)=x_m\cos(\omega_0 t) \ avec\ \omega_0=\sqrt{\frac{k}{m}}=\sqrt{\frac{25}{0{,}2}}=11{,}18rad.s^{-1}$$

$$soit\ \ x(t)=0{,}04\cos(11{,}18t)$$

c)) Equation horaire de la vitesse

$$v=\frac{dx}{dt}=-x_m\omega_0\sin(\omega_0 t)=-0{,}04\times 11{,}18\sin(11{,}18t)$$

$$v=-0{,}45\sin(11{,}18t)$$

La vitesse maximale atteinte par S est : $v_m=0{,}45m.s^{-1}$.

Solution 2

1. a)) Expression de l'énergie mécanique :

$$E_m=E_C+E_{Pe}=\frac{1}{2}mv^2+\frac{1}{2}kx^2=\frac{1}{2}m\dot{x}^2+\frac{1}{2}kx^2$$

b)) Déduisons l'équation différentielle

Puisque les frottements sont négligeables, alors $E_m=cste$:

$$E_m=\frac{1}{2}m\dot{x}^2+\frac{1}{2}kx^2=cste \Rightarrow \frac{dE_m}{dt}=\frac{1}{2}m\frac{d\dot{x}^2}{dt}+\frac{1}{2}k\frac{dx}{dt}$$

$$soit\ \frac{1}{2}m(2\dot{x}\ddot{x})+\frac{1}{2}k(2x\dot{x})=0 \Rightarrow m\ddot{x}+kx=0 \Rightarrow \ddot{x}+\frac{k}{m}x=0$$

2. Détermination du raideur k :

$$E_m=\frac{1}{2}kx_m{}^2 \Rightarrow k=\frac{2E_m}{x_m{}^2}=\frac{2\times 3{,}6\times 10^{-3}}{(2{,}75\times 10^{-2})^2}=9{,}52N.m^{-1}$$

3. a)) Vitesse de la masse m au passage en x=0

$$E_m=\frac{1}{2}mv^2+\frac{1}{2}kx^2 \ \ pour\ x=0:\ E_m=\frac{1}{2}mv^2 \Rightarrow v=\sqrt{\frac{2E_m}{m}}$$

$$or\ T_0=2\pi\sqrt{\frac{m}{k}} \Rightarrow m=\frac{T_0{}^2k}{4\pi^2} \quad soit \quad v=\frac{2\pi}{T_0}\sqrt{\frac{2E_m}{k}}$$

$$v=\frac{2\pi}{0{,}6}\sqrt{\frac{2\times 3{,}6\times 10^{-3}}{9{,}52}}=0{,}29m.s^{-1}$$

b)) La vitesse de la masse m à l'instant t

$$E_m=E_C+E_P \Longrightarrow E_C=E_m-E_P$$

$$E_C=3{,}6\times 10^{-3}-2.10^{-3}=1{,}6\times 10^{-3}J$$

$$E_C=\frac{1}{2}mv^2 \Rightarrow v=\sqrt{\frac{2E_C}{m}}=\frac{2\pi}{T_0}\sqrt{\frac{2E_C}{k}}$$

$$v=\frac{2\pi}{0{,}6}\sqrt{\frac{2\times 1{,}6\times 10^{-3}}{9{,}52}}=0{,}192m.s^{-1}$$

Solution 3

1. a)) Valeur de la masse m :

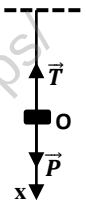
$$T_0=2\pi\sqrt{\frac{m}{k}} \Rightarrow m=\frac{T_0{}^2k}{4\pi^2}=\frac{0{,}42^2\times 45}{4\times 10}=0{,}198kg=0{,}2kg$$

b)) Allongement du ressort à l'équilibre

Le solide S de masse m est soumis à son poids $\vec{P}$ et à la tension $\vec{T}$ du ressort.

A l'équilibre : $\vec{P}+\vec{T}=\vec{0} \Rightarrow P=mg=T=k\Delta l \Rightarrow$

$$\Delta l=\frac{mg}{k}=\frac{0{,}2\times 10}{45}=4{,}44.10^{-2}m$$



2. a)) Equation horaire du mouvement

- Equation différentielle du mouvement

T.C.I : $\vec{P}+\vec{T}=m\vec{a}$,suivant Ox :

$$mg-k(\Delta l+x)=ma \Rightarrow mg-k\Delta l-kx=ma$$

Or à l'équilibre : $mg-k\Delta l=0 \Rightarrow$

$-kx=m\frac{d^2x}{dt^2} \Rightarrow \frac{d^2x}{dt^2}+\frac{k}{m}x=0$ *en posant* $\omega_0{}^2=\frac{k}{m}$,

d'où : $\ddot{x}+\omega_0{}^2x=0$

La solution de cette équation différentielle est de la forme $x(t)=x_m\cos(\omega_0 t+\varphi)$.

A t=0, $x_0=x_m=x_m\cos\varphi \Rightarrow \cos\varphi=1 \Longrightarrow \varphi=0$.

$$soit\ \ x(t)=x_m\cos(\omega_0 t)\ \ avec\ \omega_0=\frac{2\pi}{T_0}=\frac{2\pi}{0{,}42}=14{,}96rad.s^{-1}$$

$$d'o\grave{u} : x(t)=0{,}06\cos(14{,}96t).$$

b)) Vitesse du solide à l'équilibre

Appliquons la conservation de l'énergie mécanique :

$$E_i=\frac{1}{2}kx_m{}^2=E_f=\frac{1}{2}mv_0{}^2 \Longrightarrow v_m=\sqrt{\frac{kx_m{}^2}{m}}=x_m\sqrt{\frac{k}{m}}$$

$$v_m=0{,}06\times\sqrt{\frac{45}{0{,}2}}=0{,}9m.s^{-1}$$

3. Calculons au points d'abscisse x = 0,03m :

a))) L'énergie cinétique du système :

$$E_C=\frac{1}{2}mv^2\ or\ v=\frac{dx}{dt}=-x_m\omega_0\sin(\omega_0 t)\ \ et$$

$$x=0{,}06\cos(\omega_0 t)=0{,}03 \Longrightarrow \cos(\omega_0 t)=\frac{1}{2} \Longrightarrow \omega_0 t=\frac{\pi}{3}rad$$

$$soit\ \ v=-0{,}06\times 14{,}96\times\sin\left(\frac{\pi}{3}\right)=-0{,}77m.s^{-1}$$

$$E_C=\frac{1}{2}\times 0{,}2\times 0{,}77^2=5{,}93\times 10^{-2}J$$

GRATUITS SUR ablanian.com
Téléchargez l'application Ablanian CI sur Play Store et App Store
TÉLÉCHARGEZ L'APPLICATION ABLANIAN CI
DISPONIBLE SUR Google Play
Télécharger dans l'App Store

b)) L'énergie potentielle élastique du système

$$E_{Pe} = \frac{1}{2}kx^2 = \frac{1}{2} \times 45 \times 0{,}03^2 = 2{,}025 \times 10^{-2} J$$

c)) L'énergie potentielle de pesanteur :

$$E_{PP} = -mgx = -0{,}2 \times 10 \times 0{,}03 = -0{,}06J$$

d)) L'énergie mécanique du système :

$$E_m = E_C + E_{PP} + E_{Pe}$$

$$E_m = 5{,}93.10^{-2} - 0{,}06 + 2{,}025 \times 10^{-2} = -3{,}382 \times 10^{-2} J$$

Solution 4

1. Valeur numérique de l'amplitude, de la pulsation, de la période et de la fréquence

$$x(t) = 5{,}0.10^{-2} \cos\left(25t + \frac{\pi}{4}\right)$$

$$\Rightarrow x_m = 0{,}05m\ ;\ \omega_0 = 25rad.s^{-1}$$

$$T_0 = \frac{2\pi}{\omega_0} = \frac{2\pi}{25} = 0{,}25s \ et \ N_0 = \frac{1}{T_0} = \frac{1}{0{,}25} = 4Hz$$

Remarque :

Le mouvement effectué pendant une période est appelé une oscillation. La fréquence propre N_0 est le nombre d'oscillations effectuées en une seconde.

2. Calcul de x_0 , v_0 et a_0 à t=0s :

$x(t) = 5{,}0.10^{-2} \cos\left(25t + \frac{\pi}{4}\right)$,

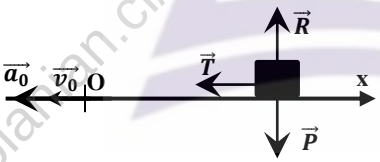
$$v = \frac{dx}{dt} - 1{,}25 \sin\left(25t + \frac{\pi}{4}\right) \ et$$

$$a = \frac{dv}{dt} - 31{,}25 \cos\left(25t + \frac{\pi}{4}\right)$$

$$A\ t = 0s, x_0 = 5{,}0.10^{-2} \cos\left(\frac{\pi}{4}\right) = 3{,}53 \times 10^{-2} m$$

$$v_0 = -1{,}25 \sin\left(\frac{\pi}{4}\right) = -0{,}88m.s^{-1}$$

$$a_0 = -31{,}25 \cos\left(\frac{\pi}{4}\right) = -22{,}01m.s^{-2}.$$



3. Inventaire des forces appliquées

Le solide S de masse m est soumis à son poids $\vec{P}$ à la tension $\vec{T}$ du ressort et à la réaction $\vec{R}$.

A l'équilibre : $\vec{P} + \vec{R} = \vec{0} \Rightarrow P = R$

$$R = P = mg = 0{,}1 \times 9{,}8 = 0{,}98N$$

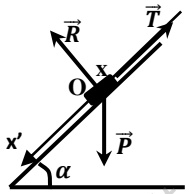
Valeur de la constante k :

$$\omega_0{}^2 = \frac{k}{m} \Longrightarrow k = m\omega_0{}^2 = 0{,}1 \times 25^2 = 62{,}5N.m^{-1}$$

4. Energie mécanique du système : :

$$E_m = \frac{1}{2}kx_m{}^2 = \frac{1}{2}(62{,}5) \times 0{,}05^2 = 7{,}81 \times 10^{-2} J$$

Solution 5



1. Allongement du ressort à l'équilibre

Le solide S de masse m est soumis à son poids $\vec{P}$ à la tension $\vec{T}$ du ressort et à la réaction $\vec{R}$. A l'équilibre : $\vec{P} + \vec{R} + \vec{T} = \vec{0}$

Suivant Ox' : $mg \sin\alpha - T = 0 \Longrightarrow T = k\Delta l = mg \sin\alpha$

$$\Delta l = \frac{mg \sin\alpha}{k} = \frac{50 \times 10^{-3} \times 10 \times 0{,}5}{5} = 0{,}05m$$

2. a)) Equation différentielle du mouvement

T.C.I : $\vec{P} + \vec{R} + \vec{T} = m\vec{a}$, suivant Ox' :

$$mg \sin\alpha - T = ma = m\frac{dx^2}{dt^2} \Longrightarrow$$

$$mg \sin\alpha - k(x + \Delta l) = m\frac{dx^2}{dt^2} \Longrightarrow$$

$-kx = m\frac{dx^2}{dt^2}$ $car\ mg \sin\alpha - k\Delta l = 0$

$\frac{d^2x}{dt^2} + \frac{k}{m}x = 0$ $en\ posant\ \omega_0{}^2 = \frac{k}{m}$, on a : $\ddot{x} + \omega_0{}^2 x = 0$

b)) Loi horaire du mouvement

La solution de l'équation différentielle précédente est de la forme $x(t) = x_m \cos(\omega_0 t + \varphi)$.

A t=0, $v_0 = 0 \Longrightarrow x_0 = x_m = x_m \cos\varphi \Rightarrow \cos\varphi = 1 \Longrightarrow \varphi = 0.$

$$x(t) = x_m \cos(\omega_0 t) \ avec\ \omega_0 = \sqrt{\frac{5}{0{,}05}} = 10rad.s^{-1}$$

$soit\ x(t) = 0{,}05 \cos(10t)$

3. Montrons que l'énergie potentielle totale est :

$$E_P = \frac{1}{2}kx^2 + C$$

On a : $E_P = E_{PE} + E_{PP} = \frac{1}{2}k(x + \Delta l)^2 - mgx \sin\alpha$

$$E_P = \frac{1}{2}kx^2 + \frac{1}{2}k\Delta l^2 + (k\Delta l - mg \sin\alpha)x$$

$or\ k\Delta l - mg \sin\alpha = 0$ (position d'équilibre), alors :

$$E_P = \frac{1}{2}kx^2 + \frac{1}{2}k\Delta l^2 = \frac{1}{2}kx^2 + C$$

Avec $C = \frac{1}{2}k\Delta l^2 = \frac{1}{2} \times 5 \times 0{,}05^2 = 6{,}25 \times 10^{-3} J$

4. Montrons que l'énergie mécanique du système est constante

$E = E_C + E_P = \frac{1}{2}mv^2 + \frac{1}{2}kx^2 + C$: $x = x_m \cos(\omega_0 t)$ et

$v = \frac{dx}{dt} = -x_m\omega_0 \sin(\omega_0 t)$

$$E = \frac{1}{2}mx_m{}^2\omega_0{}^2 sin^2(\omega_0 t) + \frac{1}{2}kx_m{}^2 cos^2(\omega_0 t) + C$$

$or\ \omega_0{}^2 = \frac{k}{m} \Longrightarrow E = \frac{1}{2}kx_m{}^2 sin^2(\omega_0 t) + \frac{1}{2}kx_m{}^2 cos^2(\omega_0 t) + C$

$$E = \frac{1}{2}kx_m{}^2\left(sin^2(\omega_0 t) + cos^2(\omega_0 t)\right) + C$$

$$E = \frac{1}{2}kx_m{}^2 + C = cste$$

$$A.N: E = \frac{1}{2} \times 5 \times 0{,}05^2 + 6{,}25 \times 10^{-3} = 12{,}5 \times 10^{-3} J$$

5. Calculons x, v et a à la date $t = \frac{\pi}{40}s$

GRATUITS SUR ablanian.com
Téléchargez l'application Ablanian CI sur Play Store et App Store
TÉLÉCHARGEZ L'APPLICATION ABLANIAN CI
DISPONIBLE SUR Google Play
Télécharger dans l'App Store

$$x = 0{,}05\cos(10\times\frac{\pi}{40}) = 3{,}53\times10^{-2}m$$

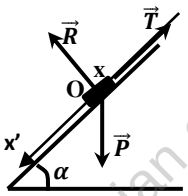
$$v = -x_m\omega_0\sin(\omega_0 t) = -0{,}5\sin\left(10\times\frac{\pi}{40}\right) = -0{,}35m.s^{-1}$$

$$a = \frac{dv}{dt} = -5\cos(10t) = -5cos(10\times\frac{\pi}{40}) = -3{,}53m.s^{-2}$$

Solution 6

1. Raideur k du ressort à l'équilibre

Le solide S de masse m est soumis à son poids $\vec{P}$ à la tension $\vec{T}$ du ressort et à la réaction $\vec{R}$. A l'équilibre : $\vec{P}+\vec{R}+\vec{T}=\vec{0}$



Suivant Ox' : $mg\sin\alpha - T = 0 \Longrightarrow T = k\Delta l = mg\sin\alpha$

$$k = \frac{mg\sin\alpha}{\Delta l} = \frac{200\times10^{-3}\times9{,}8\times0{,}5}{0{,}06} = 16{,}33N.m^{-1}$$

2. a)) Equation différentielle du mouvement

T.C.I : $\vec{P}+\vec{R}+\vec{T}=m\vec{a}$, suivant Ox' :

$$mg\sin\alpha - T = ma = m\frac{dx^2}{dt^2} \Longrightarrow$$

$$mg\sin\alpha - k(x+\Delta l) = m\frac{dx^2}{dt^2} \Longrightarrow -kx = m\frac{dx^2}{dt^2}$$

$car\ mg\sin\alpha - k\Delta l = 0$

$\frac{d^2x}{dt^2}+\frac{k}{m}x=0$ $en\ posant\ {\omega_0}^2=\frac{k}{m}$, on a : $\ddot{x}+{\omega_0}^2x=0$

La période propre : $T_0 = \frac{2\pi}{\omega_0} = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}} = 2\pi\sqrt{\frac{0{,}2}{16{,}33}} = 0{,}7s$

b)) Lois horaires du mouvement

La solution de l'équation différentielle précédente est de la forme $x(t) = x_m\cos(\omega_0 t+\varphi)$.

A t=0, $v_0 = 0 \Longrightarrow x_m = x_m\cos\varphi \Rightarrow \cos\varphi = 1 \Longrightarrow \varphi = 0$.

$$x(t) = x_m\cos(\omega_0 t)\ \ avec\ \omega_0 = \sqrt{\frac{16{,}33}{0{,}2}} = 90{,}36rad.s^{-1}$$

$x(t) = 0{,}05\cos(90{,}36t)$ et $v = -x_m\omega_0\sin(\omega_0 t)$

$v(t) = -0{,}05\times90{,}36\sin(90{,}36t) = -4{,}518\sin(90{,}36t)$

3. Calculons l'énergie totale du système :

$E = E_C + E_{PE} + E_{PP} = \frac{1}{2}mv^2 + \frac{1}{2}k(x+\Delta l)^2 - mgx\sin\alpha$

$$E = \frac{1}{2}mv^2 + \frac{1}{2}kx^2 + \frac{1}{2}k\Delta l^2 + (k\Delta l - mg\sin\alpha)x$$

$or\ à\ l'équilibre: k\Delta l - mg\sin\alpha = 0$

$E = \frac{1}{2}mv^2 + \frac{1}{2}kx^2 + \frac{1}{2}k\Delta l^2$ avec $x = x_m\cos(\omega_0 t)$ et

$v = \frac{dx}{dt} = -x_m\omega_0\sin(\omega_0 t)\ \ et\ \ m{\omega_0}^2 = k$

$$E = \frac{1}{2}m{x_m}^2{\omega_0}^2sin^2(\omega_0 t) + \frac{1}{2}k{x_m}^2cos^2(\omega_0 t) + \frac{1}{2}k\Delta l^2$$

$$E = \frac{1}{2}k{x_m}^2sin^2(\omega_0 t) + \frac{1}{2}k{x_m}^2cos^2(\omega_0 t) + \frac{1}{2}k\Delta l^2$$

$$E = \frac{1}{2}k{x_m}^2\left(sin^2(\omega_0 t) + cos^2(\omega_0 t)\right) + \frac{1}{2}k\Delta l^2$$

$$E = \frac{1}{2}k{x_m}^2 + \frac{1}{2}k\Delta l^2 = \frac{1}{2}k({x_m}^2 + \Delta l^2) = cste$$

$$A.N: E = \frac{1}{2}\times16{,}33(0{,}05^2 + 0{,}06^2) = 4{,}98\times10^{-2}J$$

Remarque : S'il s'agit de calculer tout simplement l'énergie mécanique, vous pouvez directement poser la formule sans la démontrer. Mais s'il s'agit d'une démonstrations suivez les démarches ci-dessus.

3. a)) Nature du mouvement de (S)

Le se détache du ressort, alors il sera soumis à son poids $\vec{P}$ et à la réaction $\vec{R}$ de la piste.

T.C.I : $\vec{P}+\vec{R}+\vec{T}=m\vec{a}$, suivant x'x : $mg\sin\alpha = ma$

$a = g\sin\alpha > 0 \Longrightarrow$ le mouvement de (S) après le détachement du ressort est uniformément accéléré.

$a = g\sin\alpha = 9{,}8\times0{,}5 = 4{,}9m.s^{-2}$

b)) Loi horaire de ce mouvement :

$$x(t) = \frac{1}{2}at^2 = \frac{1}{2}\times4{,}9t^2 = 2{,}45t^2$$

c)) Energie mécanique de (S) à t=2s

$E = E_C + E_{PP} = \frac{1}{2}mv^2 - mgx\sin\alpha\ \ avec\ v = at = 4{,}9t$

$et\ x = 2{,}45t^2\ :\ A\ t = 2s,$

$v = 4{,}9\times2 = 9{,}8m.s^{-1}\ \ et\ x = 2{,}45\times4 = 9{,}8m$

$E = \frac{1}{2}\times0{,}2\times9{,}8^2 - 0{,}2\times9{,}8\times9{,}8\times0{,}5 = 0$

Remarque et conclusion

- Lorsque le ressort se place verticalement, l' énergie mécanique du système est donnée par :

$$E_m = \frac{1}{2}k{x_m}^2 + \frac{1}{2}k\Delta l^2 = cste\ \ avec$$

- Lorsque le ressort se déplace horizontalement, son énergie mécanique est donnée par : $E_m = \frac{1}{2}k{x_m}^2 = cste$

Solution 7

1. Equation différentielle du mouvement

Le solide S de masse m est soumis à son poids $\vec{P}$ à la tension $\vec{T}$ du ressort et à la réaction $\vec{R}$.

T.C.I : $\vec{P}+\vec{R}+\vec{T}=m\vec{a}$, suivant x'x :

$$-T = ma \Longrightarrow -kx = m\frac{dx^2}{dt^2} \Longrightarrow \frac{dx^2}{dt^2}+\frac{k}{m}x = 0\ (1)$$

2. Equation horaire du mouvement

La solution de l''équation différentielle est de la forme :

$x(t) = x_m\cos(\omega_0 t+\varphi)\ \ et\ v = \frac{dx}{dt} = -x_m\omega_0\sin(\omega_0 t+\varphi)$

- Valeur de l'amplitude : Appliquons la conservation de l'énergie mécanique :

$E_i = \frac{1}{2}m{v_0}^2 = E_f = \frac{1}{2}k{x_m}^2 \Longrightarrow \frac{1}{2}m{v_0}^2 = \frac{1}{2}k{x_m}^2$

$$\Longrightarrow x_m = \frac{m{v_0}^2}{k} = \frac{0{,}1\times0{,}4^2}{10} = 1{,}6\times10^{-3}m$$

- Pulsation propre des oscillations :

GRATUITS SUR ablanian.com
Téléchargez l'application Ablanian CI sur Play Store et App Store
TÉLÉCHARGEZ L'APPLICATION ABLANIAN CI
DISPONIBLE SUR Google Play
Télécharger dans l'App Store

$$\omega_0 = \sqrt{\frac{k}{m}} = \sqrt{\frac{10}{0,1}} = 10 rad.s^{-1}$$

- Phase initiale φ :

$A\ t = 0s, x_0 = 0 = x_m \cos(\varphi) \implies \cos(\varphi) = 0$

$\Leftrightarrow \varphi = \frac{\pi}{2}\ ou\ \varphi = \frac{-\pi}{2} et\ v_0 = -x_m\omega_0 \sin(\varphi)$

$\begin{cases} \varphi = \frac{\pi}{2} \implies v_0 = -x_m\omega_0 \\ \varphi = -\frac{\pi}{2} \implies v_0 = x_m\omega_0 \end{cases} \implies \varphi = -\frac{\pi}{2}\ car\ à\ t = 0, v_0 > 0$

$x(t) = 1,6 \times 10^{-3} \cos\left(10t - \frac{\pi}{2}\right)$

3. a)) Expression de l'énergie mécanique du système en fonction de $k, m, x\ et\ v$.

$E = E_C + E_{PE} + E_{PP} = \frac{1}{2}mv^2 + \frac{1}{2}kx^2 \quad car\ E_{PP} = 0$

b)) Expression de l'énergie mécanique en fonction de $k\ et\ x_m$

$E = \frac{1}{2}mv^2 + \frac{1}{2}kx^2$ avec $x = x_m \cos\left(\omega_0 t - \frac{\pi}{2}\right)$ et

$v = \frac{dx}{dt} = -x_m\omega_0 \sin\left(\omega_0 t - \frac{\pi}{2}\right)$

$E = \frac{1}{2}m{x_m}^2\omega_0^2 sin^2\left(\omega_0 t - \frac{\pi}{2}\right) + \frac{1}{2}k{x_m}^2 cos^2\left(\omega_0 t - \frac{\pi}{2}\right) + \frac{1}{2}k\Delta l^2$

$E = \frac{1}{2}k{x_m}^2 sin^2\left(\omega_0 t - \frac{\pi}{2}\right) + \frac{1}{2}k{x_m}^2 cos^2\left(\omega_0 t - \frac{\pi}{2}\right)$

$E = \frac{1}{2}k{x_m}^2\left(sin^2\left(\omega_0 t - \frac{\pi}{2}\right) + cos^2\left(\omega_0 t - \frac{\pi}{2}\right)\right)$

$E = \frac{1}{2}k{x_m}^2 = cste$

c))) Retrouvons l'équation différentielle

Puisque les frottements sont négligeables, alors le système est harmonique et $E_m = cste$:

$E_m = \frac{1}{2}m\dot{x}^2 + \frac{1}{2}kx^2 = cste \Rightarrow \frac{dE_m}{dt} = \frac{1}{2}m\frac{d\dot{x}^2}{dt} + \frac{1}{2}k\frac{dx}{dt} = 0$

$\implies \frac{1}{2}m(2\dot{x}\ddot{x}) + \frac{1}{2}k(2x\dot{x}) = 0\ m\ddot{x} + kx = 0 \Rightarrow \ddot{x} + \frac{k}{m}x = 0$

Solution 8

1. a)) Expression de v en fonction de $R, g\ et\ \theta$

Le solide (S) est soumis à son poids $\vec{P}$ et à la tension $\vec{T}$ du fil

T.C.I : $\vec{P} + \vec{T} = m\vec{a}$

suivant x'x :

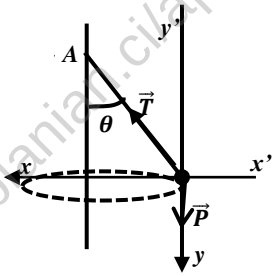
$T sin\theta = ma_n = mr\omega^2$

avec r = Rsinθ , alors :

$T = mR\omega^2 \quad (1)$

Suivant y'y : $T cos\theta - mg = 0 \Rightarrow$

$soit\ T = \frac{mg}{cos\,\theta} \quad (2)$



$(1) = (2), alors : mR\omega^2 = \frac{mg}{cos\,\theta} \Rightarrow R\omega^2 = \frac{g}{cos\,\theta}$

Or $v = r\omega = \omega R \sin\theta \implies v^2 = \omega^2 R \times R \sin^2\theta$

$v^2 = \frac{g}{cos\,\theta} \times R\, sin^2\,\theta = gR \times \frac{sin\,\theta}{cos\,\theta} sin\,\theta \implies$

$v^2 = gR\, tan\,\theta\, sin\,\theta \implies v = \sqrt{gR\, tan\,\theta\, sin\,\theta}$

b)) Valeur de v_1 en M_1 si $SA_1 = \frac{R}{2}$

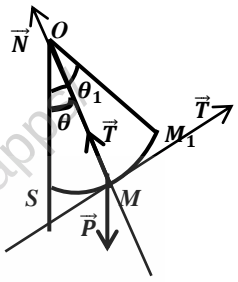
$v_1 = \sqrt{gR \tan\theta_1 \sin\theta_1}$ $avec\ \sin\theta_1 = \frac{SA_1}{OM_1} = \frac{R}{2R} = \frac{1}{2} \implies \theta_1 = 30°$

$AN: v_1 = \sqrt{10 \times 0,8 \times \tan 30° \sin 30°} = 1,52 m.s^{-1}\ et$

$\omega_1 = \frac{v_1}{R \sin\theta_1} = \frac{1,52}{0,8 \times \frac{1}{2}} = 3,8 rad.s^{-1}$

2. a)) Expression de la vitesse au point M en fonction de g, R, θ

La masse m est soumise à son poids $\vec{P}$ et à la tension $\vec{T}$ du fil.



T.E.C : entre M_1 et M

$E_C(M) - E_C(M_1) = W(\vec{P}) + W(\vec{T}),$

$\frac{1}{2}m{v_{MM}}^2 = mgh \implies v_M = \sqrt{2gh}$

$Avec\ h = R\cos\theta - R\cos\theta_0 = R(\cos\theta - \cos\theta_1)$

$d'où\ v_M = \sqrt{2\,gR(\cos\theta - \cos\theta_1)}$

Intensité de la réaction R au point M.

T.C.I : $\vec{P} + \vec{R} = m\vec{a}$

Suivant $\vec{N}$: $-mg\cos\theta + R = ma_n = m\frac{{v_M}^2}{R}$

$R_M = m\left(g\cos\theta + \frac{{v_M}^2}{R}\right) = m(g\cos\theta + 2g(\cos\theta - \cos\theta_1)$

$R_M = mg(3\cos\theta - 2\cos\theta_1)$

b)) Application numérique de v er R au point S

Au point $\theta = 0 \Rightarrow v_S = \sqrt{2gR(1 - \cos\theta_1)}$

$v_S = \sqrt{20 \times 0,8(1 - \cos 30°)} = 1,46 m.s^{-1}$

$R_S = mg(3 - 2\cos\theta_1)$

$R_S = 50.10^{-3} \times 10(3 - 2\cos 30°) = 0,63N$

3. a)) Valeur de l'angle $\theta_2 = mes(\widehat{OS}, \widehat{OM_2})$

$\sin\theta_2 = \frac{SA_2}{OM_2} = \frac{8}{80} = 0,1 \implies \theta_2 = sin^{-1}(0,1) = 5,74°$

b)) Nature du mouvement de S

R.F.D (en rotation) : $M(\vec{R}) + M(\vec{P}) = J\ddot{\theta} \implies$

$-mgR\,sin\,\theta = J\ddot{\theta} = mR^2\ddot{\theta} \implies \ddot{\theta} + \frac{g}{R}sin\,\theta$

$Comme\ \theta\ est\ plus\ petit, alors\ sin\,\theta \sim \theta \implies \ddot{\theta} + \frac{g}{R}\theta$

C'est une équation différentielle du second degré sans second membre ou sans amortissement, elle caractérise un mouvement de rotation sinusoïdal.

GRATUITS SUR ablanian.com
Téléchargez l'application Ablanian CI sur Play Store et App Store
TÉLÉCHARGEZ L'APPLICATION ABLANIAN CI
DISPONIBLE SUR Google Play
Télécharger dans l'App Store

Période propre des oscillations :

$$T_0 = \frac{2\pi}{\omega_0} \text{ où } \omega_0 = \sqrt{\frac{g}{R}} \Rightarrow T_0 = 2\pi\sqrt{\frac{R}{g}} = 2\pi\sqrt{\frac{0,8}{10}} = 1,78s$$

b)) Energie mécanique du système au point M

$$E_m = E_C + E_P \quad avec\ E_C = \frac{1}{2}J\dot{\theta}^2 = \frac{1}{2}mR^2\dot{\theta}^2$$

$$et\ E_P = mgz = mgR(1-\cos\theta)$$

$$E_m = \frac{1}{2}mR^2\dot{\theta}^2 + mgR(1-\cos\theta)$$

Retrouvons l'équation :

Le système est isolé donc : $E_m = cste \Rightarrow \frac{dE_m}{dt} = 0$

$$\frac{dE_m}{dt} = \frac{1}{2}mR^2\frac{d\dot{\theta}^2}{dt} + mgR\frac{d}{dt}(1-\cos\theta) = 0$$

$$\frac{1}{2}mR^2(2\dot{\theta}\ddot{\theta}) + mgR\dot{\theta}\sin\theta = 0 \Rightarrow \sin\theta \sim \theta \Rightarrow \ddot{\theta} + \frac{g}{R}\theta$$

c)) Equation horaire du mouvement de la projection en A

L'équation différentielle admet comme solution :

$$\theta = \theta_m\cos(\omega_0 t + \varphi)$$

$$\text{A t} = 0s, \theta_0 = \theta_m \Rightarrow \varphi = 0 \Rightarrow \theta = \theta_m\cos(\omega_0 t)$$

Or $x = R\theta = R\theta_m\cos(\omega_0 t)$ $et\ R\theta_m = SA_2$

$$soit\ x(t) = SA_2\cos(\sqrt{\frac{g}{R}}t)$$

$$x(t) = 0,08\cos\left(\sqrt{\frac{10}{0,8}}t\right) = 0,08\cos(3,54t)\ (m)$$

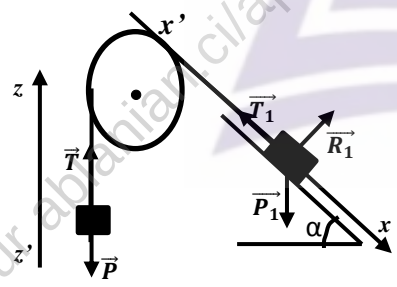
Vitesse maximale de A

$$v = \frac{dx}{dt} = -0,08\times 3,54\sin(3,54t) = -0,28\sin(3,54t)$$

$$v = v_{max}\sin(3,54t) \Rightarrow v_{max} = 0,28m.s^{-1}$$

Solution 9

1. a)) Valeur de l'angle α en degré



- Pour la masse m_1 : $T.CI : \vec{P_1} + \vec{T_1} + \vec{R_1} += m_1\vec{a}$

Suivant x'x :

$$m_1 g\sin\alpha - T_1 = m_1 a \Rightarrow T_1 = m_1 g\sin\alpha - m_1 a\ (2)$$

- Pour la masse m : $T.CI : \vec{P} + \vec{T} = m\vec{a}$

Suivant z'z : $-mg + T = Ma \Rightarrow T = mg + ma\ (3)$

$Or\ T_1 = T\ alors : m_1 g\sin\alpha - m_1 a = mg + ma$

$$a(m+m_1) = m_1 g\sin\alpha - mg \Rightarrow \sin\alpha = \frac{a(m+m_1)+mg}{m_1 g}$$

$$A.N: \sin\alpha = \frac{2,5(0,1+0,7)+0,1\times 10}{0,7\times 10} = 0,43 \Rightarrow \alpha = 25,38°$$

b)) Travaille de la tension T_1 entre A et B

$$W(\vec{T_1}) = T_1 \times AB \text{ , avec } T_1 = m_1(g\sin\alpha - a)$$

$$T_1 = 0,7(10\times 0,46 - 2,5) = 1,47N$$

$$R.I.T : {v_B}^2 = 2aAB \Rightarrow AB = \frac{{v_B}^2}{2a} = \frac{4^2}{2\times 2,5} = 3,2m$$

$$W(\vec{T_1}) = 1,47\times 3,2 = 4,70J$$

- Durée de la phase AB : $v_B = at_{AB} \Rightarrow t_{AB} = \frac{v_B}{a} = \frac{4}{2,5} = 1,6s$

2. Valeur de la masse m_2 et le racourssiment maximale X_m

- Après le choc , les deux solides s'accrochent donc il y a conservation de la quantité de mouvement, c'à dire la quantité de mouvement avant le choc est égale à la quantité de mouvement après le choc.

$$(m_1+m_2)\overrightarrow{v_G} = m_1\overrightarrow{v_B} \Rightarrow m_2 v_G = m_1(v_B - v_G)$$

$$soit\ m_2 = \frac{m_1(v_B - v_G)}{v_G} \Rightarrow m_2 = \frac{700(4-2)}{2} = 700g$$

- Comme les deux solides glissent sans frottement sur le plan horizontal, alors le système est conservatif, il y a alors conservation de l'énergie mécanique :

$$E_{mf} = E_{mi} \Rightarrow E_{Cf} + E_{Pf} = E_{Ci} + E_{Pi}$$

$$or\ E_{Pi} = 0\ et\ E_{Cf} = 0 \Rightarrow E_{Pf} = E_{Ci} \Rightarrow$$

$$\frac{1}{2}k{x_m}^2 = \frac{1}{2}(m_1+m_2){v_G}^2 \Rightarrow x_m = v_G\sqrt{\frac{(m_1+m_2)}{k}}$$

$$x_m = 2\sqrt{\frac{(0,7+0,7)}{400}} = 0,118m = 0,12m$$

3. a)) Equation différentielle du mouvement

$$E_m = \frac{1}{2}(m_1+m_2)\dot{x}^2 + \frac{1}{2}kx^2 = cste$$

$$\Rightarrow \frac{dE_m}{dt} = \frac{1}{2}(m_1+m_2)\frac{d\dot{x}^2}{dt} + \frac{1}{2}k\frac{dx}{dt} = 0$$

$$\Rightarrow \frac{1}{2}(m_1+m_2)(2\dot{x}\ddot{x}) + \frac{1}{2}k(2x\dot{x}) = 0$$

$$\Rightarrow (m_1+m_2)\ddot{x} + kx = 0 \Rightarrow \ddot{x} + \frac{k}{m_1+m_2}x = 0$$

Posons ${\omega^2}_0 = \frac{k}{m_1+m_2} \Rightarrow \ddot{x} + {\omega^2}_0 x$, c'est une équation différentielle du second ordre sans second membre caractérise un mouvement rectligne sinusoidal.

Valeur de la période du mouvement

$$\omega_0 = \sqrt{\frac{k}{m_1+m_2}} \Rightarrow T_0 = 2\pi\sqrt{\frac{m_1+m_2}{k}} = 2\pi\sqrt{\frac{0,7+0,7}{400}} = 0,37s$$

b)) Loi horaire du mouvement

La solution de l'équation différentielle (1) est de la forme $x(t) = x_m\cos(\omega_0 t + \varphi)$.

A t=0, $x_0 = x_m = x_m\cos\varphi \Rightarrow \cos\varphi = 1 \Rightarrow \varphi = 0.$

$$x(t) = x_m\cos(\omega_0 t)\ avec\ \omega_0 = \frac{2\pi}{T_0} = \frac{2\pi}{0,37} = 16,98rad.s^{-1},$$

$$x(t) = 0,12\cos(16,98t).$$

GRATUITS SUR ablanian.com
Téléchargez l'application Ablanian CI sur Play Store et App Store
TÉLÉCHARGEZ L'APPLICATION ABLANIAN CI
DISPONIBLE SUR Google Play
Télécharger dans l'App Store

Solution 10

1. a)) Le bilan des forces : le poids $\vec{P}$ et la réaction $\vec{R}$

b)) Calcul de la vitesse v au point B

T.E.C : entre A et B : $\frac{1}{2}mv_B{}^2 = mgh_A$ soit $v_B = \sqrt{2gh_A}$

$A.N$: $v_B = \sqrt{2 \times 10 \times 31{,}25 \times 10^{-2}} = 2{,}5m.s^{-1}$

2. a)) Vitesse v_0 du solide juste avant le choc

Comme sur le tronçon BO les frottements sont négligeables, alors

T.E.C : entre B et O :

$$\frac{1}{2}mv_0{}^2 - \frac{1}{2}mv_B{}^2 = 0 \Rightarrow v_0{}^2 = v_B{}^2 \Rightarrow v_0 = v_B = 2{,}5m.s^{-1}$$

b)) Energie mécanique de (S) juste avant le choc

$$E_m(O) = E_{CO} + E_{PP}(O) = E_{CO} = \frac{1}{2}mv_0{}^2 \quad car \quad E_{PP}(O) = 0$$

$$E_m(O) = \frac{1}{2} \times 2 \times 2{,}5^2 = 6{,}25J$$

3. a)) Valeur de l'amplitude x_m

En appliquant la conservation de l'énergie mécanique on a :

$$E_m(O) = E_{mf} = \frac{1}{2}kx_m{}^2 \Rightarrow \frac{1}{2}kx_m{}^2 = E_m(O) = \frac{1}{2}mv_0{}^2$$

$$\Rightarrow x_m = \sqrt{\frac{2E_m(O)}{k}} = v_0\sqrt{\frac{m}{k}} \Rightarrow x_m = \sqrt{\frac{2 \times 6{,}25}{200}} = 0{,}25m$$

b)) Equation différentielle du mouvement de (S)

Comme les frottements sont négligeables, alors le système est harmonique et $E_m = cste$:

$$E_m = \frac{1}{2}m\dot{x}^2 + \frac{1}{2}kx^2 = cste \Rightarrow \frac{dE_m}{dt} = \frac{1}{2}m\frac{d\dot{x}^2}{dt} + \frac{1}{2}k\frac{dx}{dt} = 0$$

$$\Rightarrow \frac{1}{2}m(2\dot{x}\ddot{x}) + \frac{1}{2}k(2x\dot{x}) = 0 \; m\ddot{x} + kx = 0 \Rightarrow \ddot{x} + \frac{k}{m}x = 0$$

$$\omega_0{}^2 = \frac{k}{m} \Rightarrow \ddot{x} + \omega_0{}^2 x = 0$$

Pulsation propre $\omega_0 = \sqrt{\frac{k}{m}} = \sqrt{\frac{200}{2}} = 10rad.s^{-1}$

Loi horaire du mouvement de (S) : $x(t) = x_m\cos(\omega_0 t + \varphi)$

Or à $t = 0, x = x_0 = 0$ et $v = v_0 = 2{,}5m.s^{-1} > 0$

$$v(t) = \frac{dx}{dt} = -x_m\omega_0\sin(\omega_0 t + \varphi)$$

$$v(0) = v_0 = -x_m\omega_0\sin(\varphi) \Rightarrow \sin(\varphi) = -\frac{v_0}{x_m\omega_0}$$

$$\sin(\varphi) = -v_0\frac{1}{v_0\sqrt{\frac{m}{k}} \times \sqrt{\frac{k}{m}}} = -1$$

$$\Rightarrow \sin(\varphi) = -1 \Rightarrow \varphi = -\frac{\pi}{2}rad$$

$$D'où : \; x(t) = x_m\cos(\omega_0 t + \varphi) = 0{,}25\cos\left(10t - \frac{\pi}{2}\right)$$

c)) Instant auquel le solide repasse en O, après l'instant initial

Au point $x = x_0 = 0$, donc

$$x_0 = 0 = 0{,}25\cos\left(10t - \frac{\pi}{2}\right) \Rightarrow 0{,}25\cos\left(10t - \frac{\pi}{2}\right) = 0$$

$$\cos\left(10t - \frac{\pi}{2}\right) = 0 \Leftrightarrow \cos\left(10t - \frac{\pi}{2}\right) = \cos\left(\frac{\pi}{2}\right)$$

$$\cos\left(10t - \frac{\pi}{2}\right) = \cos\left(\frac{\pi}{2}\right) \Rightarrow \begin{cases} 10t - \frac{\pi}{2} = \frac{\pi}{2} + 2\pi k \\ 10t - \frac{\pi}{2} = -\frac{\pi}{2} + 2\pi k \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} 10t = \pi + 2\pi k \\ 10t = 2\pi k \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \omega_0 t = \pi + 2\pi k \\ \omega_0 t = 2\pi k \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} t = \frac{\pi}{\omega_0} + \frac{2\pi k}{\omega_0} \\ t = \frac{2\pi k}{\omega_0} \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} t = \frac{2\pi}{2\omega_0} + \frac{2\pi}{\omega_0}k \\ t = \frac{2\pi}{\omega_0}k \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} t = \frac{T_0}{2} + kT_0 \\ t = kT_0 \end{cases}$$

Or pour la première fois $k = 0$, alors

$$t = \frac{T_0}{2} = \frac{\pi}{\omega_0} = \frac{\pi}{10} = 0{,}1\pi = 0{,}314s$$

Solution 11

Partie A :

1. a)) Masse du solide (S)

$$On\ a : \; N_0 = 960trs.min^{-1} = \frac{948}{60} = 15{,}8Hz$$

La fréquence d'un oscillateur harmonique est définie par :

$$N_0 = \frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{k}{m_S}} \Rightarrow N_0{}^2 = \frac{k}{4\pi^2 m_S} \Rightarrow m_S = \frac{k}{4\pi^2 N_0{}^2}$$

$$A.N: \; m_S = \frac{300}{4\pi^2 \times 15{,}8^2} = 0{,}03kg$$

b)) Energie mécanique E_0

$$E_0 = \frac{1}{2}kx_0{}^2 = \frac{1}{2} \times 300 \times (5.10^{-2})^2 = 0{,}375J$$

2. Vitesse du solide en B

Conservation de l'énergie mécanique donne :

$$E_0 = E_1 = \frac{1}{2}m_S v_S{}^2 \; soit \; E_0 = \frac{1}{2}m_S v_S{}^2$$

$$\Rightarrow v_S = \sqrt{\frac{2E_0}{m_S}} = \sqrt{\frac{2 \times 0{,}375}{30.10^{-3}}} = 5m.s^{-1}$$

3. Valeur de l'intensité de frottement f

Le système est soumis, après le choc, à la force de frottement $\vec{f}$,son poids $\vec{P}$ et la réaction $\vec{R}$

TEC : $EC_2 - EC_1 = W(\vec{P}) + W(\vec{R}) + W(\vec{f})$

$$or \; W(\vec{P}) = W(\vec{R}) = 0 \quad et \; EC_2 = EC_f = 0$$

$$-EC_1 = W(\vec{f}) \Rightarrow -\frac{1}{2}m_b v_b{}^2 = -fL \Rightarrow f = \frac{m_b v_b{}^2}{2L}$$

$$A.N: \; f = \frac{10.10^{-3} \times 7{,}5^2}{2 \times 0{,}5} \; \text{soit} \quad f = 56{,}25 \times 10^{-2}N$$

Partie B :

1. Expression de v_M en fonction de g, r, θ_0, θ

La bille est soumise à son poids $\vec{P}$ et la réaction $\vec{R}$

TEC : entre C et M : $E_C(M) - E_C(C) = W(\vec{P}) + W(\vec{R})$

$$\Rightarrow \frac{1}{2}mv_M{}^2 = mgh \; où \; h = z_C - z_M = r\sin\theta_0 - r\sin\theta$$

$$Soit \quad v_M = \sqrt{2gr(\sin\theta_0 - \sin\theta)}$$

GRATUITS SUR ablanian.com
Téléchargez l'application Ablanian CI sur Play Store et App Store
TÉLÉCHARGEZ L'APPLICATION ABLANIAN CI
DISPONIBLE SUR Google Play — Télécharger dans l'App Store

2. Expression de l'intensité de la force F

TCI : $\vec{P}+\vec{F}=m\vec{a}$, projection sur $\vec{N}$:

$mg\sin\theta - F = ma_n$ soit : $F = m(g\sin\theta - a_n)$

$$F = m(g\sin\theta - a_n) = m\left(g\sin\theta - \frac{{v_M}^2}{r}\right)$$

$D'où$: $F = mg(3\sin\theta - 2\sin\theta_0)$

3. Valeur de θ_1 pour que la bille quitte la piste :

La bille quitte la piste CD signifie qu'il n'est plus en contact avec le plan CD, donc F=0 , alors :

$$3\sin\theta_1 - 2\sin\theta_0 \Rightarrow \sin\theta_1 = \frac{2}{3}\sin\theta_0$$

$$\Rightarrow \theta_1 = sin^{-1}\left(\frac{2}{3}\sin\theta_0\right) = sin^{-1}\left(\frac{2}{3}\sin 60°\right) = 35{,}26°$$

$$v_E = \sqrt{2gr(\sin\theta_0 - \sin\theta_1)}$$

$A.N$: $v_E = \sqrt{2\times 10\times 6(\sin 60° - \sin 35{,}26°)} = 5{,}88 m.s^{-1}$

Partie C

1. Equation cartésienne de la trajectoire

Equations horaires du mouvements :

Condition initiale

$\overrightarrow{v_E}\left|\begin{matrix} v_{Ex} = v_E\cos\theta_1 \\ v_{Ey} = v_E\sin\theta_1 \end{matrix}\right.$, $\overrightarrow{OM_0}\left|\begin{matrix} x_0 = 0 \\ y_0 = 0 \end{matrix}\right.$

TCI : $m\vec{g} = m\vec{a} \Rightarrow \vec{a} = \vec{g}$ donc : $\vec{g}\left|\begin{matrix} g_x = 0 \\ g_y = g \end{matrix}\right.$, $\vec{a}\left|\begin{matrix} a_x = 0 \\ a_y = g \end{matrix}\right.$

$\vec{v}\left|\begin{matrix} v_{Ex} = v_E\cos\theta_1 \\ v_{Ey} = g + v_E\sin\theta_1 \end{matrix}\right.$ $\overrightarrow{OM}\left|\begin{matrix} x = (v_E\cos\theta_1)t \\ y = gt^2 + (v_E\sin\theta_1)t \end{matrix}\right.$

Equation de la trajectoire

On a : $x = (v_E\cos\theta_1)t \Rightarrow t = \frac{x}{v_E\cos\theta_1}$, alors :

$$y = \frac{g}{2{v_E}^2\cos^2\theta_1}x^2 + x\tan\theta_1$$

$$AN : y = \frac{10}{2\times 5{,}88^2\times\cos^2(35{,}26°)}x^2 + x\tan 35{,}26°$$

$$\Rightarrow y = 0{,}251x^2 + 0{,}708x$$

2. Cordonnées du points d'impact

$$I(x_I\,;\,y_I = h) \Rightarrow 0{,}251{x_I}^2 + 0{,}708x_I = 5$$

$$\Rightarrow \Delta = 0{,}708^2 + 4\times 0{,}251\times 5 = 5{,}52 \quad soit \quad \sqrt{\Delta} = 2{,}35$$

$$x_I = \frac{-0{,}708 \pm 2{,}35}{2\times 0{,}251} \quad soit \quad x_I = \frac{-0{,}708 + 2{,}35}{2\times 0{,}251} = 3{,}27m$$

$$D'où : I\left|\begin{matrix} x_I = 3{,}27m \\ y_I = 5m \end{matrix}\right.$$

3. Vitesse de la bille en E

TEC entre E et I:

$$E_C(I) - E_C(E) = W(\vec{P}) \Rightarrow \frac{1}{2}m{v_I}^2 - \frac{1}{2}m{v_E}^2 = mgh$$

$$Soit \quad v_I = \sqrt{{v_E}^2 + 2gh} = \sqrt{5{,}88^2 + 2\times 10\times 5} = 11{,}6 m.s^{-1}$$

GRATUITS SUR ablanian.com
Téléchargez l'application Ablanian CI sur Play Store et App Store
TÉLÉCHARGEZ L'APPLICATION ABLANIAN CI
DISPONIBLE SUR Google Play
Télécharger dans l'App Store

Solutions sur Les Oscillateurs Electriques

Solution 1

1. a)) Calcul du flux propre : $\Phi_P = Li = 0{,}1 \times 0{,}3 = 0{,}03Wb$

b)) Caractéristique de $\vec{B}$ au centre du solénoïde

- direction : parallèle à l'axe du solénoïde
- sens : de la face sud vers la face nord
- intensité : $B = \mu_0 \frac{N}{l} i$ (à déterminer)

Calcul du nombre de spire N

$$\Phi_P = \mu_0 \frac{N^2 S}{l} i = \mu_0 \frac{N^2 \pi R^2}{l} i \Longrightarrow N = \sqrt{\frac{\Phi_P l}{\mu_0 \pi R^2 i}}$$

$$A.N:\ N = \sqrt{\frac{0{,}03 \times 1{,}5}{4\pi \times 10^{-7} \pi \times 10^{-2} \times 0{,}3}} = 1{,}93 \times 10^3 spires$$

$$A.N:\ B = 4\pi \times 10^{-7} \times \frac{1{,}93 \times 10^3}{1{,}5} \times 0{,}3 = 4{,}85 \times 10^{-4} T$$

c)) Tension aux bornes de la bobine

$$U = -e + ri = L\frac{di}{dt} + ri \quad or\ i = I = cst \Longrightarrow \frac{di}{dt} = 0$$

$$\Longrightarrow U = ri = 5 \times 0{,}3 = 1{,}5V$$

d)) Calcul de la tension aux bornes de la bobine à $t=t_1$

$$U = L\frac{di}{dt} + ri \Longrightarrow U = 0{,}1 \times 2 + 1{,}5 = 1{,}7V$$

c)) Energie emmagasinée dans la bobine à $t=t_1$

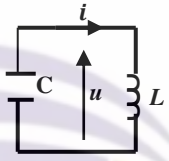
$$E_m = \frac{1}{2} Li^2 = \frac{1}{2} \times 0{,}1 \times 0{,}3^2 = 4{,}5 \times 10^{-3} J$$

2. a)) Dans le circuit, il y a naissance des oscillations électrique sinusoïdale (harmonique) car la résistance interne de la bobine est négligeable.

- Calcul de la charge initiale : $Q_0 = CU = 10^{-5} \times 10 = 10^{-4} C$

b)) Equation différentielle liant u

- Aux bornes du condensateur : $u_C = \frac{q}{C}$
- Aux bornes de la bobine : $u_L = L\frac{di}{dt}$



On a : $u = u_C = u_L$:

Le condensateur se décharge : $i = -\frac{dq}{dt}$

$$i = \frac{dq}{dt} = -C\frac{du}{dt} \Longrightarrow \frac{di}{dt} = -C\frac{d}{dt} \times \frac{du}{dt} = -C\frac{d^2u}{dt^2}$$

$$\Longrightarrow u = -LC\frac{d^2u}{dt^2} \Longrightarrow \frac{d^2u}{dt^2} + \frac{1}{LC}u = 0\ (1)$$

- Pulsation propre du circuit

$$\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}} = \frac{1}{\sqrt{0{,}1 \times 10^{-5}}} = 10^3 rad.s^{-1}$$

- Equation horaire du mouvement

L'équation (1) a pour solution $u(t) = U_{max}\cos(\omega_0 t + \varphi)$

A $t=0$, $U_0 = U_{max} = U_{max}\cos(\varphi)$

$$\Longrightarrow U_{max}\cos(\varphi) = U_{max} \Longrightarrow \cos\varphi = 1 \Longrightarrow \varphi = 0$$

$$u(t) = U_0\cos(\omega_0 t) = 10\cos(10^3 t)\ (V)$$

- Expression de l'intensité i(t) en fonction du temps t

$$i = -C\frac{du}{dt} = -CU_0(-\omega_0)\sin(\omega_0 t) = CU_0\omega_0\sin(\omega_0 t)$$

En posant $I_{max} = CU_0\omega_0 = 10^{-5} \times 10 \times 10^3 = 0{,}1A$

$$i(t) = I_{max}\sin(\omega_0 t) = 0{,}1\sin(10^3 t)\ (A)$$

c)) Energie électromagnétique totale

$$E = E_e + E_m = \frac{1}{2}Cu^2 + \frac{1}{2}Li^2 = cste$$

Les oscillations sont harmonique, alors l'énergie totale se conserve : $E = cste \Longrightarrow \frac{dE}{dt} = 0$

$$\frac{dE}{dt} = \frac{1}{2}C\frac{du^2}{dt} + \frac{1}{2}L\frac{di^2}{dt} = 0 \Longrightarrow \frac{1}{2}C \times 2u\frac{du}{dt} + \frac{1}{2}L \times 2i\frac{di}{dt} = 0$$

$$\Longrightarrow Cu\frac{du}{dt} + Li\frac{di}{dt} = 0 \quad or\ i = -C\frac{du}{dt} \quad et \quad \frac{di}{dt} = -C\frac{d^2u}{dt^2}$$

$$\Longrightarrow Cu\frac{du}{dt} + L\left(-C\frac{du}{dt}\right) \times \left(-C\frac{d^2u}{dt^2}\right) = 0$$

$$\Longrightarrow Cu\frac{du}{dt} + LC^2\frac{du}{dt} \times \frac{du^2}{dt^2} = 0 \Longrightarrow C\frac{du}{dt}\left(u + LC\frac{du^2}{dt^2}\right) = 0$$

$$or\ C\frac{du}{dt} \neq 0 \Longrightarrow u + LC\frac{du^2}{dt^2} = 0 \quad d'où: \quad \frac{du^2}{dt^2} + \frac{1}{LC}u = 0$$

Solution 2

1. a)) Caractéristique de $\vec{B}$ au centre du solénoïde

- direction : parallèle à l'axe du solénoïde
- sens : de la face sud vers la face nord
- intensité : $B = \mu_0 \frac{N}{l} i = 4\pi \times 10^{-7} \times \frac{2500 \times 5}{0{,}4} = 3{,}92 \times 10^{-2} T$

b)) Inductance L du solénoïde

$$\Phi_P = NBS \ avec\ B = \mu_0 \frac{N}{l} i \Rightarrow \Phi_P = \mu_0 \frac{N^2 S}{l} i$$

- par définition $\Phi_P = Li \Rightarrow Li = \mu_0 \frac{N^2 S}{l} i \Rightarrow L = \mu_0 \frac{N^2 S}{l}$

$$Or\ S = \pi r^2 \Rightarrow L = \mu_0 \frac{N^2 \pi r^2}{l}$$

$$A.N: L = 4\pi \times 10^{-7} \times \frac{2500^2 \times \pi \times 0{,}02^2}{0{,}4} = 2{,}46 \times \mathbf{10}^{-2} H$$

c)) Calcul du flux propre :

$$\Phi_P = Li = 2{,}46 \times 10^{-2} \times 5 = 0{,}123Wb$$

2. –Charge maximale :

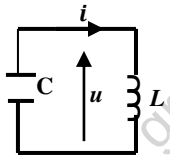
$$Q_0 = CU = 2{,}5 \times 10^{-6} \times 20 = 5 \times 10^{-5} C$$

- Energie émagasiné :

$$E_0 = \frac{1}{2}CU^2 = \frac{1}{2} \times 2{,}5 \times 10^{-6} \times 20^2 = 5 \times 10^{-4} J$$

3. a)) Equation différentielle liant u(t)

- Aux bornes du condensateur : $u_C = \frac{q}{C}$
- Aux bornes de la bobine : $u_L = L\frac{di}{dt}$



On a : $u = u_C = u_L$

Le condensateur se décharge : $i = -\frac{dq}{dt}$

$$i = -\frac{dq}{dt} = -C\frac{du}{dt} \Longrightarrow \frac{di}{dt} = -C\frac{d^2u}{dt^2} \Longrightarrow$$

$$u = u_L = -LC\frac{d^2u}{dt^2} \Longrightarrow \frac{d^2u}{dt^2} + \frac{1}{LC}u = 0\ (1)$$

b)) Soit $u(t) = U_{max}\cos(\omega_0 t + \varphi)$ solution de l'équation (1)

GRATUITS SUR ablanian.com
Téléchargez l'application Ablanian CI sur Play Store et App Store
TÉLÉCHARGEZ L'APPLICATION ABLANIAN CI
DISPONIBLE SUR Google Play
Télécharger dans l'App Store

Condition initiale : à t=0, $U_0 = U_{max} = 20$ *et*

$$U_{max} = U_{max}\cos(\varphi) \Rightarrow \cos\varphi = 1 \Rightarrow \varphi = 0$$

$$\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}} = \frac{1}{\sqrt{0{,}025 \times 2{,}5 \times 10^{-6}}} = 4 \times 10^3 rad.s^{-1}$$

$$u(t) = U_0\cos(\omega_0 t) = 20\cos(4.10^4 t)\ (V)$$

c)) Montrons que l'énergie totale e est constante

$$E = E_e + E_m = \frac{1}{2}Cu^2 + \frac{1}{2}Li^2$$

$$où\ \ i = -C\frac{du}{dt} = CU_{max}\omega_0\sin(\omega_0 t)$$

$$E = \frac{1}{2}C{U_{max}}^2cos^2(\omega_0 t) + \frac{1}{2}LC^2\omega_0{}^2{U_{max}}^2sin^2(\omega_0 t)$$

$$or\ LC\omega_0{}^2 = 1$$

$$Alors:\ \ E = \frac{1}{2}C{U_{max}}^2cos^2(\omega_0 t) + \frac{1}{2}C{U_{max}}^2sin^2(\omega_0 t) \Rightarrow$$

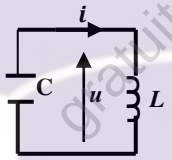
$$E = \frac{1}{2}C{U_{max}}^2\left(cos^2(\omega_0 t) + sin^2(\omega_0 t)\right) = \frac{1}{2}C{U_{max}}^2 = cste$$

$$E = \frac{1}{2}C{U_{max}}^2 = \frac{1}{2} \times 2{,}5 \times 10^{-6} \times 20^2 = 5 \times 10^{-4}J$$

Solution 3

1. a))Schéma du circuit (L,C)

La décharge du condensateur de capacité C dans la bobine d'inductance L et de résistance interne négligeable donne naissance à des oscillations électrique sinusoïdales.



b)) Calcul de la charge maximale du condensateur :

$$Q_{max} = CU = 6 \times 10^{-6} \times 1 = 6 \times 10^{-6}C$$

2. Equation différentielle liant la charge q

Loi d'additivité des tensions *:*

$$u_C = u_L \ \ \Rightarrow \frac{q}{C} = L\frac{di}{dt}\ \ or\ ici\ i = -\frac{dq}{dt} \Rightarrow \frac{di}{dt} = -\frac{d^2q}{dt^2}$$

$$\frac{q}{C} = -L\frac{d^2q}{dt^2} \Rightarrow \frac{q}{C} + L\frac{d^2q}{dt^2} = 0\ \ soit\ \frac{d^2q}{dt^2} + \frac{1}{LC}q = 0\ \ (1)$$

3. Calcul :

a)) de la pulsation propre ω_0

L'équation (1) a pour solution $q(t) = Q_{max}\cos(\omega_0 t + \varphi)$

$$i = -\frac{dq}{dt} = \omega_0 Q_{max}\sin(\omega_0 t + \varphi) = I_{max}\sin(\omega_0 t + \varphi)$$

$$I_{max} = \omega_0 Q_{max} \Rightarrow \omega_0 = \frac{I_{max}}{Q_{max}} = \frac{2{,}4.10^{-3}}{6.10^{-6}} = 400 rad.s^{-1}$$

-Période propre *:*

$$T_0 = \frac{2\pi}{\omega_0} = \frac{2\pi}{400} = 1{,}57 \times 10^{-2}s$$

- Inductance L de la bobine :

$$\omega_0{}^2 = \frac{1}{LC} \Rightarrow L = \frac{1}{C\omega_0{}^2} = \frac{1}{6.10^{-6} \times 400^2} = 1{,}04H$$

b)) Intensité du courant, charge et tension en fonction de t

Condition initiale *: à t=0,*

$$Q_0 = Q_{max} = Q_{max}\cos\varphi \Rightarrow \cos\varphi = 1 \Rightarrow \varphi = 0$$

$$q(t) = Q_{max}\cos(\omega_0 t) \Rightarrow q(t) = 6 \times 10^{-6}\cos(400t)$$

$$i(t) = I_{max}\sin(\omega_0 t) = 6 \times 10^{-6}\sin(400t)$$

$$et\ \ u(t) = \frac{q}{C} = U_0\cos(\omega_0 t) = \cos(400t)$$

c)) Energie emmagasinée par le condensateur et par la bobine en fonction du temps

$$E_C = \frac{1}{2}Cu^2 = \frac{1}{2} \times 6 \times 10^{-6}cos^2(400) = 3 \times 10^{-6}cos^2(400)$$

$$E_L = \frac{1}{2}Li^2 = \frac{1}{2} \times 1{,}04 \times (2{,}4 \times 10^{-3})^2cos^2(400t)$$

$$E_L = 3 \times 10^{-6}cos^2(400t)$$

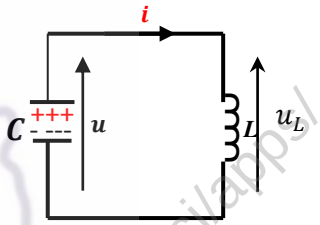
- Energie totale du circuit

$$E = E_e + E_m = 3 \times 10^{-6}cos^2(400) + 3 \times 10^{-6}cos^2(400t)$$

$$E = 3 \times 10^{-6}(cos^2(400) + cos^2(400t) = 3 \times 10^{-6}J$$

Solution 4

1. a)) et b))



2. a)) Tensions

- Aux borne de la bobine :

$$u_L = L\frac{di}{dt}\ \ or\ \ i = -\frac{dq}{dt} \Rightarrow \frac{di}{dt} = -\frac{d^2q}{dt^2} \Rightarrow u_L = -L\frac{d^2q}{dt^2}$$

-Aux bornes du condensateur : $u_C = \frac{q}{C}$

b)) Equation différentielle liant la charge q

$$u_C = u_L \Rightarrow \frac{q}{C} = -L\frac{d^2q}{dt^2}\ \ \ soit\ \ \frac{d^2q}{dt^2} + \frac{1}{LC}q = 0$$

3. a)) Solution générale de l'équation différentielle

Cette équation admet une solution de la forme :

$$q(t) = Q_{max}\,cos(\omega_0 t + \varphi)$$

Q_{max} : amplitude ; $\omega_0 t + \varphi$: phase de la charge q(t) à la date t

φ : phase initiale de la charge q(t) à la date t=0.

b)) Expression de la période propre

$$Soit\ \ \omega_0{}^2 = \frac{1}{LC}\ soit\ \omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}}$$

La période propre est : $T_0 = \frac{2\pi}{\omega_0} = 2\pi\sqrt{LC}$

c)) Expression de q(t) en tenant compte des conditions initiales

A t=0, on enregistre les variations de q dès qu'on branche le condensateur préalablement en série aux bornes de la bobine : $q(0) = Q_{max}$

$$q(0) = Q_{max}\cos(\varphi) \Rightarrow Q_{max}\cos(\varphi) = Q_{max}$$

$$\Rightarrow \cos\varphi = 1 \Rightarrow \varphi = 0\ \ \ donc :\ q(t) = Q_{max}\,cos(\omega_0 t)$$

c)) Expressions numérique de q(t) , u(t) et i(t) :

$$q(t) = Q_{max}\,cos(\omega_0 t)$$

$$avec\ \omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}} = \frac{1}{\sqrt{9.10^{-3} \times 12.10^{-6}}} = 3 \times 10^3 rad.s^{-1}$$

GRATUITS SUR ablanian.com
Téléchargez l'application Ablanian CI sur Play Store et App Store
TÉLÉCHARGEZ L'APPLICATION ABLANIAN CI
DISPONIBLE SUR Google Play
Télécharger dans l'App Store

$$Q_{max} = CU_0 = 12.10^{-6} \times 12 = 1{,}44 \times 10^{-4} C$$

$$q(t) = 1{,}44 \times 10^{-4} \cos(3.10^3 t)$$

$$u(t) = U_{max} \cos(\omega_0 t) = 12 \cos(3.10^3 t)$$

$$i(t) = -\frac{dq}{dt} = 1{,}44.3210^{-4} \times 3.10^3 \sin(3.10^3 t)$$

$$i(t) = 0{,}4 \sin(3.10^3 t)$$

Solution 5

1. Valeur de la charge maximale du condensateur

$$Q_{max} = CU_0 = 6{,}28.10^{-6} \times 50 = 3{,}14 \times 10^{-4} C$$

2. a)) Equation différentielle liant la charge q

Loi d'additivité des tensions :

$$u_C = u_L \implies \frac{q}{C} = L\frac{di}{dt} + ri \text{ or } i = -\frac{dq}{dt} \implies \frac{di}{dt} = -\frac{d^2q}{dt^2}$$

$$\frac{q}{C} = -L\frac{d^2q}{dt^2} - r\frac{dq}{dt} \implies L\frac{d^2q}{dt^2} + r\frac{dq}{dt} + \frac{q}{C} = 0$$

$$soit \ \frac{d^2q}{dt^2} + \frac{r}{L}\frac{dq}{qt} + \frac{1}{LC}q = 0 \ \ ou \ \ \ddot{q} + \frac{r}{L}\dot{q} + \frac{1}{LC}q = 0$$

b)) Expression de l'énergie totale

$$E = E_{el} + E_{mag} = \frac{1}{2}\frac{q^2}{C} + \frac{1}{2}Li^2$$

c)) Montrons que l'énergie totale varie

$$On\ a : \ E = \frac{1}{2}\frac{q^2}{C} + \frac{1}{2}Li^2$$

$$\frac{dE}{dt} = 2 \times \frac{1}{2}\frac{q}{C}\frac{dq}{dt} + 2 \times \frac{1}{2}Li\frac{di}{dt} = \frac{q}{C}i + Li\left(\frac{d^2q}{dt^2}\right)$$

$$\frac{dE}{dt} = \left(\frac{q}{C} + L\frac{d^2q}{dt^2}\right)i$$

$$or\ L\frac{d^2q}{dt^2} + r\frac{dq}{qt} + \frac{1}{C}q = 0 \implies \frac{q}{C} + L\frac{d^2q}{dt^2} = -r\frac{dq}{qt} = -ri$$

$$\frac{dE}{dt} = \left(\frac{q}{C} + L\frac{d^2q}{dt^2}\right)i = -ri^2 < 0 \implies E \neq cste$$

Donc E est une fonction décroissante du temps

Alors le système n'est plus conservatif ; ceci est dû aux pertes par effet-Joule dans la résistance r.

Par conséquent l'énergie totale varie en fonction du temps t.

d)) Nature des Oscillations

Comme l'énergie totale varie en fonction du temps, alors la décharge du condensateur dans une bobine de résistance r, donne naissance à des oscillations électriques amortis.

Au bout d'un certain temps suffisamment longs, le condensateur sera préalablement déchargé et l'énergie électromécanique totale du circuit sera quasiment nulle.

e)) Nature des oscillations si r=0

$$On\ a \ \ \ddot{q} + \frac{r}{L}\dot{q} + {\omega_0}^2 q = 0 \ \ si\ r = 0 \implies \ddot{q} + {\omega_0}^2 q = 0$$

D'où : si la résistance de la bibine est nulle (r = 0), la décharge du condensateur dans une bobine idéale, donne naissance à des oscillations électriques libre et harmonique, de pulsation propre

$$\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}}$$

Fréquence propre des oscillations

$$\omega_0 = 2\pi N_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}} \implies N_0 = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}}$$

$$N_0 = \frac{1}{2\pi \times \sqrt{0{,}318 \times 6{,}28.10^{-6}}} = 112{,}62Hz$$

Solution 6

1. a)) Capacité du condensateur

$$T_0 = \frac{2\pi}{\omega_0} \ \ avec \ \ \omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}} \implies T_0 = 2\pi\sqrt{LC} \implies {T_0}^2 = 4\pi^2 LC$$

$$soit \ \ C = \frac{{T_0}^2}{4\pi^2 L} = \frac{(2 \times 10^{-4})^2}{4\pi^2 \times 10^{-2}} = 10^{-7} F$$

b)) Calcul de la charge maximale du condensateur :

$$Q_{max} = CU = 10^{-7} \times 5 = 5 \times 10^{-7} C$$

2. a)) Equation différentielle liant la charge q

Loi d'additivité des tensions :

$$u_C = u_L \implies \frac{q}{C} = L\frac{di}{dt} \ \ or\ ici\ i = -\frac{dq}{dt} \implies \frac{di}{dt} = -\frac{d^2q}{dt^2}$$

$$\frac{q}{C} = -L\frac{d^2q}{dt^2} \implies \frac{q}{C} + L\frac{d^2q}{dt^2} = 0 \ \ soit \ \frac{d^2q}{dt^2} + \frac{1}{LC}q = 0 \ \ (1)$$

b)) Equation horaire

L'équation (1) a pour solution $q(t) = Q_{max}\cos(\omega_0 t)$ avec

$$\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}} = \frac{1}{\sqrt{0{,}01 \times 10^{-7}}} = 3{,}16 \times 10^3 rad.s^{-1}$$

$$\implies q(t) = 5 \times 10^{-7} \cos(3{,}16 \times 10^4 t)$$

3. a)) Energie emmagasinée dans la bobine :

$$E = \frac{1}{2}CU^2 = \frac{1}{2} \times 10^{-7} \times 25^2 = 3{,}125 \times 10^{-5} J$$

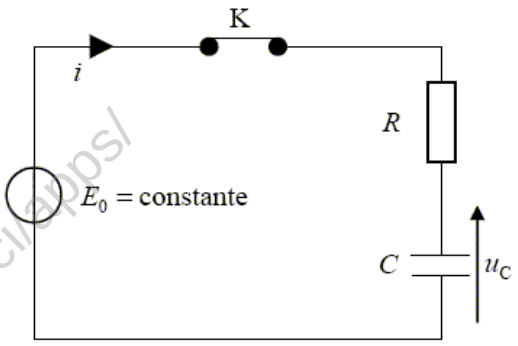
b)) Valeur de l'amplitude maximale I_{max}

$$E = \frac{1}{2}C{U_{max}}^2 = \frac{1}{2}L{I_{max}}^2 \implies I_{max} = \sqrt{\frac{2E}{L}}$$

$$A.N: \ I_{max} = \sqrt{\frac{2 \times 3{,}125 \times 10^{-5}}{0{,}01}} \implies I_{max} = 7{,}90 \times 10^{-2} A$$

Solution 7

1. a)) Equation différentielle liant U du condensateur



GRATUITS SUR ablanian.com
Téléchargez l'application Ablanian CI sur Play Store et App Store
TÉLÉCHARGEZ L'APPLICATION ABLANIAN CI
DISPONIBLE SUR Google Play Télécharger dans l'App Store

En appliquant la loi d'additivité des tensions :

$E = U_C + U_R$, $or\ U_R = Ri\ \ avec$

$i = \frac{dq}{dt}\ \ et\ q = CU_C \Longrightarrow i = C\frac{dU_{DC}}{dt}$

$Soit\ E = U_C + RC\frac{dU_C}{dt} \Longrightarrow \frac{dU_C}{dt} + \frac{1}{RC}U_C = \frac{E}{RC}$

Valeur de U_0

A l'instant $t = 10{,}5s$, $I = 22\mu A$:

$$I = \frac{Q}{t} \Longrightarrow Q = It = 22 \times 10^{-6} \times 10{,}5 = 2{,}31 \times 10^{-4}C$$

$$Q = CU_0 \Longrightarrow U_0 = \frac{Q}{C} = \frac{2{,}31 \times 10^{-4}}{30 \times 10^{-6}} = 7{,}7V$$

b)) Détermination de A, B et β

$\frac{dU_C}{dt} = -\beta Be^{-\beta t}$, $donc :\ \ E = A + \beta Be^{-\beta t} - RC\beta Be^{-\beta t}$

$\Longrightarrow (-E + A) + (1 - \beta RC)Be^{-\beta t} = 0 \quad or\ Be^{-\beta t} \neq 0$

$\Leftrightarrow A - E = 0\ et\ \ (1 - \beta RC) = 0$

$soit\ \ A = E\ \ et\ 1 - \beta RC = 0 \Longrightarrow \beta = \frac{1}{RC}$

$A\ t = 0, U_C = A + B = 0 \Longrightarrow B = -A = -E$

$d'où :\ \ U_C(t) = E - Ee^{-\frac{t}{RC}} = E\left(1 - e^{-\frac{t}{RC}}\right) = U_0\left(1 - e^{-\frac{t}{RC}}\right)$

c)) - La constante du temps τ du dipôle RC est le produit de la résistance R par la capacité du condensateur C :

$$\tau = RC = 2.10^3 \times 30 \times 10^{-6} = 0{,}06s = 60ms$$

- La constante du temps τ représente le temps nécessaire pour que le condensateur atteint 63% de sa charge totale.

d)) Expression de q (t) et i(t) en fonction du I_0 et τ

$$q(t) = CU_0 = CU_0\left(1 - e^{-\frac{t}{RC}}\right)$$

$$i = \frac{dq}{dt} = CU_0 \times \frac{1}{RC}e^{-\frac{t}{RC}} = \frac{U_0}{R}e^{-\frac{t}{RC}}$$

$$avec\ RC = \tau\ \ et\ I_0 = \frac{U_0}{R}\ \ ;soit\ \ i(t) = I_0e^{-\frac{t}{\tau}}$$

En régime permanant c'est-à-dire $t = \infty \ \Longrightarrow i = 0$

e)) L'énergie emmagasinée dans le condensateur est dissipée par l'effet joule à travers la résistance ohmique R :

$$E_e = \frac{1}{2}CU_0{}^2 = \frac{1}{2} \times 30 \times 10^{-6} \times (7{,}7)^2 = 8{,}9 \times 10^{-4}J$$

2. a)) Valeur de l'inductance L de la bobine

$T_0 = \frac{2\pi}{\omega_0}\ \ avec\ \ \omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}} \Longrightarrow T_0 = 2\pi\sqrt{LC} \Longrightarrow T_0{}^2 = 4\pi^2LC$

$$soit\ \ L = \frac{T_0{}^2}{4\pi^2C} = \frac{(6 \times 10^{-3})^2}{4\pi^2 \times 30 \times 10^{-6}} = 0{,}03H = 30mL$$

charge maximale :

$$Q_{max} = CU_0 = 2{,}31 \times 10^{-4}$$

b)) Equation différentielle obéissant u(t)

- Aux bornes du condensateur : $u_C = \frac{q}{C}$
- Aux bornes de la bobine : $u_L = L\frac{di}{dt}$

On a : $u = u_C = u_L$

Le condensateur se décharge : $i = -\frac{dq}{dt}$

$$i = -\frac{dq}{dt} = -C\frac{du}{dt} \Longrightarrow \frac{di}{dt} = -C\frac{d^2u}{dt^2} \Longrightarrow$$

$$u = u_L = L\frac{di}{dt} = -LC\frac{d^2u}{dt^2} \ \Longrightarrow\ \ \frac{d^2u}{dt^2} + \frac{1}{LC}u = 0$$

c)) Equation horaire

Soit $u(t) = U_{max}\cos(\omega_0 t + \varphi)$ solution de l'équation différentielle

Condition initiale : à t=0, $U_0 = U_{max}$

$$u(0) = U_{max} = U_{max}\cos(\varphi) \Longrightarrow \cos\varphi = 1 \Longrightarrow \varphi = 0$$

$$\omega_0 = \frac{2\pi}{T_0} = \frac{2\pi}{6.10^{-3}} = 10^3 rad.s^{-1}$$

$$u(t) = U_{max}\cos(\omega_0 t) = 7{,}7\cos(10^3 t)$$

d)) Energie emmagasinée dans la bobine :

$$E = \frac{1}{2}LI_{max}{}^2 = \frac{1}{2}CU_0{}^2 = 8{,}9 \times 10^{-4}$$

Valeur de l'amplitude maximale I_{max}

$$E = \tfrac{1}{2}CU_{max}{}^2 = \tfrac{1}{2}LI_{max}{}^2 \Longrightarrow I_{max} = \sqrt{\tfrac{2E}{L}} = \sqrt{\tfrac{2 \times 8{,}9 \times 10^{-4}}{0{,}03}}$$

$$soit\ \ I_{max} = 0{,}244A$$

GRATUITS SUR ablanian.com
Téléchargez l'application Ablanian CI sur Play Store et App Store
TÉLÉCHARGEZ L'APPLICATION ABLANIAN CI
DISPONIBLE SUR Google Play
Télécharger dans l'App Store

Solution sur le circuit (RLC)

Solution 1

1. a)) Caractéristique de $\vec{B}$ au centre du solénoïde

- direction : parallèle à l'axe du solénoïde

- sens : de la face sud vers la face nord

- intensité : $B = \mu_0 \frac{N}{l} i = 4\pi \times 10^{-7} \times \frac{1000\times 2}{0{,}05} = 5{,}027 \times 10^{-2} T$

2. a)) Schéma de la bobine



- Facteur de puissance de la bobine

$$P_m = UI\cos\varphi \Longrightarrow \cos\varphi = \frac{P_m}{UI} = \frac{81}{110 \times 1{,}5} = 0{,}49$$

b)) –Calcul d'impédance Z : $Z = \frac{U}{I} = \frac{110}{1{,}5} = 73{,}33\Omega$

- Valeur numérique de R et L :

$$\cos\varphi = \frac{R}{Z} \Longrightarrow R = Z\cos\varphi = 73{,}33 \times 0{,}49 = 35{,}93\Omega$$

$$Par\ définition : Z = \sqrt{R^2 + (L\omega)^2} \Longrightarrow Z^2 = R^2 + (L\omega)^2$$

$$Soit\ L = \frac{\sqrt{Z^2 - R^2}}{\omega} = \frac{\sqrt{Z^2 - R^2}}{2\pi N} = \frac{\sqrt{73{,}33^2 - 35{,}93^2}}{2\pi \times 50} = 0{,}2H$$

c)) Expression de i(t)

$$i(t) = I\sqrt{2}\sin(2\pi Nt - \varphi)\ \ avec\ \cos\varphi = 0{,}49 \Longrightarrow \varphi = 60{,}66°$$

$$\varphi = 60{,}66° = 0{,}33\pi rad \Longrightarrow i(t) = 1{,}5\sqrt{2}\sin(100\pi t - 0{,}33\pi)$$

$$i(t) = 2{,}12\sin(100\pi t - 0{,}33\pi)$$

Solution 2

1. la tension maximal de la source est :

$$U_{max} = U\sqrt{2} = 220\sqrt{2} \Longrightarrow U_{max} = 311{,}13V$$

2. a)) Détermination de Z_R , Z_B et Z

$$Z_R = \frac{U_R}{I} = \frac{140}{3{,}5} = 40\Omega\ ;\ Z_B = \frac{U_B}{I} = \frac{120}{3{,}5} = 34{,}28\Omega\ \text{et}$$

$$Z = \frac{U}{I} = \frac{220}{3{,}5} = 62{,}86\Omega$$

b)) Valeur de R, r et L $R = Z_B = 40\Omega$;

Pour la bobine *B* :

$$Z_B = \sqrt{r^2 + (L\omega)^2} \Longrightarrow {Z_B}^2 = r^2 + (L\omega)^2\ (1)$$

Pour l'ensemble bobine +conducteur ohmique

$$Z = \sqrt{(R+r)^2 + (L\omega)^2} \Longrightarrow Z^2 = (R+r)^2 + (L\omega)^2\ (2)$$

$$(2) - (1) \Longrightarrow Z^2 - {Z_B}^2 = (R+r)^2 - r^2 = R^2 + r^2 + 2rR - r^2$$

$$Z^2 - {Z_B}^2 = R^2 + 2rR \Longrightarrow r = \frac{Z^2 - {Z_B}^2 - R^2}{2R}$$

$$A.N:\ r = \frac{62{,}86^2 - 34{,}28^2 - 40^2}{2 \times 40} = 14{,}7\Omega$$

$$(1): {Z_B}^2 = r^2 + (L\omega)^2 \Longrightarrow L\omega = \sqrt{{Z_B}^2 - r^2}$$

$$\Longrightarrow L = \frac{\sqrt{{Z_B}^2 - r^2}}{\omega} = \frac{\sqrt{{Z_B}^2 - r^2}}{2\pi N}$$

$$A.N: L = \frac{\sqrt{34{,}28^2 - 14{,}7^2}}{100\pi} = 9{,}86 \times 10^{-2} H$$

c)) Déphasage entre u et i :

$$\tan\varphi = \frac{L\omega}{R+r} = \frac{9{,}86.10^{-2} \times 100\pi}{40 + 14{,}7} = 0{,}566 \Longrightarrow \varphi = 0{,}52rad$$

d)) Expression de i(t)

A l'instant où la tension est maximal,

i est en retard par rapport à u, donc :

$$i(t) = I\sqrt{2}\sin(2\pi Nt - \varphi)$$

$$i(t) = 3{,}5 \times \sqrt{2}\sin(100\pi t - 0{,}51) = 4{,}95\sin(100\pi t - 0{,}51)$$

Solution 3

1. a)) Expression de l'impédance Z du circuit :

$$Z = \sqrt{R^2 + \left(L\omega - \frac{1}{C\omega}\right)^2}$$

b)) Expression de l'intensité efficace du courant : $Z = \frac{U}{I} \Rightarrow I = \frac{U}{Z}$

c)) Expression du déphasage de u(t) par rapport à i(t) :

$$tan\,\varphi = \frac{L\omega - \frac{1}{C\omega}}{R}$$

2. Calcul numérique de Z, I et φ

$$\begin{cases} L\omega = 0{,}3 \times 314 = 94{,}2 \\ \frac{1}{C\omega} = \frac{1}{20 \times 10^{-6} \times 314} = 159{,}23 \end{cases}$$

$$\Longrightarrow Z = \sqrt{10^2 + (94{,}2 - 159{,}23)^2} = 65{,}80\Omega$$

$$I = \frac{U}{Z} = \frac{100}{65{,}80} = 1{,}52A\ \ et\ \ tan\,\varphi = \frac{94{,}2 - 159{,}23}{10} = -6{,}50$$

$$\Rightarrow \varphi = -1{,}42rad$$

3. a)) Calcul des tensions U_1 et U_2

- Aux bornes de la bobine :

$$U_2 = Z_2 I = L\omega I = 94{,}2 \times 1{,}52 = 143{,}2V$$

- Aux bornes du condensateur :

$$U_1 = Z_1 I = \frac{1}{C\omega} \times I = 159{,}23 \times 1{,}52 = 242V$$

b)) Expression de instantanées de u_1 et u_2

$$u_1 = U_1\sqrt{2}\,sin(\omega t + \varphi_1)\ \ et\ \ u_2 = U_1\sqrt{2}\,sin(\omega t + \varphi_2)$$

- Détermination de φ_1 et φ_2

$$\tan\varphi_2 = \frac{L\omega}{R} = \frac{94{,}2}{10} = 9{,}42 \Rightarrow \varphi_2 = 1{,}46rad\ et$$

Pour la capacité pur $\varphi_1 = -\frac{\pi}{2}$

$$u_1 = 242\sqrt{2}\,sin\left(314t - \frac{\pi}{2}\right)\ et\ u_2 = 143{,}2\sqrt{2}\,sin(314t + 1{,}46)$$

$$u_1 = 342{,}24\,sin\left(314t - \frac{\pi}{2}\right)\ \ et\ u_2 = 202{,}5\,sin(314t + 1{,}46)$$

Solution 4

1. Vérifions que $Z = 33\Omega$

$$Z = \sqrt{R^2 + \left(L\omega - \frac{1}{C\omega}\right)^2} = \sqrt{R^2 + \left(2\pi NL - \frac{1}{2\pi NC}\right)^2}$$

TÉLÉCHARGEZ L'APPLICATION ABLANIAN CI
DISPONIBLE SUR Google Play
Télécharger dans l'App Store

$$\begin{cases} 2\pi NL = 2\pi \times 60 \times 0{,}20 = 75{,}39 \\ \dfrac{1}{2\pi NC} = \dfrac{1}{2\pi \times 60 \times 25 \times 10^{-6}} = 106{,}10 \end{cases} \Rightarrow$$

$$Z = \sqrt{12^2 + (75{,}39 - 106{,}10)^2} = 32{,}97\Omega = 33\Omega$$

b)) Calcul de l'intensité efficace I : $Z = \frac{U}{I} \Rightarrow I = \frac{U}{Z} = \frac{120}{33} = 3{,}63\Omega$

c)) Détermination de φ_1

$$\pi NL < \frac{1}{2\pi NC} \Rightarrow \varphi_1 < 0 \Rightarrow \cos\varphi_1 = \frac{R}{Z} = \frac{12}{33} = 0{,}3636$$

$$donc \ \varphi_1 = -0{,}348rad$$

2. a)) Calcul de U_{AF}

$$U_{AF} = Z_{AF} I = \sqrt{R^2 + (2\pi NL)^2}\, I$$

$$U_{AF} = \sqrt{12^2 + 75{,}39^2} \times 3{,}63 = 277{,}11V$$

b)) Calcul de φ_2

$$\cos\varphi_2 = \frac{R}{Z_{AF}} = \frac{RI}{U_{AF}} = \frac{12 \times 3{,}63}{277{,}11} = 0{,}172 \Rightarrow \varphi_2 = 1{,}40rad$$

- Expression de $U_{AF}(t)$: $u_{AF}(t) = U_{AF}\sqrt{2}\sin(2\pi Nt + \varphi_2)$

$$u_{AF}(t) = 277{,}11\sqrt{2}\sin(120\pi t + 1{,}40)$$

$$soit \ u_{AF}(t) = 391{,}89\sin(120\pi t + 1{,}40)$$

Solution 5

1. a)) Déphasage φ entre U(t) et l'intensité i(t)

$$i(t) = I\sqrt{2}\cos(\omega t) \quad et \ u(t) = U\sqrt{2}\,Cos\left(\omega t + \frac{\pi}{4}\right)$$

$$\Rightarrow \varphi = \frac{\pi}{4}rad$$

b)) Impédance Z du dipôle MN :

$$\cos\varphi = \frac{R}{Z} \Rightarrow Z = \frac{R}{\cos\varphi} = \frac{20}{\cos\frac{\pi}{4}} = 28{,}28\Omega$$

c)) *Calcul de I et U*

$$\tan\varphi = \frac{L\omega - \frac{1}{C\omega}}{R} = \frac{\left(L\omega - \frac{1}{C\omega}\right)I}{RI} = \frac{U_{PN}}{RI}$$

$$\Rightarrow I = \frac{U_{PN}}{R\tan\varphi} = \frac{6\sqrt{2}}{20\tan 45°} = 0{,}42A$$

d)) Montrons que $\omega_2 = \frac{1}{2}\left(\frac{R}{L} + \sqrt{\left(\frac{R}{L}\right)^2 + 4{\omega_0}^2}\right)$

Pulsation à la résonance $\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}} \Rightarrow {\omega_0}^2 = \frac{1}{LC}$

$$Z = \sqrt{R^2 + \left(L\omega - \tfrac{1}{C\omega}\right)^2} \Rightarrow Z^2 = R^2 + \left(L\omega - \tfrac{1}{C\omega}\right)^2 \Rightarrow$$

$$\left(R\sqrt{2}\right)^2 = R^2 + \left(L\omega - \frac{1}{C\omega}\right)^2 \Rightarrow 2R^2 - R^2 = \left(L\omega - \frac{1}{C\omega}\right)^2$$

$$\left(L\omega - \frac{1}{C\omega}\right)^2 = R^2 \Rightarrow L\omega - \frac{1}{C\omega} = \pm R \Rightarrow L\omega - \frac{1}{C\omega} = R$$

$$LC\omega^2 - 1 = RC\omega \Rightarrow LC\omega^2 - RC\omega - 1 = 0$$

$$\Delta = (RC)^2 + 4LC > 0 \Rightarrow \omega_1 = \frac{RC - \sqrt{(RC)^2 + 4LC}}{2LC} < 0 \quad et$$

$$\omega_2 = \frac{RC + \sqrt{(RC)^2 + 4LC}}{2LC} = \frac{1}{2}\left[\frac{R}{L} + \frac{1}{LC}\sqrt{R^2C^2 + 4LC}\right]$$

$$\omega_2 = \frac{1}{2}\left[\frac{R}{L} + \sqrt{\frac{R^2C^2}{L^2C^2} + \frac{4LC}{L^2C^2}}\right] = \frac{1}{2}\left[\frac{R}{L} + \sqrt{\frac{R^2}{L^2} + \frac{4}{LC}}\right]$$

$$or \ {\omega_0}^2 = \frac{1}{LC} \Rightarrow \omega_2 = \frac{1}{2}\left[\frac{R}{L} + \sqrt{\left(\frac{R}{L}\right)^2 + 4{\omega_0}^2}\right]$$

2. a)) Montrons que $\sqrt{\omega_1 . \omega_2} = \omega_0$

$$\omega_2 = \frac{1}{2}\left[\frac{R}{L} + \sqrt{\left(\frac{R}{L}\right)^2 + 4{\omega_0}^2}\right]$$

$$\omega_2 - \omega_1 = \frac{R}{L} \Rightarrow \omega_1 = \omega_2 - \frac{R}{L} = \frac{1}{2}\left[\frac{R}{L} + \sqrt{\left(\frac{R}{L}\right)^2 + 4{\omega_0}^2}\right] - \frac{R}{L}$$

$$\omega_1 = \frac{1}{2}\left[\frac{R}{L} + \sqrt{\left(\frac{R}{L}\right)^2 + 4{\omega_0}^2}\right] - \frac{R}{L} = -\frac{R}{2L} + \frac{1}{2}\sqrt{\left(\frac{R}{L}\right)^2 + 4{\omega_0}^2}$$

$$\omega_1 \times \omega_2 = \left(-\frac{R}{2L} + \frac{1}{2}\sqrt{\left(\frac{R}{L}\right)^2 + 4{\omega_0}^2}\right)\left(\left[\frac{R}{L} + \sqrt{\left(\frac{R}{L}\right)^2 + 4{\omega_0}^2}\right]\right)$$

$$\omega_1 \times \omega_2 = \frac{1}{4}\left(\left(\frac{R}{L}\right)^2 + 4{\omega_0}^2\right) - \frac{R^2}{4L^2} = {\omega_0}^2 \Rightarrow \sqrt{\omega_1 \times \omega_2} = \omega_0$$

b)) Calcul de ω_2 et ω_1

$$\omega_0 = 10^4 \Rightarrow {\omega_0}^2 = 10^8 \quad et \ \omega_2 - \omega_1 = 2 \times 10^3 rad.s^{-1} = \frac{R}{L}$$

$$\omega_2 = \frac{1}{2}\left[\frac{R}{L} + \sqrt{\left(\frac{R}{L}\right)^2 + 4{\omega_0}^2}\right] = \frac{1}{2}\left(2000 + \sqrt{2000^2 + 4.10^8}\right)$$

$$\omega_2 = 11 \times 10^3 rad.s^{-1} \ et \ \omega_2 - \omega_1 = 2 \times 10^3 rad.s^{-1}$$

$$Soit \ \omega_1 = 11 \times 10^4 - 2 \times 10^3 = 9 \times 10^3 rad.s^{-1}$$

c)) Valeur de L et C

$$\frac{R}{L} = \Delta\omega \Rightarrow L = \frac{R}{\Delta\omega} = \frac{20}{2000} = 0{,}01H$$

$$et \ {\omega_0}^2 = \frac{1}{LC} \Rightarrow C = \frac{1}{L{\omega_0}^2} = \frac{1}{10^{-2} \times 10^8} = 10^{-6}F = 1\mu F$$

Solution 6

1. a)) Expression de l'impédance Z du circuit

$$Z = \sqrt{(R+r)^2 + \left(L\omega - \tfrac{1}{C\omega}\right)^2} = \sqrt{(R+r)^2 + \left(2\pi NL - \tfrac{1}{2\pi NC}\right)^2}$$

$$\begin{cases} 2\pi NL = 2\pi \times 100 \times 0{,}8 = 502{,}65 \\ \dfrac{1}{2\pi NC} = \dfrac{1}{2\pi \times 100 \times 4{,}4 \times 10^{-6}} = 361{,}715 \end{cases}$$

$$Z = \sqrt{(345 + 55)^2 + (502{,}65 - 361{,}715)^2} = 424{,}10\Omega$$

b)) Expressions numériques de U_{AB} et i_{AB}

$$U_{AB} = U_{AB_{max}}\cos(\omega t + \varphi) \ et \ i_{AB} = I_{max}\cos(\omega t)$$

$$\tan\varphi = \frac{L\omega - \frac{1}{C\omega}}{R+r} = \frac{502{,}65 - 361{,}715}{345 + 55} = 0{,}3523 \Rightarrow \varphi = 0{,}338rad$$

$$U_{AB} = U_e\sqrt{2}\cos(\omega t + \varphi) \ et \ i_{AB} = I\sqrt{2}\cos(\omega t)$$

$$U_{AB} = 4\sqrt{2}\cos(200\pi t + 0{,}338) \ et \ i_{AB} = I\sqrt{2}\cos(\omega t)$$

$$Z = \frac{U}{I} \Rightarrow I = \frac{U}{Z} = \frac{4}{424{,}10} = 9{,}43 \times 10^{-3}A$$

$$\Rightarrow i_{AB} = 9{,}43 \times 10^{-3}\sqrt{2}\cos(200\pi t)$$

TÉLÉCHARGEZ L'APPLICATION ABLANIAN CI
DISPONIBLE SUR Google Play
Télécharger dans l'App Store

2. Valeur de l'intensité à la résonance

$A\ la\ résonance\ \omega_0 = 2\pi N_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}} \Rightarrow N_0 = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}}$

$A.N: N_0 = \frac{1}{2\pi\sqrt{0{,}8 \times 4{,}4 \times 10^{-6}}} = 84{,}83Hz$

3. La bande passante en pulsation est l'ensemble des pulsations de l'intervalle $[\omega_1\ ;\ \omega_2]$ où ω_1 et ω_2 les limites de la bande passante.

- Détermination de ω_1 et ω_2

$Z = \sqrt{(R+r)^2 + \left(L\omega - \frac{1}{C\omega}\right)^2}$

$\Rightarrow Z^2 = (R+r)^2 + \left(L\omega - \frac{1}{C\omega}\right)^2$

$\left((R+r)\sqrt{2}\right)^2 = (R+r)^2 + \left(L\omega - \frac{1}{C\omega}\right)^2$

$\Rightarrow 2(R+r)^2 - (R+r)^2 = \left(L\omega - \frac{1}{C\omega}\right)^2$

$\left(L\omega - \frac{1}{C\omega}\right)^2 = (R+r)^2 \Rightarrow L\omega - \frac{1}{C\omega} = \pm(R+r)$

$\Rightarrow \begin{cases} L{\omega_1}^2 + (R+r)C\omega_1 - 1 = 0\ \ (1) \\ L{\omega_2}^2 - (R+r)C\omega_2 - 1 = 0\ (2) \end{cases}$

$\Delta = \left((R+r)C\right)^2 + 4LC > 0$

$\omega_1 = \frac{-(R+r)C + \sqrt{\left((R+r)C\right)^2 + 4LC}}{2LC}$

$\omega_2 = \frac{(R+r)C + \sqrt{\left((R+r)C\right)^2 + 4LC}}{2LC}$

$\omega_1 = \frac{-(345+55)\times 4{,}4\times 10^{-6} + \sqrt{\left((345+55)4{,}4\times 10^{-6}\right)^2 + 4.0{,}8\times 4{,}4.10^{-6}}}{2\times 0{,}8\times 4{,}4\times 10^{-6}}$

$\omega_2 = \frac{(345+55)\times 4{,}4\times 10^{-6} + \sqrt{\left((345+55)4{,}4\times 10^{-6}\right)^2 + 4.0{,}8\times 4{,}4.10^{-6}}}{2\times 0{,}8\times 4{,}4\times 10^{-6}}$

$\omega_1 = 338{,}72rad.s^{-1}\ et\ \omega_2 = 838{,}72rad.s^{-1}$

4. Montrons que $\Delta\omega$ peut s'exprimer en fonction de R, r et L

$\Delta\omega = \omega_2 - \omega_1 = \frac{(R+r)C}{2LC} + \frac{(R+r)C}{2LC} = \frac{2(R+r)C}{2LC} = \frac{R+r}{L}$

5. Calcul du facteur du qualité Q

$Q = \frac{\omega_0}{\Delta\omega} = \frac{\omega_0}{\omega_2 - \omega_1}\ \ où\ \omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}}$

$\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{0{,}8\times 4{,}4\times 10^{-6}}} = 533rad.s^{-1}\ et\ Q = \frac{533}{838{,}72 - 338{,}72} = 1{,}066\ 6.$

Puissance consommée dans le circuit

$P = UI\cos\varphi\ \ avec\ \cos\varphi = \frac{R+r}{Z} \Rightarrow P = UI\frac{(R+r)}{Z}$

$Or\ Z = \frac{U}{I} \Rightarrow I = \frac{U}{Z} \Rightarrow P = U \times \frac{U}{Z} \times \frac{(R+r)}{Z} = \frac{{U_e}^2(R+r)}{Z^2}$

7. Puissance moyenne reçue à la résonance

A la résonance $R + r = Z\ et\ \varphi = 0$

$P = \frac{{U_e}^2(R+r)}{Z^2} = \frac{{U_e}^2}{Z} = \frac{4^2}{424{,}10} = 3{,}77 \times 10^{-2}W$

Solution 7

1. a)) Expression de $u_{AB}(t)$ en fonction de Z_1, I_{max}, ω et φ_1

$u_{AB}(t) = U_{ABmax}\sin(\omega t + \varphi_1)\ \ or\ Z_1 = \frac{U_{ABmax}}{I_{max}}$

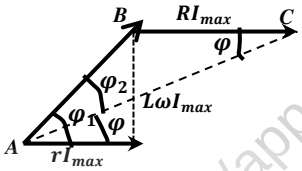
$U_{ABmax} = Z_1 I_{max} \Rightarrow u_{AB}(t) = Z_1 I_{max}\sin(\omega t + \varphi_1)$

b)) Expression de $u_{BC}(t)$ en fonction de R, I_{max} et ω

$u_{BC}(t) = U_{BCmax}\sin(\omega t)\ \ or\ Z_2 = R = \frac{U_{BCmax}}{I_{max}};$

$U_{BCmax} = RI_{max} \Rightarrow u_{BC}(t) = RI_{max}\sin(\omega t)$

2. a)) Diagramme de Fresnel



b)) Calcul de φ et φ_1

Dans le triangle ABC :

$AB^2 = AC^2 + BC^2 - 2ACBC\cos\varphi \Rightarrow$

${U_{AB}}^2 = {U_{AC}}^2 + {U_{BC}}^2 - 2U_{AC}U_{BC}\cos\varphi$

$\Rightarrow \cos\varphi = \frac{{U_{AC}}^2}{2U_{AC}U_{BC}} = \frac{U_{AC}}{2U_{BC}}$

$\cos\varphi = \frac{70\sqrt{3}}{2\times 70} = \frac{\sqrt{3}}{2} \Rightarrow \varphi = \frac{\pi}{6}rad$

$BC^2 = BA^2 + AC^2 - 2BAAC\cos\varphi_2 \Rightarrow$

${U_{BC}}^2 = {U_{BA}}^2 + {U_{AC}}^2 - 2U_{BA}U_{AC}\cos\varphi_2 \Rightarrow \cos\varphi_2 = \frac{U_{AC}}{2U_{AB}}$

$\cos\varphi_2 = \frac{70\sqrt{3}}{2\times 70} = \frac{\sqrt{3}}{2} \Rightarrow \varphi = \frac{\pi}{6}rad$ et

$\varphi_1 = \varphi + \varphi_2 = \frac{\pi}{6} + \frac{\pi}{6} = \frac{\pi}{3}rad$

3. a)) Calcule Z_1 r, L

$U_{AB} = IZ_1, U_{BC} = RI\ \ et\ \ U_{AB} = U_{BC}$

$\Leftrightarrow IZ_1 = RI\ \ \Rightarrow Z_1 = R = 100\Omega$

$\sin\varphi_1 = \frac{L\omega I_m}{Z_1 I_m} = \frac{L\omega}{Z_1} \Rightarrow L = \frac{Z_1\sin\varphi_1}{\omega}$

$A.N:\ L = \frac{100\times\sin 60°}{100\pi} = 0{,}275H$

$\cos\varphi_1 = \frac{rI_m}{Z_1 I_m} = \frac{r}{Z_1} \Rightarrow r = Z_1\cos\varphi_1 = 100\cos 60° = 50\Omega$

b)) Expression de $U_{AC}(t)$

$U_{AC}(t) = ZI_m\sin(\omega t + \varphi)\ où : Z = \sqrt{(R+r)^2 + (L\omega)^2}$

$A.N:\ Z = \sqrt{(100+50)^2 + (100\pi\times 0{,}275)^2} = 173{,}10\Omega$

$I_m = I\sqrt{2}\ \ or\ I = \frac{U_{BC}}{R} = \frac{70}{100} = 0{,}7A$

$et\ ZI_m = 173{,}07\times 0{,}7\sqrt{2} = 171{,}33V$

$U_{AC}(t) = 171{,}33\sin\left(100\pi t + \frac{\pi}{6}\right)$

TÉLÉCHARGEZ L'APPLICATION ABLANIAN CI
DISPONIBLE SUR Google Play
Télécharger dans l'App Store

Solution 8

a)) Calcul de l'impédance $Z = \sqrt{R^2 + \left(L\omega - \frac{1}{C\omega}\right)^2}$

$$\begin{cases} L\omega = 0{,}4 \times 250 = 100 \\ \frac{1}{C\omega} = \frac{1}{40 \times 10^{-6} \times 250} = 100 \end{cases}$$

$$\Rightarrow Z = \sqrt{50^2 + (100 - 100)^2} = 50\Omega \Rightarrow Z = R = 50\Omega$$

D'où le circuit est à la résonance et

la pulsation à la résonance est $\omega_0 = 250 rad.s^{-1}$

b)) Déphase entre u(t) et i(t)

$$Z = \sqrt{R^2 + \left(L\omega - \frac{1}{C\omega}\right)^2} = \sqrt{R^2 + \left(2\pi NL - \frac{1}{2\pi NC}\right)^2}$$

$$\begin{cases} 2\pi NL = 2\pi \times 50 \times 0{,}4 = 125{,}66 \\ \frac{1}{2\pi NC} = \frac{1}{2\pi \times 0{,}4 \times 40 \times 10^{-6}} = 79{,}58 \end{cases}$$

$$\Rightarrow Z = \sqrt{50^2 + (125{,}66 - 79{,}58)^2} = 68\Omega$$

$$\cos\varphi = \frac{R}{Z} = \frac{50}{68} = 0{,}735 \ \ or\ 2\pi NL < \frac{1}{2\pi NC} \Rightarrow \varphi < 0$$

$$\cos\varphi = 0{,}735 \Rightarrow \varphi = -42{,}69° = -0{,}745 rad$$

c)) Expression de i(t)

$$i(t) = I\sqrt{2}\sin(\omega t + \varphi) = I\sqrt{2}\sin(100\pi t - 0{,}745)$$

$$I = \frac{U}{Z} = \frac{20}{68} = 0{,}29 \Rightarrow i(t) = 0{,}69\sqrt{2}\sin(100\pi t - 0{,}745)$$

d)) Calcul de la puissance moyenne :

$$P = UI\cos\varphi = 20 \times 0{,}29 \times 0{,}745 = 4{,}32W$$

2. a)) Valeur de la capacité C à la résonance

A la résonance $N = N_0 = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}} \Rightarrow N^2 = \frac{1}{4\pi^2 LC} \Rightarrow C = \frac{1}{4\pi^2 LN^2}$

$$C = \frac{1}{4\pi^2 LN^2} = \frac{1}{4 \times 10 \times 0{,}4 \times 50^2} = 2{,}5 \times 10^{-5} = 25\mu F$$

b)) Puissance moyenne à la résonance

$$P_{moy} = UI\cos\varphi \quad or\ à\ la\ résonance\ \varphi = 0 \Rightarrow \cos\varphi = 1$$

$$P_{moy} = UI = 20 \times 0{,}29 = 5{,}8W$$

- Tension efficace aux bornes de la bobine

$$U_L = Z_L I = L\omega_0 I = 2\pi LN_0 I = 2\pi \times 0{,}4 \times 50 \times 0{,}29 = 36{,}44V$$

Solution 9

1. Calcul de R, L C et ω_0

A la résonance $Z = R = \frac{U}{I} = \frac{10}{0{,}1} = 100A$

- La largeur de la bande passante est définie par :

$$\Delta\omega = \frac{R}{L} \Rightarrow L = \frac{R}{\Delta\omega} = \frac{100}{20\pi} = 1{,}59H$$

- Le facteur de qualité est défini par

$$: Q = \frac{1}{R}\sqrt{\frac{L}{C}} \Rightarrow Q^2 = \frac{L}{R^2 C} \Rightarrow C = \frac{L}{Q^2 R^2}$$

$$C = \frac{1{,}59}{100^2 \times 100^2} = 1{,}59 \times 10^{-8} C$$

Pulsation à la résonance :

$$\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}} = \frac{1}{\sqrt{1{,}59 \times 1{,}59 \times 10^{-8}}} = 6{,}29 \times 10^3 rad.s^{-1}$$

2. a)) Tension efficace aux bornes du condensateur :

$$U_C = Z_C I = QU = 100 \times 10 = 1000V$$

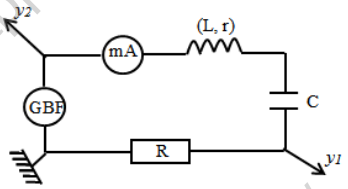
b)) Puissance Moyenne consommée dans le circuit

$$P = UI\cos\varphi \ \ et\ à\ la\ résonance\ \ \varphi = 0 \Rightarrow \cos\varphi = 1$$

$$\Rightarrow P = UI = 10 \times 0{,}1 = 1W$$

Solution 10

1. Schéma du circuit (RLC)



Voie y_1 : on visualise la tension aux bornes de la résistance R.

Voie y_2 : on visualise la tension aux bornes du dipole RLC.

2. a)) Calcul de l'inductance L

$$N_0 = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}} \Rightarrow {N_0}^2 = \frac{1}{4\pi^2 LC} \Rightarrow L = \frac{1}{4\pi^2 C{N_0}^2}$$

$$L = \frac{1}{4 \times 10 \times 3{,}3 \times 10^{-6} \times 148^2} = 0{,}345H$$

b)) Valeur de l'intensité I

$$U_C = Z_C I = \frac{1}{C\omega_0} I = L\omega_0 I \Rightarrow I = \frac{U_C}{L\omega_0} = \frac{U_C}{2\pi N_0 L}$$

$$A.N:\ I = \frac{15}{2\pi \times 148 \times 0{,}345} = 46{,}75 \times 10^{-3} A$$

c)) Valeur de la largeur de la bande passante

$$\Delta N = \frac{R + r}{2\pi L} = \frac{47 + 15}{2\pi \times 0{,}345} = 28{,}60Hz$$

3. a)) Calcul de l'impédance Z du circuit

$$Z = \sqrt{(R + r)^2 + \left(L\omega - \frac{1}{C\omega}\right)^2} = \sqrt{(R + r)^2 + \left(2\pi NL - \frac{1}{2\pi NC}\right)^2}$$

$$\begin{cases} 2\pi NL = 2\pi \times 200 \times 0{,}35 = 439{,}82 \\ \frac{1}{2\pi NC} = \frac{1}{2\pi \times 200 \times 3{,}3 \times 10^{-6}} = 241{,}14 \end{cases}$$

$$Z = \sqrt{(47 + 15)^2 + (439{,}82 - 241{,}14)^2} = 208{,}13\Omega$$

b)) Valeur de l'intensité efficace du courant

$$Z = \frac{U}{I} \Rightarrow I = \frac{U}{Z} = \frac{2{,}2}{208{,}13} = 0{,}01A$$

c)) Valeur de la tension aux bornes de la résistance :

$$U_R = RI = 47 \times 0{,}01 = 0{,}47V$$

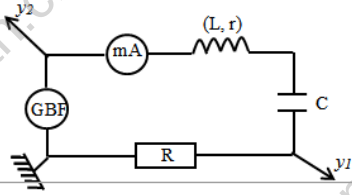
d)) Déphasage entre la tension et l'intensité

$$\cos\varphi = \frac{R}{Z} = \frac{47}{208{,}13} = 0{,}225 \Rightarrow \varphi = 1{,}34 rad$$

.

Solution 11

1. a)) Schéma du circuit



TÉLÉCHARGEZ L'APPLICATION ABLANIAN CI
DISPONIBLE SUR Google Play
Télécharger dans l'App Store

b)) Equation différentielle du circuit (R ,L,C)

En appliquant la loi d'additivité des tension, on a :

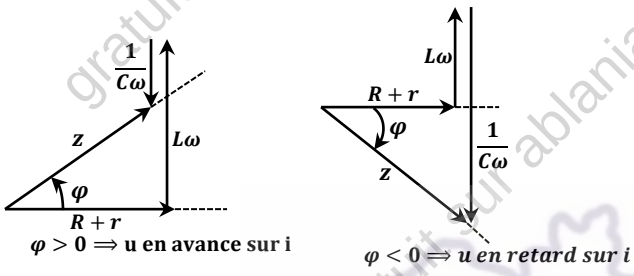
$$u = U_L + U_C + U_R \quad avec \quad U_L = L\frac{di}{dt} + ri, U_R = Ri \quad et \; U_C = \frac{q}{C}$$

$$i = \frac{dq}{dt} \Rightarrow q = \int idt \Rightarrow u = L\frac{di}{dt} + ri + \int idt + Ri$$

$$d'où : l'équation \; diffférentielle :$$

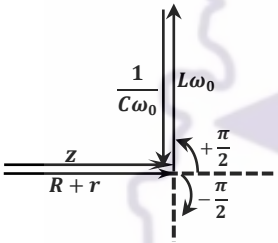
$$u = (R + r)i + L\frac{di}{dt} + + \int idt$$

c)) Construction de Fresnel du circuit (R,L,C)



2. a)) u et i sont en phase, alors le circuit est à l'état de résonance.

- Construction de Fresnel du circuit à la résonance



b)) Montrons que l'équation différentielle s'écrit : $L\frac{di}{dt} + \frac{1}{c}\int idt = 0$

On a : $u = (R + r)i + L\frac{di}{dt} + \frac{1}{c}\int idt$ or à la résonance :

$$Z = (R + r) = \frac{u}{i} \Longrightarrow u = (R + r)i \Rightarrow L\frac{di}{dt} + \frac{1}{C}\int idt = 0$$

c)) Valeur de l'inductance L

Posons $i = I_{max}\sin(2\pi N_0 t)$

$$L\frac{d}{dt}(I_{max}\sin(2\pi N_0 t)) + \frac{1}{C}\int (I_{max}\sin(2\pi N_0 t))dt = 0$$

$$2\pi N_0 L I_{max}\cos(2\pi N_0 t) - \frac{1}{C}\frac{I_{max}}{2\pi N_0}\cos(2\pi N_0 t) = 0$$

$$\left(2\pi N_0 L - \frac{1}{2\pi c N_0}\right) I_{max} cos(2\pi N_0 t) = 0$$

$$Or \quad I_{max}cos(2\pi N_0 t) \neq 0 \Longrightarrow 2\pi N_0 L - \frac{1}{2\pi N_0 C} = 0$$

$$\frac{4\pi^2 {N_0}^2 LC - 1}{2\pi N_0 C} = 0 \Longrightarrow 4\pi^2 {N_0}^2 LC - 1 = 0 \Rightarrow N_0 = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}}$$

$$Et \;\; L = \frac{1}{4\pi^2 C {N_0}^2} = \frac{1}{4 \times 10 \times 1 \times 10^{-6} \times 500^2} = 0{,}1H$$

3. Etude d la courbe de résonance d'intensité

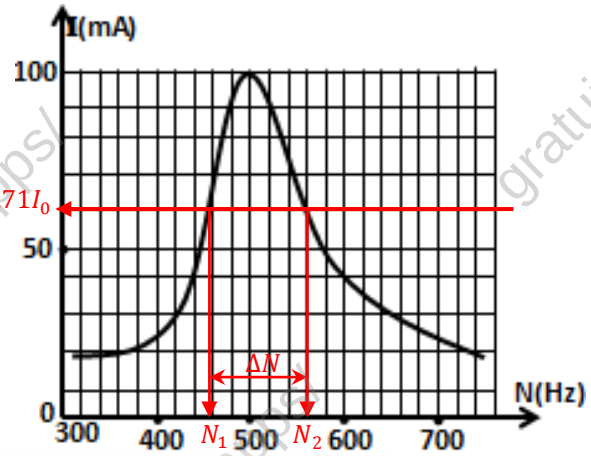
a)) A partir de la courbe $N_0 = 500\text{Hz}$

b)) La bande passante d'un circuit (RLC) désigne l'ensemble des fréquence pour lesquelles la réponse en intensité est supérieur à 71% de la réponse à la résonance.

Calculons la largeur de la bande passante

$\Delta N = N_2 - N_1$: *la courbe donne respectivement*

On a : $0{,}71I_0 = 0{,}71 \times 100 = 71mA$



$N_1 = 460Hz \;\; et \; N_2 = 540Hz \Longrightarrow \Delta N = 540 - 460 = 80Hz$

c)) Calculons le facteur de qualité du circuit

$$Q = \frac{N_0}{\Delta N} = \frac{500}{80} = 6{,}25$$

d)) Calcul de R_T , L et C

A la résonance l'impédance du circuit est minimale et égale à la résistance totale du circuit.

$$I = \frac{U}{Z} \;\; avec \;\; Z = R_T \Longrightarrow I_0 = \frac{U}{R_T} \Longrightarrow R_T = \frac{U}{I_0} = \frac{2}{0{,}1} = 20\Omega$$

$$\Delta N = \frac{R_T}{2\pi L} \Rightarrow L = \frac{R_T}{2\pi\Delta N} = \frac{20}{2\pi \times 80} = 3{,}97 \times 10^{-2}H$$

$$N_0 = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}} \Longrightarrow {N_0}^2 = \frac{1}{4\pi^2 LC} \Rightarrow C = \frac{1}{4\pi^2 L {N_0}^2}$$

$$C = \frac{1}{4\pi^2 \times 3{,}97 \times 10^{-2} \times 500^2} = 2{,}52 \times 10^{-6}F$$

4. a)) Montrons que $\tan\varphi = Q\left(\frac{\omega}{\omega_0} - \frac{\omega_0}{\omega}\right)$

$$\tan\varphi = \frac{L\omega - \frac{1}{C\omega}}{R - r} = \frac{L\omega}{R + r} - \frac{1}{(R + r)C\omega}$$

$$Or \; Q = \frac{L\omega_0}{R + r} = \frac{1}{(R + r)C\omega_0}$$

$$\tan\varphi = \frac{L\omega\omega_0}{(R + r)\omega_0} - \frac{1 \times \omega_0}{(R + r)C\omega\omega_0} = Q \times \frac{\omega}{\omega_0} - Q \times \frac{\omega_0}{\omega}$$

$$\Longrightarrow \tan\varphi = Q\left(\frac{\omega}{\omega_0} - \frac{\omega_0}{\omega}\right)$$

- Montrons Que $Z = (R + r)\sqrt{1 + Q^2\left(\frac{\omega}{\omega_0} - \frac{\omega_0}{\omega}\right)^2}$

$$Z = \sqrt{(R + r)^2 + \left(L\omega - \frac{1}{C\omega}\right)^2}$$

$$Z = \sqrt{(R + r)^2 + \left(\frac{(R + r)L\omega\omega_0}{(R + r)\omega_0} - \frac{(R + r)\omega_0}{(R + r)C\omega\omega_0}\right)^2}$$

$$Z = \sqrt{(R + r)^2 + \left((R + r)Q\frac{\omega}{\omega_0} - (R + r)Q\frac{\omega_0}{\omega}\right)^2}$$

GRATUITS SUR ablanian.com
Téléchargez l'application Ablanian CI sur Play Store et App Store
TÉLÉCHARGEZ L'APPLICATION ABLANIAN CI
DISPONIBLE SUR Google Play
Télécharger dans l'App Store

$$Z=\sqrt{(R+r)^2+(R+r)^2Q^2\left(\frac{\omega}{\omega_0}-\frac{\omega_0}{\omega}\right)^2}$$

$$Z=(R+r)\sqrt{1+Q^2\left(\frac{\omega}{\omega_0}-\frac{\omega_0}{\omega}\right)^2}$$

c)) Montrer que le facteur de qualité $Q=\frac{1}{R_T}\sqrt{\frac{L}{C}}$

$$Q=\frac{L\omega_0}{R_T}\quad avec\quad \omega_0=\frac{1}{\sqrt{LC}}$$

$$\Rightarrow Q=\frac{L}{R_T}\times\frac{1}{\sqrt{LC}}=\frac{1}{R_T}\sqrt{\frac{L^2}{LC}}=\frac{1}{R_T}\sqrt{\frac{L}{C}}$$

$$A.N: Q=\frac{1}{20}\sqrt{\frac{3{,}97\times10^{-2}}{2{,}25\times10^{-6}}}=6{,}64$$

d)) Expression de U_C en fonction de Q et U

$$U_C=Z_CI=\frac{1}{C\omega_0}\times\frac{U}{R_T}=\frac{1}{R_TC\omega_0}U=QU$$

Q est appelé coefficient de surtension à la résonance.

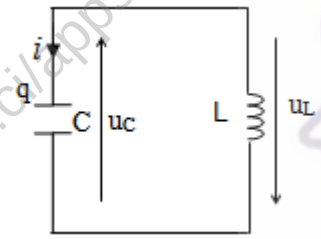
Solution 12

1. a)) Calcul de la charge Q_0 *:*

$$Q_0=CU=10\times10^{-6}\times10=10^{-4}C$$

- Equation différentielle du circuit (L,C)

En appliquant la loi d'ohm pour un circuit fermé :



$$u_C+u_L=0\Rightarrow\frac{q}{C}+L\frac{di}{dt}=0$$

$$i=\frac{dq}{qt}\Rightarrow\frac{di}{dt}=\frac{dq^2}{dt^2}\Rightarrow\frac{q}{C}+L\frac{dq^2}{dt^2}=0$$

$$\frac{dq^2}{dt^2}+\frac{1}{LC}q=0\ en\ posant\ \omega_0{}^2=\frac{1}{LC}\Rightarrow\frac{dq^2}{dt^2}+\omega_0{}^2q=0\ (1)$$

b)) Expression de q(t) en fonction de t

La solution de l'équation différentielle (1) est de la forme :

$q(t)=Q_{max}\cos(\omega_0t+\varphi)$ Condition initiale :

$$Q_0=Q_{max}=Q_{max}\cos\varphi\Rightarrow\cos\varphi=1\Rightarrow\varphi=0$$

$$q(t)=Q_{max}\cos(\omega_0t)\ où\ \omega_0=\frac{1}{\sqrt{LC}}=\frac{1}{\sqrt{0{,}1\times10^{-5}}}=1000rad.s^{-1}$$

$$q(t)=10^{-4}\cos(1000t)$$

- Intensité maximal du courant

$$i=-\frac{dq}{dt}=10^{-4}.10^3\sin(10^3t)=0{,}1\sin(10^3t)\Rightarrow I_{max}=0{,}1A$$

d)) Retrouvons l'équation différentielle

$$E=E_e+E_m=\frac{1}{2}Cu^2+\frac{1}{2}Li^2=cste$$

Les oscillations sont harmonique, alors l'énergie totale se conserve : $E=cste\Rightarrow\frac{dE}{dt}=0$

$$\frac{dE}{dt}=\frac{1}{2}C\frac{du^2}{dt}+\frac{1}{2}L\frac{di^2}{dt}=0\Rightarrow\frac{1}{2}C\times2u\frac{du}{dt}+\frac{1}{2}L\times2i\frac{di}{dt}=0$$

$$\Rightarrow Cu\frac{du}{dt}+Li\frac{di}{dt}=0\quad or\ i=-\frac{dq}{dt}\ et\ \frac{di}{dt}=-\frac{d^2q}{dt^2}\ et\ u=\frac{q}{C}$$

$$Soit\ C\frac{q}{C}\times\frac{1}{C}\frac{dq}{dt}+L\frac{dq}{dt}\times\frac{d^2q}{dt^2}=0\Rightarrow\frac{dq}{dt}\left(\frac{q}{C}+L\frac{dq^2}{dt^2}\right)=0$$

$$\frac{dq}{dt}\neq0\Rightarrow\frac{q}{C}+L\frac{dq^2}{dt^2}=0\Rightarrow\frac{dq^2}{dt^2}+\frac{1}{LC}q=0$$

2. a)) Intensité efficace du courant

$$U_C=Z_CI=\frac{1}{C\omega}I\Rightarrow I=C\omega U_C=2\pi NCU_C$$

$$\Rightarrow I=2\pi\times50\times10^{-5}\times60=0{,}188A$$

b)) Calcul de l'impédance Z du circuit *:*

$$Z=\frac{U}{I}=\frac{120}{0{,}188}=638{,}29\Omega$$

- Valeur de la résistance R

$$Z=\sqrt{R^2+(L\omega)^2}\Rightarrow Z^2=R^2+(L\omega)^2\Rightarrow R=\sqrt{Z^2-(L\omega)^2}$$

$$R=\sqrt{Z^2-(2\pi NL)^2}=\sqrt{638{,}29^2-(2\pi.50.0{,}1)^2}=637{,}5\Omega$$

c)) Tensions aux bornes des composantes

- Aux bornes de la résistance R:

$$U_R=RI=637{,}5\times0{,}188=119{,}85V$$

- Aux bornes de la bobine *:*

$$U_L=Z_LI=L\omega I=2\pi NLI=2\pi\times50\times0{,}1\times0{,}188=5{,}9V$$

d)) Valeur du déphasage entre i et u

$$\tan\varphi=\frac{L\omega-\frac{1}{C\omega}}{R}$$

$$\Rightarrow\begin{cases}L\omega=2\pi NL=2\pi\times50\times0{,}1=31{,}41\\\frac{1}{C\omega}=\frac{1}{2\pi NC}=\frac{1}{2\pi\times50\times10^{-5}}=318{,}3\end{cases}$$

$$\Rightarrow L\omega<\frac{1}{C\omega}\Rightarrow\varphi<0$$

$$\tan\varphi=\frac{31{,}41-318{,}3}{637{,}5}=-0{,}45\Rightarrow\varphi=-1{,}10rad$$

Solution 13

1. Valeur de U, ω et φ

$u(t)=12\sqrt{2}\,cos(100\pi t+0{,}92)\Rightarrow U=12V,\omega=100\pi rad.s^{-1}$ *et* $\varphi=0{,}92rad$

2. Calcul de l'impédance Z du circuit *:* $Z=\frac{U}{I}=\frac{12}{1{,}2}=10\Omega$

3. a)) Expression de cos φ et tan φ *:* $\cos\varphi=\frac{r}{Z}$ *et* $\tan\varphi=\frac{L\omega}{r}$

b)) Valeur numérique de r et L

$$\cos\varphi=\frac{r}{Z}\Rightarrow r=Z\cos\varphi=10\cos52{,}7°=6\Omega$$

$$\tan\varphi=\frac{L\omega}{r}\Rightarrow L=\frac{r\tan\varphi}{\omega}=\frac{6\tan52{,}7°}{100\pi}=2{,}5\times10^{-2}H$$

4. Valeur de la capacité C à la résonance

A la résonance $\omega_0=\frac{1}{\sqrt{LC}}\Rightarrow\omega_0{}^2=\frac{1}{LC}\Rightarrow C=\frac{1}{L\omega_0{}^2}$

$$C=\frac{1}{2{,}5.10^{-2}\times(100\pi)^2}=4{,}052\times10^{-4}F$$

GRATUITS SUR ablanian.com
Téléchargez l'application Ablanian CI sur Play Store et App Store
TÉLÉCHARGEZ L'APPLICATION ABLANIAN CI
DISPONIBLE SUR Google Play
Télécharger dans l'App Store

5. a)) Valeur maximale de l'intensité : $I_0 = \frac{U}{r} = \frac{12}{6} = 2A$

b)) La tension efficace aux bornes du condensateur

$$U_C = Z_C I = \frac{1}{C\omega_0} \times I = \frac{2}{400 \times 10^{-6} \times 100\pi} = 15{,}915V$$

c)) Calculons le facteur du qualité Q :

$$Q = \frac{1}{rC\omega_0} = \frac{1}{6 \times 400 \times 10^{-6} \times 100\pi} = 1{,}326$$

6. a)) Expression de l'inductance

$$\Phi_P = NBS \ avec \ B = \mu_0 \frac{N}{l} i \ \Rightarrow \ \Phi_P = \mu_0 \frac{N^2 S}{l} i$$

– par définition $\Phi_P = L_{th} i \ \Rightarrow L_{th} i = \mu_0 \frac{N^2 S}{l} i$

$$\Rightarrow L_{th} = \mu_0 \frac{N^2 S}{l}$$

b)) Valeur numérique de L_{th}

$$L_{th} = 4\pi \times 10^{-7} \times \frac{500^2 \times 3{,}18 \times 10^{-2}}{0{,}4} = 2{,}5 \times 10^{-2} H$$

c)) On remarque que $L = L_{th} = 2{,}5 \times 10^{-2} H$

Solution 14

1. a)) Valeur de la période T

Une période correspond à 10cm, alors $T = 10 \times 2 = 20ms$

- La fréquence N : $N = \frac{1}{T} = \frac{1}{0{,}020} = 50Hz$

- La pulsation ω : $\omega = 2\pi N = 100\pi rad.s^{-1}$

b)) Amplitude de chaque tension

- La voie y_1 donne les variations de la tension u_{NM}.

La valeur maximale de u_{NM} correspond à 5cm, donc

$$(U_{NM})_{max} = 5 \times 1 = 5V$$

$$U_{NM} = \frac{(U_{NM})_{max}}{\sqrt{2}} = \frac{5}{\sqrt{2}} = 3{,}53V$$

- Sur la voie y_2 apparait la tension U_{QM}, sa valeur maximale correspond à 8cm, donc :

$$U_{max} = 8 \times 3 = 24 \ et \ U_{QM} = \frac{U_{max}}{\sqrt{2}} = \frac{24}{\sqrt{2}} = 16{,}97V$$

c)) Intensité efficace aux bornes du générateur

$$(U_{NM})_{max} = RI_{max} \Rightarrow I_{max} = \frac{(U_{NM})_{max}}{R} = \frac{5}{15} = 0{,}33A$$

$$I = \frac{I_m}{\sqrt{2}} = \frac{(U_{NM})_{max}}{R\sqrt{2}} = \frac{5}{15\sqrt{2}} = 0{,}235A$$

2. a)) Déphasage entre u et i

Par définition : $|\varphi| = 2\pi \frac{l}{L}$: La longueur correspondante à une période est : $L = 10cm$ et le décalage entre les deux courbes sur l'axe horizontal vaut : $l = 1{,}50cm$: $\varphi = 2\pi \frac{1{,}5}{10} = 0{,}3\pi rad$

La tension u est en avance sur i, donc : $\varphi = +0{,}3\pi rad$

b)) Expression de i(t) en fonction du temps

$$i(t) = I_{max} \cos(\omega t + \varphi) = 0{,}33 \cos(100\pi t - 0{,}3\pi)$$

3. a)) Impédance Z du circuit

$$Z = \frac{U}{I} = \frac{16{,}97}{0{,}235} = 72{,}21\Omega$$

b)) Valeurs de r et L

$$\cos\varphi = \frac{R+r}{Z} \Rightarrow R + r = Z\cos\varphi = 72{,}21\cos(0{,}3\pi) = 42{,}44\,\Omega$$

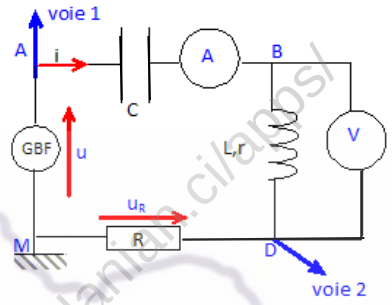
$$r = 42{,}44 - R = 42{,}44 - 15 = 27{,}44\Omega$$

$$\tan\varphi = \frac{L\omega}{r+R} \Rightarrow L\omega = (R+r)\tan\varphi \Rightarrow L = \frac{(R+r)\tan\varphi}{\omega}$$

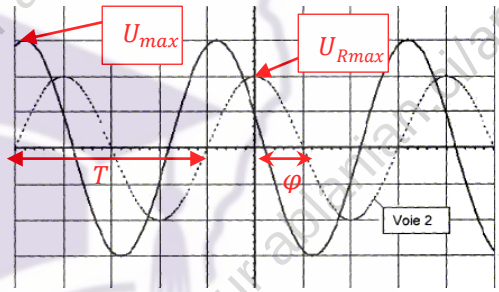
$$A.N: \ L = \frac{42{,}44 \tan 0{,}3\pi}{100\pi} = 0{,}186H = 186mH$$

EXERCICE 15

1. Schéma du circuit correspondant



2.a)) Calcul de la période, fréquence et la pulsation du signal



La période correspond à une longueur L=4cm=4div

$$T = 1 \times 4 = 4ms = 4 \times 10^{-3} s$$

Fréquence N : $N = \frac{1}{T} = \frac{1}{4 \times 10^{-3}} = 250Hz$

Pulsation :

$$\omega = 2\pi N = 2\pi \times 250 = 1{,}57 \times 10^3 rad.s^{-1}$$

b)) Détermination des valeurs efficaces U et U_R

$$U_{max} = 2 \times 3 = 6V \ \ et \ U_{Rmax} = 1 \times 2 = 2V$$

$$U = \frac{U_{max}}{\sqrt{2}} = 4{,}24V \ \ et \ U_R = \frac{U_{Rmax}}{\sqrt{2}} = 1{,}41V$$

Valeur de l'intensité I du courant

$$U_R = RI \ \ soit \ I = \frac{U_R}{R} = \frac{1{,}41}{220} = 6{,}4 \times 10^{-3} A$$

c)) Déphasage de u(t) par rapport à i(t)

$$|\varphi| = \frac{2\pi l}{L}$$

Une période correspond à une longueur $L = 4div = 4cm$

Le décalage horizontal entre les deux courbes : $l = 0{,}8div = 0{,}8$cm

$$|\varphi| = \frac{2\pi \times 0{,}8}{4} = 0{,}4\pi rad$$

La courbe u(t) est en avance sur $u_R(t)$ donc sur l'intensité i(t).

TÉLÉCHARGEZ L'APPLICATION ABLANIAN CI
DISPONIBLE SUR Google Play
Télécharger dans l'App Store

3. Déduisons :

a)) l'expression de la tension u(t) et de l'intensité i(t)

$u(t) = U_{max}\sin(\omega t) = 6\sin(1{,}57\times10^{3}t)$

$i(t) = I_{max}\sin(\omega t+\varphi) = I\sqrt{2}\sin(\omega t+\varphi)$

$i(t) = 6{,}4\times10^{-3}\sqrt{2}\sin(1{,}57\times10^{3}t - 0{,}4\pi)$

D'où : $i(t) = 9{,}1\times10^{-3}\sin(1{,}57\times10^{3}t - 0{,}4\pi)$

b)) La tension aux bornes d'un condensateur est en retard sur l'intensité ; la tension aux bornes de la bobine inductive est en avance sur l'intensité. L'intensité i(t) étant en retard sur la tension u(t), le dipôle est inductif.

c)) Valeur de l'impédance Z du dipôle RLC

$Z = \frac{U}{I} = \frac{4{,}24}{6{,}4\times10^{-3}} = 662{,}5\Omega$

d)) Valeur de la capacité C du condensateur

$Z = \sqrt{R^2+\left(L\omega-\frac{1}{C\omega}\right)^2} \Rightarrow Z^2 = R^2+\left(L\omega-\frac{1}{C\omega}\right)^2 \Rightarrow$

$\left(L\omega-\frac{1}{C\omega}\right)^2 = Z^2-R^2 \Rightarrow L\omega-\frac{1}{C\omega} = \sqrt{Z^2-R^2} \Rightarrow$

$\frac{1}{C\omega} = L\omega-\sqrt{Z^2-R^2} \Rightarrow C = \frac{1}{\omega}\times\left(\frac{1}{L\omega-\sqrt{Z^2-R^2}}\right)$

$A.N:\ C = \frac{1}{1{,}57\times10^{3}}\times\left(\frac{1}{0{,}45\times1{,}57\times10^{3}-\sqrt{662{,}5^2-220^2}}\right)$

D'où : $C = 7{,}8\times10^{-6}F = 7{,}8\mu F$

4. a)) Comme les deux tensions visualisées sont en phase, alors le phénomène observé est la résonance d'intensité.

b)) Retrouvons la valeur du condensateur C

A la résonance d'intensité : $LC{\omega_0}^2 = 1$

$Soit\ C = \frac{1}{L{\omega_0}^2}\ or\ \omega_0 = 2\pi N_0 \Rightarrow C = \frac{1}{4\pi^2 {N_0}^2 L}$

$C = \frac{1}{4\pi^2\times86{,}5^2\times0{,}45} = 7{,}5\times10^{-6}F$

b)) A la résonance, l''impédance est minimale, égale à la résistance R du circuit : $Z = Z_0 = R = 220\Omega$

Déduisons la valeur de I correspondante :

A la résonance, U étant constant, Z étant minimale, l'intensité est maximale : $I = \frac{U}{R} = \frac{4{,}24}{220} = 1{,}93\times10^{-2}A$

Solution 16

1.a)) Caractéristique de $\vec{B}$ au centre du solénoïde

- direction : parallèle à l'axe du solénoïde
- sens : de la face sud vers la face nord
- intensité : $B = 0{,}04T$

b)) Valeur de l'inductance L

$\Phi_P = NBS\ avec\ B = \mu_0\frac{N}{l}i \Rightarrow \Phi_P = \mu_0\frac{N^2S}{l}i$

par définition $\Phi_P = Li \Rightarrow Li = \mu_0\frac{N^2S}{l}i \Rightarrow L = \mu_0\frac{N^2S}{l}$

$A.N:\ L = 4\pi\times10^{-7}\times\frac{1500^2\times5{,}4.10^{-2}}{0{,}75} = 0{,}2H$

Valeur du flux propre de la bobine

$\Phi_P = Li\ \ or\ B = \mu_0\frac{N}{l}i \Rightarrow i = \frac{Bl}{\mu_0 N}\ \ soit\ \Phi_P = L\frac{Bl}{\mu_0 N}$

$\Phi_P = 0{,}2\times\frac{0{,}04\times0{,}75}{4\pi\times10^{-7}\times1500} = 3{,}18Wb$

2. a)) Equation différentielle liant i

On a un dipôle (R ,L), alors en fermant l'interrupteur, la tension appliquée est donnée par la relation :

$On\ a:\ E = u_L+u_R = -e+Ri = L\frac{di}{dt}+Ri \Rightarrow E = L\frac{di}{dt}+Ri$

Vérifions que $i = \frac{E}{R}\left(1-e^{\frac{-t}{\tau}}\right)$

$i = \frac{E}{R}-\frac{E}{R}e^{\frac{-t}{\tau}} \Rightarrow \frac{di}{dt} = \frac{E}{R\tau}e^{\frac{-t}{\tau}} = \frac{E}{L}e^{\frac{-t}{\tau}}$

On remplace dans l'équation différentielle est ça donne:

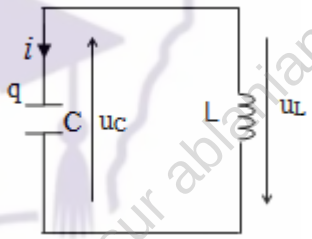
$E = L\times\frac{E}{L}e^{\frac{-t}{\tau}}+E-Ee^{\frac{-t}{\tau}}\ ,soit\ E = E(cqfv)$

b)) Calcul de l'énergie maximale emmagasinée

$E_{max} = \frac{1}{2}L{I_{max}}^2\ \ avec\ I_{max} = \frac{E}{R}\ soit\ \ E_{max} = \frac{1}{2}L\left(\frac{E}{R}\right)^2$

$E_{max1} = \frac{1}{2}\times0{,}2\left(\frac{10}{8}\right)^2 = 0{,}156J$

3. a)) Equation différentielle liant la charge q



$u_C+u_L = 0 \Rightarrow u+L\frac{di}{dt} = 0\ \ avec\ i = \frac{dq}{qt} \Rightarrow \frac{di}{dt} = \frac{d^2q}{dt^2}\ \ et\ u = \frac{q}{C}$

$\Rightarrow \frac{q}{C}+L\frac{d^2q}{dt^2} = 0 \Rightarrow \frac{d^2q}{dt^2}+\frac{1}{LC}q = 0\ \ en\ posant\ {\omega_0}^2 = \frac{1}{LC}$

$\Rightarrow \frac{d^2q}{dt^2}+{\omega_0}^2 q = 0$

soit $q(t) = Q_{max}\cos(\omega_0 t+\varphi)$ solution de l'équation différentielle

Condition initiale : *à t=0*, $Q_0 = Q_{max}$

$\Rightarrow Q_{max} = Q_{max}\cos(\varphi) \Rightarrow \cos\varphi = 1 \Rightarrow \varphi = 0$

$q(t) = Q_{max}\cos(\omega_0 t)\ \ où\ \ \omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}}$

b)) Calcul de C et T_0

$I_{max} = CU_0\omega_0 = CU_0\times\frac{1}{\sqrt{LC}} = U_0\times\sqrt{\frac{C^2}{CL}} = U_0\sqrt{\frac{C}{L}}$

$soit\ \frac{C}{L} = \left(\frac{I_{max}}{U_0}\right)^2 \Rightarrow C = L\left(\frac{I_{max}}{U_0}\right)^2\ et\ T_0 = \frac{2\pi}{\omega_0} = 2\pi\sqrt{LC}$

$C = 0{,}2\left(\frac{0{,}036}{10}\right)^2 = 2{,}6\times10^{-6}F = 2{,}6\mu F$

$T_0 = 2\pi\sqrt{0{,}2\times2{,}6\times10^{-6}} = 4{,}53\times10^{-3}s = 4{,}53ms$

c)) Montrons que l'énergie totale est constante

$E = E_e+E_m = \frac{1}{2}Cu^2+\frac{1}{2}Li^2\ \ où\ \ i = -\frac{dq}{dt} = CU_{max}\omega_0\sin(\omega_0 t)$

et $u = \frac{q}{C} = U_{max}\cos(\omega_0 t)$

TÉLÉCHARGEZ L'APPLICATION ABLANIAN CI
DISPONIBLE SUR Google Play
Télécharger dans l'App Store

$E = \frac{1}{2}CU_{max}{}^2cos^2(\omega_0 t) + \frac{1}{2}LC^2\omega_0{}^2U_{max}{}^2sin^2(\omega_0 t)$

or $LC\omega_0{}^2 = 1$

Alors: $E = \frac{1}{2}CU_{max}{}^2cos^2(\omega_0 t) + \frac{1}{2}CU_{max}{}^2sin^2(\omega_0 t) \Longrightarrow$

$E = \frac{1}{2}CU_{max}{}^2\left(cos^2(\omega_0 t) + sin^2(\omega_0 t)\right) = \frac{1}{2}CU_{max}{}^2 = cste$

$E = \frac{1}{2}CU_{max}{}^2 = \frac{1}{2} \times 2{,}6 \times 10^{-6} \times 10^2 = 1{,}3 \times 10^{-4}J$

4. a)) Calcul de l'impédance Z du circuit RLC

$$Z = \sqrt{R^2 + \left(L\omega - \frac{1}{C\omega}\right)^2}$$

$$\Longrightarrow \begin{cases} L\omega = 0{,}2 \times 100 = 20 \\ \frac{1}{C\omega} = \frac{1}{2{,}6 \times 10^{-6} \times 100} = 3{,}85 \times 10^3 \end{cases}$$

$Z = \sqrt{4^2 + (20 - 3{,}85 \times 10^3)^2} = 3{,}83k\Omega$

Calcul de l'intensité efficace I :

$$Z = \frac{U}{I} \Rightarrow I = \frac{U}{Z} = \frac{20}{3.80 \times 10^3} = 5{,}22\text{mA}$$

Valeur de déphasage :

$$tan\,\varphi = \frac{L\omega - \frac{1}{C\omega}}{R} = \frac{20 - 3{,}83 \times 10^3}{4} = -9{,}575 \times 10^2$$

$\varphi = tan^{-1}(-9{,}575 \times 10^2) = -90°$ (circuit capacitif)

b)) Puissance moyenne consommée

$P_{moy} = UI\cos\varphi = RI^2$

$P_{moy} = 4 \times (5{,}22 \times 10^{-3})^2 = 2{,}088 \times 10^{-2}W$

c)) Valeur de N_0

A la résonance

$$N_0 = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}} = \frac{1}{2\pi\sqrt{0{,}2 \times 2{,}6 \times 10^{-6}}} = 221Hz$$

Valeur de la largeur de la bande passante :

$$\Delta N = N_2 - N_1 = \frac{R}{2\pi L} = \frac{4}{2\pi \times 0{,}2} = 3{,}18Hz$$

Valeur du facteur de qualité Q

$$Q = \frac{\omega_0}{\Delta\omega} = \frac{1}{\sqrt{LC}} \times \frac{L}{R} = \frac{1}{R}\sqrt{\frac{L}{C}} = \frac{1}{4}\sqrt{\frac{0{,}2}{2{,}6 \times 10^{-6}}} = 69{,}33$$

Puissance moyenne consommée à la résonance

$P = UI\cos\varphi$, or à la résonance $\varphi = 0 \Longrightarrow P = UI$

$P = 20 \times 5{,}22 \times 10^{-3} = 0{,}1044W$

GRATUITS SUR ablanian.com
Téléchargez l'application Ablanian CI sur Play Store et App Store
TÉLÉCHARGEZ L'APPLICATION ABLANIAN CI
DISPONIBLE SUR Google Play
Télécharger dans l'App Store

PHYSIQUE TERMINALE D

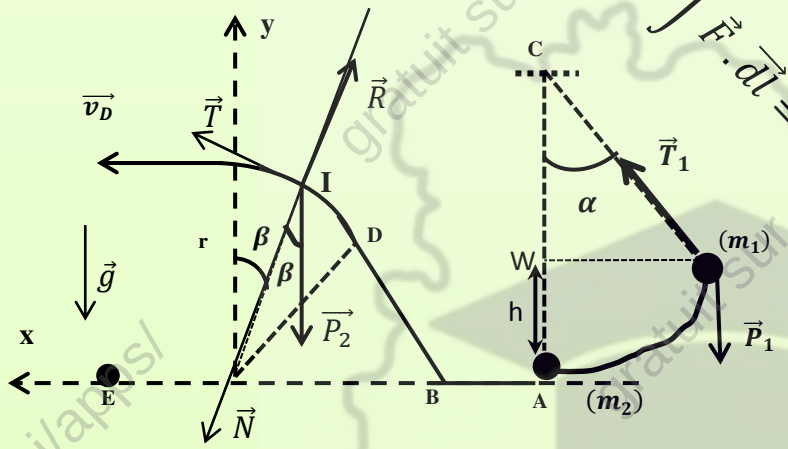
$$\omega_1 = \frac{-(R+r)C + \sqrt{((R+r)C)^2 + 4LC}}{2LC}$$

$$\omega_2 = \frac{(R+r)C + \sqrt{((R+r)C)^2 + 4LC}}{2LC}$$

$$W = \int \vec{F}.\vec{dl} = -\int_r^\infty \frac{GM_T m_s}{r^2}\vec{u}.\vec{dl} = -GM_T m_s \int_r^\infty \frac{dr}{r^2} = -\frac{GM_T m_s}{r}$$

$$\frac{du^2}{dt^2} + \frac{1}{LC}u = 0$$

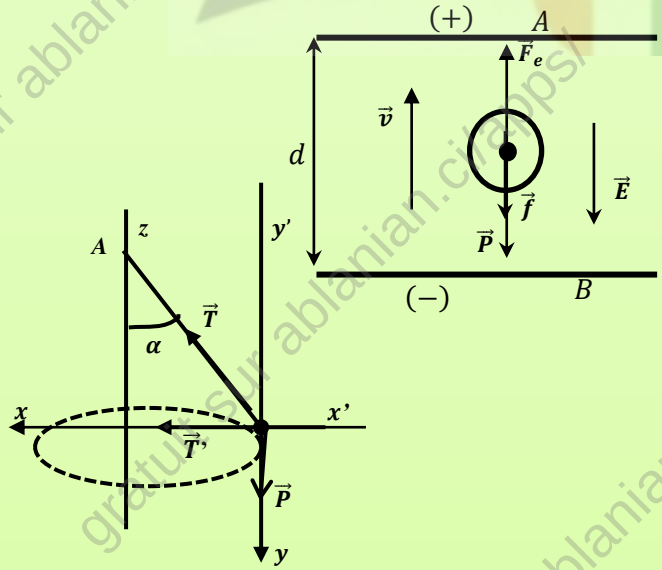
$$u(t) = U_{max}\cos(\omega_0 t + \varphi)$$

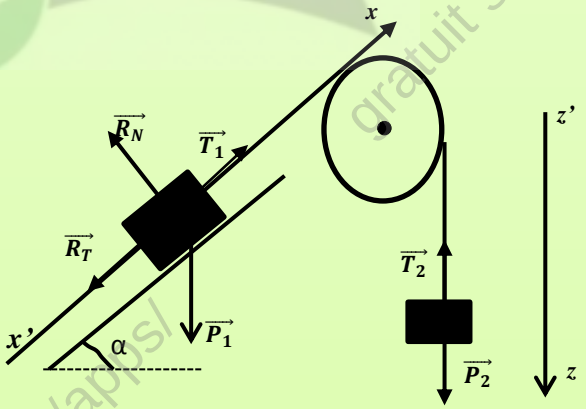


Des ouvrages pour faire la différence :

– des synthèses de cours et méthode pour acquérir les connaissances indispensables et réviser efficacement,

– de nombreux exercices intégralement corrigés pour s'entraîner et se mettre en situation d'épreuve :
exercices guidés, exercices d'application et problèmes.





Auteur : *chaambane92@gmail.com*

GRATUITS SUR ablanian.com
Téléchargez l'application Ablanian CI sur Play Store et App Store
TÉLÉCHARGEZ L'APPLICATION ABLANIAN CI
DISPONIBLE SUR Google Play
Télécharger dans l'App Store